

# 利用信号幅度信息的多基地雷达系统多目标跟踪算法

吴 伟, 吴 云, 王东进

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系, 安徽合肥 230027)

**摘 要:** 本文基于  $T-R^N$  多基地雷达系统提出一种具有航迹质量管理的多目标跟踪算法, 并且在航迹质量管理算法中引入信号幅度信息, 接着从航迹起始时刻正确判决的概率和判决平均样本长度两方面定量分析信号幅度信息对航迹真假判决的改善程度, 仿真结果表明, 该算法能够对多目标进行稳定的跟踪。

**关键词:** 多基地雷达; 多目标跟踪; 信息融合; 数据关联; 信号强度

中图分类号: TN953 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2007) 06-1193-06

## Multi-Target Tracking Algorithm for Multi-Static Radar Assisted by Signal Amplitude

WU Wei, WU Yaoyun, WANG Dong-jin

(Department of EEIS, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China)

**Abstract:** An algorithm with the ability of track quality control is proposed for tracking multi target in clutter based on the  $T-R^N$  multi static radar system, and the information of signal amplitude is used in the algorithm. Then, quantitative analysis is carried out in two ways: the probability of correct test at the track's initializing time and the average sample length. These two parameters are used to represent the improvement of the performance of track test. Simulation results indicate that this algorithm can steadily track multiple targets.

**Key words:** multi static radar; multi targets tracking; information fuse; data association; signal amplitude

### 1 引言

多目标跟踪问题在军事和民用方面有着广泛的用途, 长期以来一直是人们研究的热点问题. 而多基地雷达系统由于具有反隐身、抗干扰能力强、安全性高等优点, 因此基于多基地雷达系统的多目标跟踪问题也就成为人们研究的热点问题之一。

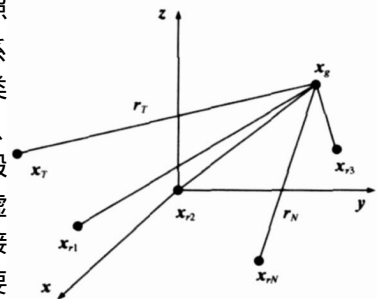
基于多基地雷达系统提供的 TDOA (Time Difference Of Arrival) 或 TOA (Time Of Arrival) 数据, 一些定位算法如  $SX^{[1]}$  (Spherical Intersection)、 $SI^{[2]}$  (Spherical Interpolation)、 $QCLS^{[3]}$  (Quadratic Correction Least Squares) 以及  $LCLS^{[4]}$  (Linear Correction Least Squares) 等可以解算出目标的位置. 但在这类目标定位算法中, 目标位置和接收机观测值之间的关系是非线性的, 目标的可观测性以及位置估值精度对目标-接收机几何布局非常敏感. 因此, 文献 [5] 分析了合作照射源多基地雷达系统的最优布局问题. 接着文献 [6] 分析了多基地雷达系统在近程目标探测上的应用, 并提出了合理的测速方案. 文献 [7] 基于  $T-R^N$  (一发多收) 系统的距离和数据提出一种单目标精确跟踪算法. 然而实际系统大多存在虚警、漏警情况, 因

此多目标跟踪问题必需解决接收机间“观测值-观测值”互联、“观测组合-航迹”互联、航迹起始、航迹真假判决、以及航迹维持等问题. 文献 [8] 提出一种基于串行处理的动态多维分配算法, 它应用  $N$  维分配算法处理多基地接收机的“观测值-观测值”互联问题, 应用 2 维分配算法处理“观测值-航迹”互联问题. 但是该文没有涉及航迹真假判决问题. 文献 [9] 研究表明在估值过程中使用信号幅度信息有利于提高目标的观测性, 同时可以获得更强的全局收敛特性. 因此本文在文献 [8, 9] 基础上, 基于  $T-R^N$  多基地雷达系统提出一种具有航迹质量管理的多目标跟踪算法, 为了快速判决航迹真假并且提高判决的正确概率, 本文在用于衡量航迹质量的对数似然比的计算式中引入信号幅度信息, 并着重从航迹起始时刻的真假判决概率和判决终止平均样本长度两方面定量分析幅度信息对于航迹真假判决的改善程度。

### 2 问题描述

如图 1 所示的  $T-R^N$  多基地雷达系统中, 在某个近似平面的区域布置 1 个发射机和  $N$  个接收机, 定义发射机的坐标为:  $x_T = (x_T, y_T, z_T)^T$ , 各接收机的坐标为

$\mathbf{x}_{rs} = (x_s, y_s, z_s)^T$ , 假定目标  $t$  的位置为  $\mathbf{x}_g = (x_g, y_g, z_g)^T$ . 对于具有合作照



射源的多基地雷达系统, 接收机提供两类数据: 目标的距离和、检波信号幅度. 一般而言, 接收机存在虚警、漏警情况. 因此接收机的距离和数据要么是受噪声污染的目标距离和, 要么是虚

图1 多基地雷达系统几何关系图

警, 二者必具其一. 为描述接收机数据的统计特性, 做下面两种假设:

$H_1$ : 接收机的观测数据源于目标;

$H_0$ : 接收机的观测数据源于噪声;

于是, 接收机距离和数据的观测方程为:

$$z_s = \begin{cases} r_{sT} + n_s & H_1 \\ \xi & H_0 \end{cases}, \quad s = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

这里假定源于目标的距离和数据受加性高斯噪声干扰, 其中  $r_{sT} = r_s + r_T = |\mathbf{x}_g - \mathbf{x}_{rs}| + |\mathbf{x}_g - \mathbf{x}_T|$  表示从发射机出发经目标到接收机  $s$  的距离, 噪声  $n_s$  服从高斯分布, 即  $n_s \sim N(0, \sigma_r^2)$ ,  $\sigma_r$  表示接收机的观测精度. 假定虚假观测值  $\xi$  在整个观测区域  $V_s$  内服从均匀分布, 故观测值  $z_s$  在两种假设情况下的概率密度函数 (Probability Density Function PDF) 分别为 (在计算观测值互联代价时将用到):

$$p(z_s | H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{z_s - r_{sT}}{\sigma_r}\right)^2\right] \quad (2)$$

$$p(z_s | H_0) = 1/V_s \quad (3)$$

对于落入某航迹跟踪门内的观测值而言, 如果它是目标的真实观测值, 假定它在跟踪门内服从高斯分布; 如果它是虚假观测值, 假定它在跟踪门内服从均匀分布. 这时, 距离和观测值在两种假设情况下的 PDF 分别为 (在计算航迹质量时将用到):

$$p(z_s | H_1) = \frac{1}{P_G} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{z_s - \hat{r}_{sT}}{\sigma_s}\right)^2\right] \quad (4)$$

$$p(z_s | H_0) = 1/V_{g,s} \quad (5)$$

式中:  $P_G = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-g}^g \exp(-u^2/2) du$ ,  $g$  为跟踪门半径, 实际应用中一般取  $g \geq 3.5^{[10]}$ , 这时  $P_G \approx 1$ , 它对概率密度影响不大, 因此在后面分析中略去  $P_G$  因子. 跟踪门体积  $V_{g,s}$  与航迹新息方差值  $\sigma_s$  之间的关系为:  $V_{g,s} = 2g\sigma_s$ .

对于接收机的回波信号, 假定它服从斯威林 I 模型. 这时接收机的检测性能可用信噪比  $d$ 、虚警概率

$P_{FA}$  及发现概率  $P_D$  等参数表示, 它们之间的关系为:  $P_D = P_{FA}^{1/(1+d)}$ ; 接收机的归一化检测门限为:  $\sqrt{-2 \cdot \ln(P_{FA})}$ . 对于上述两种假设, 检波信号幅度的 PDF 分别为

$$p(a | H_1) = \frac{a}{P_D(1+d)} \exp\left[-\frac{a^2}{2(1+d)}\right] \quad (6)$$

$$p(a | H_0) = \frac{a}{P_{FA}} \exp\left[-\frac{a^2}{2}\right] \quad (7)$$

这里  $p(a)$  已对区间  $(\sqrt{-2 \cdot \ln(P_{FA})}, +\infty)$  作归一化处理, 信号幅度  $a$  与信噪比  $b$  之间的关系为:  $E\{a\} = \sqrt{\pi(1+d)/2}$ ,  $E\{a^2\} = 2(1+d)$ .

假定距离和观测数据与信号幅度相互关联, 这时接收机  $s$  在  $k$  时刻的观测数据可以表示为

$$y_{si}(k) = \{z_{si}(k), a_{si}(k)\}, \quad i_s = 0, 1, \dots, n_s(k) \quad (8)$$

其中  $z_{si}$  表示距离和观测值,  $a_{si}$  表示相应的信号幅度, 下标  $i_s$  表示接收机在  $k$  时刻观测到的第  $i_s$  个数据,  $n_s(k)$  表示观测值数目. 为简化由于漏测引起的不完整观测问题, 引入哑元  $y_{s0}(k)$ .

对于  $k$  时刻来自接收机的和所有接收机的观测集合可以表示为:  $Y_s(k) = \{y_{si}(k)\}_{i_s=0}^{n_s(k)}$ ,  $Y(k) = \{Y_s(k)\}_{s=1}^N$ ;  $k$  时刻以前接收机的所有观测集合可表示成:  $Y^{k-1} = \{Y(i)\}_{i=1}^{k-1}$ . 现在的问题是如何基于接收机的观测集合  $Y(k)$  和  $Y^{k-1}$  形成稳定可靠的多目标航迹? 为此, 文献[11]提出一种具有航迹质量管理的多目标跟踪算法, 以解决多目标跟踪过程中航迹起始、航迹确认、以及航迹删除等问题. 该文采用累加的似然函数比计算融合中心每个航迹的质量, 并依据航迹判决规则把当前航迹分成四类, 接着用相应方法处理这些航迹集合. 下面将具体分析信号幅度信息在航迹质量评价算法中的应用.

### 3 信号幅度在航迹质量评价算法中的应用

假定  $k$  时刻系统存在一个在  $k=1$  时刻起始的源于目标  $t$  的航迹  $\{\hat{\mathbf{x}}(k|k), \mathbf{P}(k|k)\}$ , 各个时刻与之关联的观测值用集合  $E^k = \{Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(l)\}_{l=1}^k$  表示, 其中  $Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(l) = \{\mathbf{Z}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l), \mathbf{a}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l)\}$  表示  $l$  时刻与航迹关联的观测组合. 假定接收机的距离和观测值与信号幅度之间、同一时刻不同观测值之间、以及不同时刻观测值之间是相互独立的, 并且假定不同接收机观测值之间也是相互独立的.

下面我们基于  $E^k$  使用序贯对数似然比方法计算目标  $t$  的航迹质量.

因为在  $k=1$  时刻目标航迹还未起始, 我们可以假定真实目标距离和观测值在整个观测区域内也服从均

匀分布. 这时在航迹起始时刻, 仅有信号幅度信息对航迹质量作贡献, 即:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(1) &= \ln \left[ \frac{p(\mathbf{a}_{i_1 i_2 \dots i_N}(1) | H_1)}{p(\mathbf{a}_{i_1 i_2 \dots i_N}(1) | H_0)} \right] \\ &= \ln \left[ \prod_{s=1}^N \left( \frac{p(a_i(1) | H_1)}{p(a_i(1) | H_0)} \right)^{u(i_s)} \right] \\ &= \sum_{s=1}^N u(i_s) \left[ \ln \left( \frac{P_{\text{FA}, s}}{P_{D, s}(1 + d_s)} \right) + \frac{d_s \cdot a_i^2(1)}{2(1 + d_s)} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

式中  $d_s, P_{\text{FA}, s}, P_{D, s}$  分别表示接收机  $s$  的信噪比、虚警概率和发现概率.  $u(i_s)$  表示二元指示函数, 当  $i_s = 0$  时,  $u(i_s) = 0$ ; 当  $i_s \neq 0$  时,  $u(i_s) = 1$ .

在  $l$  时刻, 由于目标  $t$  初步航迹已经建立, 目标状态可用航迹的一步预测值  $\hat{\mathbf{x}}(l | l-1)$  表示, 其中目标的位置状态可用  $\hat{\mathbf{x}}_g$  表示, 目标的距离和预测值为:  $\hat{z}_s(l | l-1) = |\hat{\mathbf{x}}_g - \mathbf{x}_{rs}| + |\hat{\mathbf{x}}_g - \mathbf{x}_T|$ . 这时目标的动态属性和信号幅度都对航迹的质量做出贡献, 因此观测组合  $\mathbf{Y}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l)$  在两种假设情况下的似然函数可以表示为:

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{Y}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l) | H_1) &= \Lambda(\mathbf{Z}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l), \mathbf{a}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l) | H_1) \\ &= \prod_{s=1}^N \{ (P_{D, s} p(Z_i(l) | \hat{\mathbf{x}}_g) p(a_i(l) | H_1))^{u(i_s)} \cdot (1 - P_{D, s})^{(1 - u(i_s))} \} \\ &= \prod_{s=1}^N \left\{ \left[ \frac{a_i(l)}{\sqrt{2\pi} \sigma_s (1 + d_s)} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{Z_i(l) - \hat{z}_s(l | l-1)}{\sigma_s} \right)^2 \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{a_i^2(l)}{2(1 + d_s)} \right) \right] \right\}^{u(i_s)} \cdot (1 - P_{D, s})^{(1 - u(i_s))} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{Y}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l) | H_0) &= \Lambda(\mathbf{Z}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l), \mathbf{a}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l) | H_0) \\ &= \prod_{s=1}^N \{ p(Z_i(l) | H_0), p(a_i(l) | H_0) \}^{u(i_s)} \\ &= \prod_{s=1}^N \left[ \frac{a_i(l)}{V_{g, s} P_{\text{FA}, s}} \exp \left( -\frac{a_i^2(l)}{2} \right) \right]^{u(i_s)} \quad (11) \end{aligned}$$

于是,  $l$  时刻航迹的对数似然比为:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(l) &= \sum_{s=1}^N \left\{ u(i_s) \left[ \ln \left( \frac{P_{D, s} V_{g, s}}{\sqrt{2\pi} \sigma_s} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{Z_i(l) - \hat{z}_s(l | l-1)}{\sigma_s} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \ln \frac{P_{\text{FA}, s}}{P_{D, s}(1 + d_s)} + \frac{d_s \cdot a_i^2(l)}{2(1 + d_s)} \right] + (1 - u(i_s)) \cdot \ln(1 - P_{D, s}) \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

若在  $l$  时刻, 没有观测值与目标航迹关联, 即发生了漏警情况, 这时  $\text{LLR}(l)$  可表示成:

$$\text{LLR}(l) = \ln((1 - P_D)/(1 - P_{\text{FA}})) \approx \ln(1 - P_D) \quad (13)$$

因此直到  $k$  时刻, 目标  $t$  的航迹质量可表示为:

$$\begin{aligned} L(k) &= \ln \left[ \frac{\Lambda(\mathbf{E}^k | H_1)}{\Lambda(\mathbf{E}^k | H_0)} \right] = \ln \left[ \sum_{l=1}^k \frac{\Lambda(\mathbf{Y}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l) | H_1)}{\Lambda(\mathbf{Y}_{i_1 i_2 \dots i_N}(l) | H_0)} \right] \\ &= \sum_{l=1}^k \text{LLR}(l) = \text{LLR}(k) + L(k-1) \quad (14) \end{aligned}$$

在获得目标  $t$  的航迹质量之后, 我们可以依据文献[11]给出的航迹判决规则和辅助判决规则对目标航迹实时进行确认和删除.

#### 4 信号幅度对航迹真假判决的影响

在航迹起始时刻, 如果没有信号幅度信息,  $\text{LLR}(1) = 0$ , 我们无法对航迹真假做出判决; 然而如果有信号幅度信息, 如式(9)所示, 我们可以在一定程度上对航迹真假做出判决. 除此之外, 信号幅度信息的引入也将缩短判决终止的平均样本长度. 下面我们就从航迹起始时刻判决概率以及判决终止平均样本长度两方面, 定量分析信号幅度信息对航迹真假判决的改善程度.

为分析方便起见, 假定观测组合  $\mathbf{Y}_{i_1 i_2 \dots i_N}(k)$  中没有哑元, 并且各接收机的虚警概率  $P_{\text{FA}}$  和信噪比  $d$  相同, 因此各接收机的检测概率也相同.

我们首先分析信号幅度信息在航迹起始时刻对航迹真假判决的改善程度. 假定系统依据观测组合  $\mathbf{Y}_{i_1 i_2 \dots i_N}(1)$  起始航迹, 由于信号幅度信息的引入, 起始时刻航迹真假的判决概率分别为 ( $T_2$ —航迹确认门限;  $T_1$ —航迹删除门限):

$$\begin{aligned} \Pr(\text{Det. } H_1 | H_1) &= \Pr(\text{LLR}(1) > T_2 | H_1) \\ &= \Pr \left\{ \sum_{s=1}^N \left[ \ln \frac{P_{\text{FA}}}{P_d(1 + d)} + \frac{d \cdot a_s^2(1)}{2(1 + d)} \right] > T_2 | H_1 \right\} \\ &\geq \Pr \left\{ \sum_{s=1}^N \left[ \ln \frac{P_{\text{FA}}}{P_d(1 + d)} + \frac{d a_{\min}^2}{2(1 + d)} \right] > T_2 | H_1 \right\} \\ &= \Pr \{ a_{\min} > a_{\text{LB}} | H_1 \} = \frac{1}{P_D} \exp \left( -\frac{a_{\text{LB}}^2}{2(1 + d)} \right) \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr(\text{Det. } H_0 | H_0) &= \Pr(\text{LLR}(1) < T_1 | H_0) \\ &= \Pr \left\{ \sum_{s=1}^N \left[ \ln \frac{P_{\text{FA}}}{P_d(1 + d)} + \frac{d \cdot a_s^2(1)}{2(1 + d)} \right] < T_1 | H_0 \right\} \\ &\leq \Pr \left\{ \sum_{s=1}^N \left[ \ln \frac{P_{\text{FA}}}{P_d(1 + d)} + \frac{d a_{\max}^2}{2(1 + d)} \right] < T_1 | H_0 \right\} \\ &= \Pr \{ a_{\max} < a_{\text{HB}} | H_0 \} = 1 - \frac{1}{P_{\text{FA}}} \exp \left( -\frac{a_{\text{HB}}^2}{2} \right) \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其中, } a_{\text{LB}} &= \left[ \frac{2(1 + d)}{d} \cdot \left( \frac{T_2}{N} + \ln \left( \frac{P_D(1 + d)}{P_{\text{FA}}} \right) \right) \right]^{1/2}, \\ a_{\text{HB}} &= \left[ \frac{2(1 + d)}{d} \cdot \left( \frac{T_1}{N} + \ln \left( \frac{P_D(1 + d)}{P_{\text{FA}}} \right) \right) \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

下表给出航迹起始时刻, 应用信号幅度信息后航迹真假的判决概率 ( $P_{\text{FA}} = 1e-4, N = 3, T_2 = 4.50, T_1 = -2.30$ ):

表1 航迹起始时刻, 应用信号幅度信息后航迹真假的判决概率

| SNR                           | 10   | 20   | 30   | 40   | 50   |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|
| $\Pr(\text{Det. } H_1   H_1)$ | 0.68 | 0.80 | 0.84 | 0.88 | 0.90 |
| $\Pr(\text{Det. } H_0   H_0)$ | 0.83 | 0.91 | 0.93 | 0.95 | 0.96 |

接着我们分析信号幅度信息对判决终止平均样本长度的改善程度. 依据序贯检验理论, 如果知道  $E(\text{LLR}(k) | H_1)$  和  $E(\text{LLR}(k) | H_0)$ , 我们就可依据下式计算判决终止的平均样本长度:

$$E(k | H_1) = ((1 - \beta) T_2 + \beta T_1) / E(\text{LLR}(k) | H_1) \quad (17)$$

$$E(k|H_0) = (\alpha T_2 + (1-\alpha)T_1)/E(\text{LLR}(k)|H_0) \quad (18)$$

如果在对数似然比计算式中没有引入信号幅度信息, 这时它的均值为(具体推导见附录 A):

$$E(\text{LLR}(k)|H_1) = N \cdot P_{\text{CL}}^N [\ln B + g \exp(-g^2/2)/(\sqrt{2\pi}P_C) - 0.5] \quad (19)$$

$$E(\text{LLR}(k)|H_0) = N(\ln B - g^2/6) \quad (20)$$

如果在对数似然比计算式中加入信号幅度信息, 这时它的均值为(具体推导见附录 B):

$$E(\text{LLR}(k)|H_1) = N \cdot P_{\text{CL}}^N [\ln A + g \exp(-g^2/2)/(\sqrt{2\pi}P_C) - 0.5 + d(1 - \ln P_{\text{FA}}/(1+d))] \quad (21)$$

$$E(\text{LLR}(k)|H_0) = N(\ln A - g^2/6 + (1 - \ln P_{\text{FA}})d/(1+d)) \quad (22)$$

式中  $A = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{g \cdot P_{\text{FA}}}{1+d}$ ,  $B = g \cdot P_d \cdot \sqrt{2/\pi}$ .

下表给出了在不同信噪比条件下航迹真假判决的平均样本长度( $g = 3.5$ , 其它条件同表 1)

表 2 无信号幅度辅助时的

表 3 有信号幅度辅助时的

| SNR(dB) | 平均判决样本长度 |      |      |      |      | SNR(dB) | 平均判决样本长度 |      |      |      |      |
|---------|----------|------|------|------|------|---------|----------|------|------|------|------|
|         | 10       | 13   | 16   | 19   | 22   |         | 10       | 13   | 16   | 19   | 22   |
| $H_1$   | -        | 14.1 | 4.19 | 3.07 | 2.70 | $H_1$   | 0.17     | 0.07 | 0.03 | 0.02 | 0.01 |
| $H_0$   | 0.40     | 0.51 | 0.59 | 0.66 | 0.69 | $H_0$   | 0.22     | 0.21 | 0.19 | 0.16 | 0.14 |

这里定义如果判决是在第一帧扫描时做出的, 其判决长度为 0. 由表 2 数据易知: 航迹为真判决的平均样本长度随信噪比增大而缩短, 而航迹为假判决的平均样本长度却随信噪比增大而变长, 这主要是因为随信噪比增大, 接收机的  $P_D$  随之增大, 这时判决航迹为真较易, 而判决航迹为假较难. 由表 3 数据易知: 由于引入信号强度辅助决策, 航迹真假判决的样本长度大大缩短, 这主要是因为信号的信噪比越高, 其源于目标的可能性越大, 于是用其辅助决策可以缩短判决的样本长度, 从而节约系统的计算资源和存储空间, 这在系统实现时意义很大.

## 5 数值仿真

这里以一个发射机三个接收机五个运动目标为例验证本文所提算法的有效性. 设发射机位于坐标原点, 三个接收机的坐标分别为(500, 0, 20), (0, -500, 15), (-500, 0, 10), 它们的测距误差为  $\sigma_r = 1\text{m}$ . 五个运动目标的起始状态分别为(按照设置  $x, y, z, v_x, v_y, v_z$ ): 目标 1(572.0m, 0, 37.8m, -302.4m/s, 0, 39.8m/s); 目标 2(872m, 0, 180.8m, -133.8m/s, 0, 17.6m/s); 目标 3(600.0m, 0, 150.0m, -150.0m/s, 0, 10m/s); 目标 4(400.0m, 0, 130.0m, -150m/s, 0, -10m/s); 目标 5(800.0m, 0, 100.0m, -150m/s, 0, 10m/s); 目标 1、2 作抛物线运动, 目标 3、4、5 作直线运动. 观测周期 5ms, 观测时间为 5s. 每个周期的杂波个数是根据文献[12]的方法按泊松分布确定的, 即给定参数  $\lambda$  确定出要产生

的杂波个数  $n$ . 每个周期的  $n$  个杂波按均匀分布随机地分布在接收机视域范围内, 这里不考虑信号检测的问题, 认为目标和杂波的信号幅度均高于检测门限, 传感器存在漏测和虚警. 仿真中取  $\lambda = 5$ . 采用文献[7]所使用的卡尔曼滤波算法对目标进行跟踪.

图 2 给出了目标运动和滤波输出的航迹图, 图 3 给出了目标 2 的局部滤波图, 由图可知使用本文提出的算法能够在杂波中有效起始并跟踪多个目标. 图 4 给出了目标 2 的 50 次 Monte Carlo 仿真试验的位置均方根误差(RMSE)曲线, 可以看出跟踪收敛速度较快, 且稳定后的位置误差在 0.5m 以内.

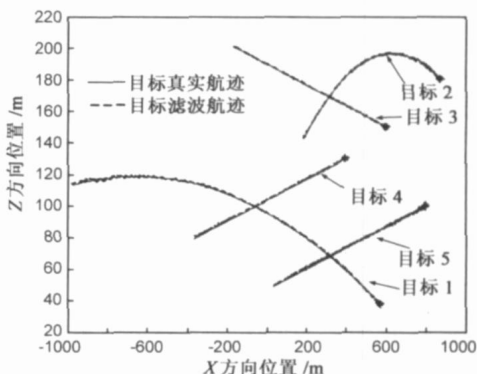


图 2 目标运动轨迹与滤波轨迹之间的比较

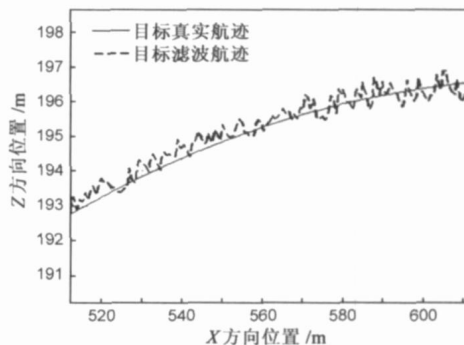


图 3 目标 2 的局部跟踪航迹图

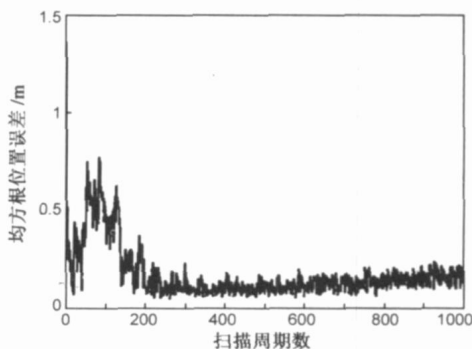


图 4 目标 2 的跟踪位置均方根误差曲线

## 6 结论

针对杂波环境下  $T-R^N$  多基地雷达系统多目标跟踪问题, 本文在文献[11]提出的航迹质量评价算法中引

入信号幅度信息, 并定量分析了信号幅度信息对航迹真假判决的影响程度. 数值计算表明, 在航迹质量评价算法中引入信号幅度信息可以提高航迹真假判决概率, 缩短判决平均样本长度, 能够在较短时间内发现假航迹, 确认真航迹, 从而实现稳定和有效的多目标跟踪.

附录 A: 无信号强度辅助时航迹判决终止的平均样本长度

假设  $k$  时刻目标初始航迹已经建立, 与航迹关联的观测组合为  $Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k)$ , 为分析方便起见, 假定其中没有哑元, 并且各接收机的虚警概率  $P_{FA}$  和信噪比  $d$  相同, 这时各接收机的检测概率  $P_D$  也相同. 这时某一航迹在  $k$  时刻观测组合的对数似然比为:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(k) &= \ln \left( \frac{\Lambda(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_1)}{\Lambda(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_0)} \right) \\ &= \sum_{s=1}^N \ln \left( \frac{P_D \cdot p(Z_{si}(k) | H_1)}{p(Z_{si}(k) | H_0)} \right) \\ &= \sum_{s=1}^N \left\{ \ln \left( \frac{P_D \cdot V_{g,s}}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_s} \right) - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1)}{\sigma_s} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

式中  $V_{g,s} = 2g\sigma_s$ , 令  $A = \sqrt{2\pi}P_D g$ , 于是上式可简化为:

$$\text{LLR}(k) = \sum_{s=1}^N \left\{ \ln A - \frac{1}{2} \cdot \left( (Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1))/\sigma_s \right)^2 \right\} \quad (\text{A2})$$

在假设  $H_1$  情况下, 观测组合  $Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k)$  的概率密度函数为:

$$\begin{aligned} p(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_1) &= \prod_{s=1}^N p(Z_{si}(k) | H_1) \\ &= \prod_{s=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1)}{\sigma_s} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

$$E(\text{LLR}(k) | H_1) = \int_{V_{g,1}} \dots \int_{V_{g,N}} \text{LLR}(k) \cdot p(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_1) \cdot dZ \quad (\text{A4})$$

其中:  $dZ = [dZ_1, \dots, dZ_N]^T$ . 令  $\zeta_s = (Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1))/\sigma_s$ ,  $d\zeta = [d\zeta_1, \dots, d\zeta_N]^T$ , 于是, 我们有:

$$\begin{aligned} E(\text{LLR}(k) | H_1) &= \int_{-g}^g \dots \int_{-g}^g \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \cdot \sum_{s=1}^N (\ln A - \zeta_s^2/2) \\ &\quad \cdot \prod_{s=1}^N \exp(-\zeta_s^2/2) d\zeta \\ &= N \cdot P_C^N \cdot [\ln A + g \exp(-g^2/2)/(\sqrt{2\pi}P_C)] \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

在假设  $H_0$  情况下, 观测组合  $Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k)$  的概率密度函数为:

$$p(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_0) = \prod_{s=1}^N p(Z_{si}(k) | H_0) = \prod_{s=1}^N \frac{1}{V_{g,s}} \quad (\text{A6})$$

$$E(\text{LLR}(k) | H_0) = \int_{V_{g,1}} \dots \int_{V_{g,N}} \text{LLR}(k) \cdot p(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_0) dZ \quad (\text{A7})$$

令  $\zeta_2 = (Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1))/\sigma_s$ ,  $d\zeta = [d\zeta_1, \dots, d\zeta_N]^T$ , 我们有:

$$\begin{aligned} E(\text{LLR}(k) | H_0) &= \left( \frac{1}{2g} \right)^N \int_{-g}^g \dots \int_{-g}^g \sum_{s=1}^N \left[ \ln A - \frac{1}{2} \zeta_s^2 \right] d\zeta \\ &= N(\ln A - g^2/6) \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

附录 B: 有信号强度辅助时航迹判决终止的平均样本长度

假设  $k$  时刻目标初始航迹已经建立, 与航迹关联的观测组合为  $Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) = \{Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k), a_{i_1 i_2 \dots i_N}(k)\}$ , 其余条件同附录 A. 由于观测组合中没有哑元, 依据式 (12) 我们可以得到航迹在时刻的对数似然比:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(k) &= \sum_{s=1}^N \left\{ \ln \left( \frac{P_D \cdot V_{g,s}}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_s} \right) - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1)}{\sigma_s} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \ln \frac{P_{FA}}{P_D(1+d)} + \frac{d \cdot a_{si}^2(k)}{2(1+d)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B1})$$

式中  $V_{g,s} = 2g\sigma_s$ , 令  $A = \sqrt{2\pi} \cdot gP_{FA}/(1+d)$ , 于是上式可简化为:

$$\begin{aligned} \text{LLR}(k) &= \sum_{s=1}^N \left\{ \ln A - \frac{1}{2} \cdot \left( (Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1))/\sigma_s \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + d \cdot a_{si}^2(k)/(2(1+d)) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

在假设  $H_1$  情况下, 观测组合  $Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(k)$  的概率密度函数为:

$$\begin{aligned} p(Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_1) &= \prod_{s=1}^N p(Z_{si}(k) | H_1) \cdot p(a_{si}(k) | H_1) \\ &= \prod_{s=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1)}{\sigma_s} \right)^2 \right\} \\ &\quad \cdot \frac{a_{si}(k)}{P_D(1+d)} \exp \left\{ -\frac{a_{si}^2(k)}{2(1+d)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

$$\begin{aligned} E(\text{LLR}(k) | H_1) &= \int \dots \int \text{LLR}(k) \cdot p(Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_1) \cdot dY \\ &= \int_{V_{g,1}} \dots \int_{V_{g,N}} \int_{\tau}^{\infty} \dots \int_{\tau}^{\infty} \text{LLR}(k) \cdot p(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_1) \\ &\quad \cdot p(a_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_1) dZ dA \end{aligned} \quad (\text{B4})$$

其中:  $dZ = [dz_1, \dots, dz_N]^T$ ,  $dA = [da_1, \dots, da_N]^T$ ,  $\tau = -2\ln P_{FA}$ .

令  $\zeta_s = (Z_{si}(k) - \hat{z}_s(k|k-1))/\sigma_s$ ,  $\alpha_s = \exp(-a_{si}^2(k)/[2(1+d)])$ ,  $d\zeta = [d\zeta_1, \dots, d\zeta_N]^T$ ,  $d\alpha = [d\alpha_1, \dots, d\alpha_N]^T$ ,

$$\begin{aligned} E(\text{LLR}(k) | H_1) &= \int_{-g}^g \dots \int_{-g}^g \int_0^P \dots \int_0^P \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}P_D} \right)^N \cdot \\ &\quad \sum_{s=1}^N (\ln A - \zeta_s^2/2 - d \cdot \ln \alpha_s) \cdot \\ &\quad \prod_{s=1}^N \exp(-\zeta_s^2/2) d\zeta d\alpha \end{aligned}$$

$$= N \cdot P_G^N \cdot [\ln A + g \exp(-g^2/2) / (\sqrt{2\pi} P_G) - 0.5 + d(1 - \ln P_{FA}) / (1 + d)] \quad (B5)$$

在假设  $H_0$  情况下, 观测组合  $Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(k)$  的概率密度函数为:

$$p(Y_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_0) = \prod_{s=1}^N p(Z_{s i_s}(k) | H_0) \cdot p(a_{s i_s}(k) | H_0) \\ = \prod_{s=1}^N \frac{1}{V_{g,s}} \cdot \frac{a_{s i_s}(k)}{P_{FA}} \exp\left[-\frac{a_{s i_s}^2(k)}{2}\right] \quad (B6) \\ E(LLR(k) | H_0) = \int_{V_{g,1}} \dots \int_{V_{g,N}} \int_{\tau}^{\infty} \dots \int_{\tau}^{\infty} LLR(k) \cdot \\ p(Z_{i_1 i_2 \dots i_N}(k), a_{i_1 i_2 \dots i_N}(k) | H_0) d\mathbf{Z} d\mathbf{A} \quad (B7)$$

$$\text{令 } \zeta_s = (Z_{s i_s}(k) - \hat{z}_s(k | k-1)) / \sigma_s, \alpha_s = \exp(-a_{s i_s}^2(k) / 2), d\zeta = [d\zeta_1, \dots, d\zeta_N]^T, d\alpha = [d\alpha_1, \dots, d\alpha_N]^T, \\ E(LLR(k) | H_0) = \left[ \frac{1}{2gP_{FA}} \right]^N \int_{-g}^g \dots \int_{-g}^g \int_0^{P_{FA}} \dots \int_0^{P_{FA}} \sum_{s=1}^N \\ \left[ \ln A - \frac{1}{2} \zeta_s^2 - \frac{d}{1+d} \ln \alpha_s \right] d\zeta d\alpha \\ = N(\ln A - g^2/6 + (1 - \ln P_{FA})d / (1 + d)) \quad (B8)$$

#### 参考文献:

- [1] H C Schau, A Z Robinson. Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time of arrival differences [J]. Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on, 1987, 35(8): 1223- 1225.
- [2] J Smith, J Abel. Closed form least squares source location estimation from range difference measurements [J]. Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on, 1987, 35(12): 1661- 1669.
- [3] Y T Chan, K C Ho. A simple and efficient estimator for hyperbolic location [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905- 1915.
- [4] Huang Yiteng, J. Benesty, G W Elko, et al. Real time passive source localization: A practical linear correction least squares approach [J]. Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on, 2001, 9(8): 943- 956.
- [5] 尹成友, 徐善驾, 王东进. 基于 TDOA 的多传感器在非对称域内的优化布局 [J]. 电子学报, 1998, 26(12): 21- 25. Yin Chengyou, Xu Shan-jia, Wang Dong-jin. Optimum constellation of asymmetrical area based on TDOA [J]. Acta Electronica Sinica, 1998, 26(12): 21- 25. (in Chinese)
- [6] 魏崇毓, 徐善驾, 王东进. TR R2 多站雷达系统的近程应用分析与仿真 [J]. 电子学报, 1999, 27(12): 56- 60. Wei Chong-yu, Xu Shan-jia, Wang Dong-jin. Analysis and simulation for the short range application of TR R2 multistatic radar system [J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(12): 56- 60. (in Chinese)
- [7] 王国涛, 王东进, 陈卫东. 基于距离和信息的单目标精确跟踪 [J]. 中国科学技术大学学报, 2005, 35(2): 167- 171. Wang Guo-tao, Wang Dong-jin, Chen Wei-dong. High precision single target tracking based on range sum measurement [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 1999, 35(2): 167- 171. (in Chinese)
- [8] 何友, 衣晓, 关欣. 基于串行处理的动态多维分配算法 [J]. 西安电子科技大学学报 (自然科学版), 2005, 32(3): 489- 493. He You, Yi Xiao, et al. A serial dynamic multidimensional assignment algorithm [J]. Journal of Xidian University, 2005, 32(3): 489- 493. (in Chinese)
- [9] T Kirubarajan, Y Bar Shalom. Low observable target motion analysis using amplitude information [J]. Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, 1996, 32(4): 1367- 1383.
- [10] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标的跟踪 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.
- [11] 吴伟, 王东进, 陈卫东. 基于动态多维分配的多基地雷达多目标跟踪算法 [J]. 中国科学技术大学学报, 2006, 36(11): 1143- 1147. Wu Wei, Wang Dong-jin, et al. Multi target tracking algorithm for multi static radar based on dynamic multi dimension assignment [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2006, 36(11): 1143- 1147. (in Chinese)
- [12] S Blackman, R Popoli. Design and Analysis of Modern Tracking Systems [M]. Dedham MA: Artech House, 1999.

#### 作者简介:



吴伟男, 1974 年 3 月生于安徽歙县, 现为中国科学技术大学电子工程与信息科学系博士研究生. 主要研究方向是雷达信号处理、多传感器多目标信息融合等.

E-mail: wudawei@mail.ustc.edu.cn



王东进男, 1980 年 11 月生于云南昆明, 现为中国科学技术大学电子工程与信息科学系博士研究生. 主要研究方向是雷达信号处理.

E-mail: wuyaoyun@mail.ustc.edu.cn

王东进男, 1955 年生于安徽淮南, 现为中国科学技术大学电子工程与信息科学系教授, IEEE 会员, 已在国内外学术刊物及会议上发表论文 30 余篇. 主要研究兴趣为电磁场理论、微波毫米波技术在雷达、通信和精确制导中的应用.