

基于二阶锥规划的跳频脉冲信号旁瓣抑制方法研究

位寅生, 杨思亮

(哈尔滨工业大学电子工程系, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 针对准随机跳频脉冲信号旁瓣抑制问题, 本文提出了一种基于二阶锥规划的最优旁瓣抑制滤波器设计方法. 首先, 在推导信噪比损失的基础上, 根据实际应用特点给出最优失配处理准则, 即信噪比损失给定上限条件下实现最大旁瓣最小. 接着, 将失配滤波器的设计问题转化为二阶锥规划的对偶问题. 最后, 通过原始-对偶内点算法实现二阶锥规划问题的求解, 进而得到失配滤波器的系数, 从而实现恒增益损失下的旁瓣抑制.

关键词: 跳频信号; 二阶锥规划; 最优失配; 旁瓣抑制

中图分类号: TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 11-2686-06

Sidelobe Suppression for Step Frequency Waveform Based on Second-Order Cone Programming

WEI Yin-sheng, YANG Si-liang

(Department of Electronics Engineering, Harbin Institute of Technology of China, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: An optimal mismatched filter design method, based on the second order cone programming (SOCP), is proposed for the suppression of sidelobes of the quasi-step frequency waveform. On the basis of derivation of the SNR loss expression, practical application consideration is given to the optimal mismatched processing criteria. A conditioned Min-Max criterion is developed, i.e., to minimize the maximum sidelobe level with an upper limitation of SNR loss. The optimal mismatched filter design problem is then converted to the dual problem in SOCP. The filter coefficients are obtained by using efficient primal-dual interior-point method for solving SOCP. Thus, sidelobes suppression with constant loss in process gain is implemented.

Key words: step frequency waveform; second-order cone; optimal mismatch; sidelobe suppression

1 引言

跳频脉冲信号通过脉间频率变化来获得距离分辨所需要的带宽, 频率步进信号是一种常见的跳频信号, 各脉冲的频率是阶梯步进的, 可实现宽带分辨能力. 本文所讨论的跳频信号不同于频率步进信号, 而是在文献[1~4]中研究的信号, 属于非连续谱信号, 这类信号适合应用在电磁环境复杂的雷达系统中, 特别是电台和干扰密集的高频地波雷达系统. 同非连续谱信号高旁瓣相同^[5~8], 由于随机跳频导致匹配处理后的旁瓣很高^[9], 需要加以抑制才能满足应用要求. 低旁瓣的跳频信号可以通过信号设计或信号处理两个途径实现, 文献[10~12]从信号设计的角度讨论了低旁瓣跳频信号的设计方法, 但很多情况下, 跳频是为了避开干扰, 因而受到频域干扰分布的限制, 并不能任意的组合以满足低旁瓣设计要求, 因此从信号处理角度研究其的旁瓣抑制问题更具

有实际意义.

旁瓣抑制的研究已经有近五十年的历史, 经典的旁瓣抑制算法基于的准则有 Min-max (Minimize max-side-lobe), LS (Least Squares), IRLS (Iterative Reweighted Least Squares) 等^[13~16]. 基于这些准则的算法采用了时域或频域加权的处理方式, 并针对典型信号(线性调频、二相编码信号)而提出, 对随机跳频这种特殊信号的旁瓣抑制难以达到期望的性能.

针对本文讨论的信号, 已有文献分别从滤波器设计的角度和利用直接或间接处理的角度进行了讨论, 如基于改进的 IRLS、LS 准则的旁瓣抑制滤波器设计^[1~3], 直接利用神经网络法^[4]抑制旁瓣以及采用 CLEAN 算法^[5]间接实现旁瓣抑制等. 上述文献中讨论的滤波器设计方法, 能有效控制旁瓣电平, 但由于没有约束信噪比, 导致损失严重. 因此, 本文重点讨论了在信噪比损失约束下的旁瓣抑制滤波器设计问题.

在滤波器设计中,信噪比损失约束是一种二次约束,即二次规划问题.近年出现的二阶锥规划方法,是一个典型的二次规划求解工具,基于此本文提出了一种基于二阶锥规划的最优失配旁瓣抑制滤波器设计方法,失配处理结构采用了匹配级联失配滤波器(即旁瓣抑制滤波器)的形式,结合实际雷达的需要,提出了随机跳频信号旁瓣抑制的最优失配准则,即在信噪比损失给定上限条件下的最大旁瓣最小准则.接着,通过对该准则的失配滤波器求解问题进行约束转化,得到相应的二阶锥规划中的对偶问题(D问题).然后,利用二阶锥规划求解方法实现滤波器设计.由于在规划中加入了信噪比损失控制,可实现在给定信噪比损失上限条件下的最优旁瓣抑制滤波器,从而实现旁瓣抑制和信噪比损失控制的双重目的^[17].

2 跳频脉冲信号的旁瓣抑制

2.1 跳频信号波形形式

根据文献[2],一个信号周期内跳频信号含有 K 个脉冲,每个脉冲具有不同的频率,脉冲宽度为 T ,脉冲重复周期为 T_r ,则一个信号周期内的频率跳变信号可表示为:

$$s(t) = \sum_{k=1}^K A e^{j2\pi f_k t} e^{j2\pi f_k t} \text{rect}_T \left[t - (k-1)T_r - \frac{T}{2} \right], \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (1)$$

其中 $\text{rect}_T(t)$ 为矩形函数,在 $-T/2 < t < T/2$ 为 1,其余为零, A 为信号幅度, f_c 为载频, f_1, \dots, f_K 为给定带宽范围 B 内的频率取值, $T_s = KT_r$ 为信号跳频周期.图 1 给出了频率跳变脉冲信号在一个信号周期内的示意图,其中图 1(a)为时频关系示意图,图 1(b)为信号幅度分布示意图.

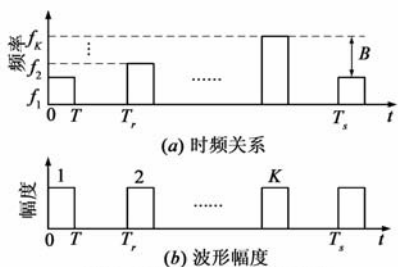


图1 跳频脉冲信号示意图

2.2 跳频信号失配损失

对于跳频信号的处理方法,仍采用文献[2]中的方式,即先匹配滤波再旁瓣抑制的滤波器级联方式.设单个跳频脉冲采样长度为 $N+1$,则匹配滤波器长度也为 $N+1$,匹配输出长度为 $2N+1$,设跳频 f_k 采样向量为 $s_k = [A, \dots, A e^{j2\pi f_k n dt}, \dots, A e^{j2\pi f_k N dt}]^T$,其匹配滤波器为 $w_k = [e^{-j2\pi f_k N dt}, \dots, e^{-j2\pi f_k n dt}, \dots, 1]^T$,则匹配输出:

$$R(n) = \sum_k s_k \otimes w_k = A(N+1) \frac{N+1-|n|}{N+1} \sum_k e^{j2\pi f_k n dt} \quad (2)$$

归一化后得:

$$r(n) = \frac{R(n)}{R(0)} = \frac{N+1-|n|}{(N+1)K} \sum_k e^{j2\pi f_k n dt} \quad (3)$$

设旁瓣抑制滤波器 h 长度为 $2M+1$ (为了便于讨论取为奇数),矩阵 $r = [r_1, \dots, r_{M+N+1}, \dots, r_{2M+2N+1}]$,即

$$r = \begin{bmatrix} r^*(-N) & \cdots & r^*(N) & 0 & \cdots \\ 0 & r^*(-N) & \cdots & r^*(N) & 0 \\ \cdots & & \cdots & & \cdots \\ 0 & \cdots & r^*(-N) & \cdots & r^*(N) \end{bmatrix}$$

上式中 r 为 $(2M+1) \times (2M+2N+1)$ 维矩阵.旁瓣抑制滤波器输出为:

$$y = A(N+1) K r^H h \quad (4)$$

输出最大值:

$$y_{\max} = y(M+N+1) = A(N+1) K r_{M+N+1}^H h \quad (5)$$

对于噪声,由于匹配滤波器与旁瓣抑制滤波器是级联的,所以可以先将各跳频的匹配滤波器与旁瓣抑制滤波器合并为一个失配滤波器,然后再求和,即:

$$\begin{aligned} \left(\sum_k s_k \otimes w_k \right) \otimes h &= \sum_k (s_k \otimes w_k \otimes h) \\ &= \sum_k (s_k \otimes (w_k \otimes h)) \end{aligned} \quad (6)$$

若记:

$$E_k = \begin{bmatrix} e^{j2\pi f_k N dt} & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{j2\pi f_k N dt} & \cdots & 1 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & e^{j2\pi f_k N dt} & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{(2M+1) \times (2M+N+1)}$$

则:

$$w_k \otimes h = E_k^H h \quad (7)$$

所以对于功率为 σ^2 的白噪声,其输出平均功率为:

$$N_o = \sigma^2 \sum_k h^H E_k E_k^H h = \sigma^2 h^H \left(\sum_k E_k E_k^H \right) h \quad (8)$$

则信噪比为:

$$\text{SNR} = \frac{y_{\max} y_{\max}^*}{N_o} = \frac{(A(N+1)K)^2 h^H r_{M+N+1} r_{M+N+1}^H h}{\sigma^2 h^H \left(\sum_k E_k E_k^H \right) h} \quad (9)$$

设:

$$B = \frac{1}{K(N+1)} \sum_k E_k E_k^H = \begin{bmatrix} r(0) & r(-1) & \cdots & r(-2M) \\ r(1) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r(2M) & \cdots & \cdots & r(0) \end{bmatrix}$$

当 $|n| > N$ 时, $r(n) = 0$.

式(9)变为:

$$\text{SNR} = \frac{A^2(N+1)K \mathbf{h}^H \mathbf{r}_{M+N+1} \mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h}}{\sigma^2 \mathbf{h}^H \mathbf{B} \mathbf{h}} \quad (10)$$

匹配输出信噪比为:

$$\text{SNR}_0 = \frac{K(N+1)A^2}{\sigma^2} \quad (11)$$

则信噪比损失为:

$$\text{SNR}_{\text{loss}} = \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{r}_{M+N+1} \mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \mathbf{B} \mathbf{h}} \quad (12)$$

2.3 跳频信号最优失配处理准则

对于多数实际情况,主要考虑的是信号输出最大旁瓣的抑制能力,为了在强信号回波背景下有效的检测弱小信号,就要求滤波器对有效信号的输出旁瓣电平尽可能低,也就是旁瓣电平最大值最小化问题.由于需要加入信噪比损失约束,所以整个滤波器设计问题就转化为如下的最优失配处理准则:

$$\begin{aligned} \min & \|\tilde{\mathbf{r}}^H \mathbf{h}\|_{\infty} \\ \text{St: } & \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{r}_{M+N+1} \mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \mathbf{B} \mathbf{h}} \geq C \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\tilde{\mathbf{r}}$ 为 \mathbf{r} 中除去主瓣范围内的各列所对应的矩阵, C 为信噪比损失控制量, $\|\cdot\|_{\infty}$ 为向量的 ∞ -范数.

3 最优失配滤波器设计

式(13)给出的数学模型虽然形式上很简单,但是由于 ∞ -范数描述的旁瓣最大值最小问题并不容易直接求解,需要将旁瓣问题转化成一定的约束条件.旁瓣约束实际上是一种二次约束,如果将旁瓣约束条件转化为一次的^[18],又会限制自变量的取值,这时对应的解不是理想中的最优解.二阶锥规划理论研究表明,在多个二次(包括一次)不等式(等式)约束下,可通过原始-对偶问题的方法来求解该问题.

3.1 二阶锥规划优化原理

二阶锥规划^[19] (SOCP: Second-Order Cone Programming)是凸优化的一个子集,它包含一个原始问题和一个对偶问题.

原始问题(P问题):

$$(P) \min \left\{ \sum_{i=1}^n c_i^T \mathbf{x}_i : \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i = \mathbf{b}, \mathbf{x}_i \in \mathbf{K}_i, i=1, 2, \dots, n \right\} \quad (14)$$

其中 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{K}_i, i=1, \dots, n$ 是变量, $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^m$ 和 $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{m \times k_i}, \mathbf{c}_i \in \mathbf{R}^{k_i}$ 是已知量. \mathbf{K}_i 是维数为 k_i 的二阶锥,即

$$\mathbf{K}_i: \{\mathbf{x}_i = (x_{i0}; \mathbf{x}_{i1}) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}^{k_i-1} : x_{i0} \geq \|\mathbf{x}_{i1}\|\}$$

其中 $\|\cdot\|$ 为向量的欧几里得范数. 单位二阶锥 $\mathbf{e} = (1; 0)$.

对偶问题(D问题):

$$(D) \max \{ \mathbf{b}^T \mathbf{y} : \mathbf{A}_i^T \mathbf{y} + \mathbf{s}_i = \mathbf{c}_i, \mathbf{s}_i \in \mathbf{K}_i, i=1, \dots, n \} \quad (15)$$

其中 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ 为变量, $\mathbf{s}_i \in \mathbf{K}_i$ 称为松弛变量.

对 $\mathbf{x}_i = (x_{i0}; \mathbf{x}_{i1}) \in \mathbf{K}_i$, 其箭形矩阵定义为:

$$\mathbf{L}_{\mathbf{x}_i} = \begin{bmatrix} x_{i0} & \mathbf{x}_{i1}^T \\ \mathbf{x}_{i1} & x_{i0} \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

记:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{K}_1 \times \dots \times \mathbf{K}_n, \mathbf{A} = (\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_n) \in \mathbf{R}^{m \times k}, \\ \mathbf{c} &= (\mathbf{c}_1; \dots; \mathbf{c}_n) \in \mathbf{R}^k, \mathbf{x} = (\mathbf{x}_1; \dots; \mathbf{x}_n) \in \mathbf{K}, \\ \mathbf{s} &= (\mathbf{s}_1; \dots; \mathbf{s}_n) \in \mathbf{K}, \mathbf{L}_x = \text{diag}(\mathbf{L}_{\mathbf{x}_1}, \dots, \mathbf{L}_{\mathbf{x}_n}) \end{aligned}$$

其中 $k = k_1 + \dots + k_n$.

这时 PD 问题则可简写为:

$$(P) \min \{ \mathbf{c}^T \mathbf{x} : \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \in \mathbf{K} \} \quad (16)$$

$$(D) \max \{ \mathbf{b}^T \mathbf{y} : \mathbf{A}^T \mathbf{y} + \mathbf{s} = \mathbf{c}, \mathbf{s} \in \mathbf{K} \}$$

其取得最优值的充分必要条件为^[19]:

$$\begin{cases} \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{y} + \mathbf{s} = \mathbf{c} \\ \mathbf{L}_s = 0 \end{cases} \quad (17)$$

对二阶锥规划问题的求解方法已有较多研究,原始-对偶内点算法是求解此问题的一个有效的方法,其具有很好的收敛性,应用也非常广泛,如波形设计^[20],波束形成^[21]等.在本文的滤波器设计中采用文献[22]提出的一种原始-对偶问题不可行内点算法,并将相应问题转化为 D 问题,然后进行求解.

3.2 基于二阶锥规划优化的旁瓣抑制算法

为了将跳频信号旁瓣抑制滤波器设计问题转化为二阶锥规划问题,必须将约束条件转化为二阶锥,即在约束条件中的分母项中 \mathbf{B} 必须要能够分解成如下形式:

$$\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}^H$$

这时约束条件就可变为:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{r}_{M+N+1} \mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \mathbf{B} \mathbf{h}} &= \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{r}_{M+N+1} \mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}^H \mathbf{h}} \\ &= \frac{|\mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h}|^2}{\|\tilde{\mathbf{B}}^H \mathbf{h}\|^2} \geq C \end{aligned} \quad (18)$$

进一步就可将约束条件转化为:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{M+N+1}^H \mathbf{h} &= 1 \\ \|\tilde{\mathbf{B}}^H \mathbf{h}\| &\leq C^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

因为 $\mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h}$ 表示的是信号的最大输出值,可人为的设置 1.再考虑 $\min \|\tilde{\mathbf{r}}^H \mathbf{h}\|_{\infty}$ 项,若记 $\tilde{\mathbf{r}} = [\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{M+N+1-W}, \mathbf{r}_{M+N+1+W}, \dots, \mathbf{r}_{2M+2N+1}]$, 其中 W 为所设置的主瓣范围宽度.则 $\min \|\tilde{\mathbf{r}}^H \mathbf{h}\|_{\infty}$ 可表示为:

$$\begin{aligned} \min y_1 \\ \text{St: } |\mathbf{r}_i^H \mathbf{h}| &\leq y_1 \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $i = 1, \dots, M+N+1-W, M+N+1+W, \dots, 2M+2N+1$.

所以整个问题就转化为:

$$\begin{aligned} \min y_1 \\ \text{St: } \mathbf{r}_{M+N+1}^H \mathbf{h} = 1 \\ |\mathbf{r}_i^H \mathbf{h}| \leq y_1, \\ \|\tilde{\mathbf{B}}^H \mathbf{h}\| \leq C^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (20)$$

记: $\mathbf{y}_2 = [\text{Re}\{\mathbf{h}\}^T, \text{Im}\{\mathbf{h}\}^T]^T$

$$\mathbf{s}_1 = [\text{Re}\{\mathbf{r}_{M+N+1}^H\}, -\text{Im}\{\mathbf{r}_{M+N+1}^H\}]^T,$$

$$\mathbf{s}_2 = [\text{Im}\{\mathbf{r}_{M+N+1}^H\}, \text{Re}\{\mathbf{r}_{M+N+1}^H\}]^T$$

$$\mathbf{r}_{1i} = [\text{Re}\{\mathbf{r}_i^H\}, -\text{Im}\{\mathbf{r}_i^H\}]^T, \mathbf{r}_{2i} = [\text{Im}\{\mathbf{r}_i^H\}, \text{Re}\{\mathbf{r}_i^H\}]^T$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_1 = [\text{Re}\{\tilde{\mathbf{B}}^H\}, -\text{Im}\{\tilde{\mathbf{B}}^H\}]^T, \tilde{\mathbf{B}}_2 = [\text{Im}\{\tilde{\mathbf{B}}^H\}, \text{Re}\{\tilde{\mathbf{B}}^H\}]^T$$

定义 $\mathbf{y} = [y_1, \mathbf{y}_2^T]^T$, $\mathbf{b} = [-1, \mathbf{0}_{1 \times (2M+1)}]^T$, 则上式可转化为二阶锥 D 问题:

$$\begin{aligned} \max \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\ \text{St: } \mathbf{c}_1 - \mathbf{A}_1^T \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{s}_1^T \\ 0 & \mathbf{s}_2^T \end{bmatrix} \mathbf{y} \in \mathbf{K}^3 \\ \mathbf{c}_{2i} - \mathbf{A}_{2i}^T \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & \mathbf{0} \\ 0 & -\mathbf{r}_{1i}^T \\ 0 & -\mathbf{r}_{2i}^T \end{bmatrix} \mathbf{y} \in \mathbf{K}_i^3 \\ \mathbf{c}_3 - \mathbf{A}_3^T \mathbf{y} = \begin{bmatrix} C^{-\frac{1}{2}} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\tilde{\mathbf{B}}_1^T \\ \mathbf{0} & -\tilde{\mathbf{B}}_2^T \end{bmatrix} \mathbf{y} \in \mathbf{K}^{2M+2} \end{aligned} \quad (21)$$

进一步记:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{c}_1; \mathbf{c}_{21}; \cdots; \mathbf{c}_{2i}; \mathbf{c}_3)$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_{21}, \cdots, \mathbf{A}_{2i}, \mathbf{A}_3)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^3 \times \mathbf{K}_1^3 \times \cdots \times \mathbf{K}_i^3 \times \mathbf{K}^{2M+2}$$

则上述问题可表示为:

$$\begin{aligned} \max \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\ \text{St: } \mathbf{c} - \mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{s} \in \mathbf{K} \end{aligned} \quad (22)$$

即为标准形式的 D 问题,所以可以通过原始-对偶内点法来求解。

很容易看出矩阵 \mathbf{B} 是一个 Hermit 矩阵,并且是半正定的,因为它描述的是功率,所以 \mathbf{B} 能够分解为 $\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{B}}^H$ 的形式,且

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{U} \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \cdots, \sqrt{\lambda_n}) \mathbf{U}^H$$

其中 λ_i 为矩阵 \mathbf{B} 的特征值, \mathbf{U} 为 \mathbf{B} 酉相似对角化所对应的酉矩阵。

3.3 旁瓣抑制算法实现步骤

根据文献[22]中的原始-对偶问题不可行内点算法,结合本文问题,下面给出滤波器设计算法的具体实现步骤:

步骤 1 根据跳频信号自相关输出 $r(n)$, 构造自

相关矩阵 \mathbf{r} 和信噪比损失约束矩阵 \mathbf{B} , 并对 \mathbf{B} 分解获得 $\tilde{\mathbf{B}}$, 设置滤波器输出主瓣宽度 W , 在 \mathbf{r} 中提取出旁瓣约束向量 \mathbf{r}_i 和主瓣约束向量 \mathbf{r}_{M+N+1} ;

步骤 2 按照式(23)及相关公式构造 \mathbf{A} 、 \mathbf{b} 、 \mathbf{c} , 给定 $\epsilon > 0$, $\alpha \in (0, 1)$, 选取初始点 $(\mathbf{x}_0; \mathbf{y}_0; \mathbf{s}_0) = (\mathbf{e}; \mathbf{0}; \mathbf{e}) \in \mathbf{K}^0 \times \mathbf{R}^M \times \mathbf{K}^0$, $\mu_0 = \mathbf{x}_0^T \mathbf{s}_0 / n$, 令 $k = 0$;

步骤 3 若 $\|\mathbf{A}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}\| < \epsilon$ 且 $\|\mathbf{A}^T \mathbf{y}_k + \mathbf{s}_k - \mathbf{c}\| < \epsilon$, 停止; 否则转步骤 4;

步骤 4 令 $\mu_{k+1} = (1 - \alpha)\mu_k$, 解如下线性方程组求的搜索方向 $(\Delta \mathbf{x}_k; \Delta \mathbf{y}_k; \Delta \mathbf{s}_k)$.

$$\begin{cases} \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}_k = -\alpha(\mathbf{A}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}) \\ \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{y}_k + \Delta \mathbf{s}_k = -\alpha(\mathbf{A}^T \mathbf{y}_k + \mathbf{s}_k - \mathbf{c}) \\ \mathbf{L}_{s_k} \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{L}_{s_k} \Delta \mathbf{s}_k = -(\mathbf{L}_{s_k} \mathbf{s}_k - \mu_{k+1} \mathbf{e}) \end{cases}$$

步骤 5 令 $(\mathbf{x}_{k+1}; \mathbf{y}_{k+1}; \mathbf{s}_{k+1}) = (\mathbf{x}_k; \mathbf{y}_k; \mathbf{s}_k) + (\Delta \mathbf{x}_k; \Delta \mathbf{y}_k; \Delta \mathbf{s}_k)$, 置 $k = k + 1$, 转步骤 3。

4 算法仿真

为了定量对上述方法进行验证分析, 这里选取了一组频率跳变信号数据进行仿真。

参数设置: 脉宽 $T = 1\text{ms}$

跳频数 $K = 12$

跳频频率 $f = [0 \ 1 \ 3 \ 5 \ 6 \ 9 \ 13 \ 14 \ 16 \ 19 \ 20 \ 21]\text{kHz}$

采样率 $f_s = 3 * \max(f)$

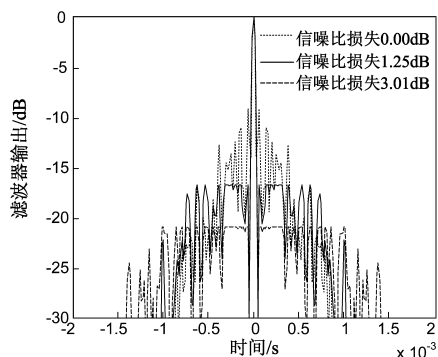
仿真中设置的旁瓣抑制滤波器长度与信号匹配输出长度一致. 信号匹配输出最大旁瓣为 -9.27dB .

仿真 1 不同信噪比损失控制下, 滤波器输出结果比较

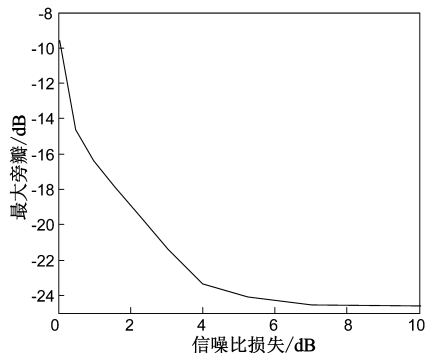
仿真结果如图 2 所示, 图 2(a) 给出了三种信噪比损失下的滤波器输出结果. 其中信噪比损失 0dB 表示没有信噪比损失情况下的滤波器输出, 即跳频信号匹配输出结果, 其旁瓣为 -9.27dB ; 当信噪比损失设置为 1.249dB (0.75 倍) 时, 旁瓣抑制滤波器输出最大旁瓣为 -16.80dB ; 当信噪比损失设置为 3.010dB (0.5 倍) 时, 输出最大旁瓣达到了 -21.06dB . 图 2(b) 中的仿真结果显示了信噪比损失越大滤波器输出的最大旁瓣越小, 即滤波器旁瓣抑制效果越好, 但是会趋于一个稳定值, 该值与 IRLS 算法所得到的滤波器最大信噪比损失一致. 信噪比损失与旁瓣的这种关系决定了在某些时候需要根据实际应用环境来选择相应的信噪比损失和旁瓣抑制之间的平衡. 比如在噪声环境不大大而强弱信号悬殊比较大的情况下, 这时就可通过损失较多的信噪比来提高旁瓣抑制效果, 从而达到弱信号检测的目的。

仿真 2 SOCP 算法与 IRLS 算法比较

虽然 IRLS 算法能有效地抑制频率跳变脉冲信号的



(a) 不同信噪比损失控制下的滤波器输出结果比较



(b) 信噪比损失控制与最大旁瓣的关系

图2 不同信噪比损失控制下的滤波器比较

旁瓣,但是该算法中没有讨论加入信噪比损失控制.因此通过它获得的滤波器是在最大信噪比损失下的最优旁瓣抑制滤波器.而 SOCP 算法是通过给定信噪比损失来设计滤波器的,所以两者方法获得的结果不同.然而,当对 SOCP 算法给定的信噪比损失要求低于所能达到的最大信噪比损失时,该算法的结果同 IRLS 算法是一致的,同时达到的信噪比损失为 IRLS 算法获得的最大信噪比损失.图 3 的仿真结果是在对 SOCP 算法中信噪比控制设置远低于最大信噪比损失的情况下进行的,可见 IRLS 算法与在没有信噪比损失约束下的 SOCP 算法结果的一致性(SOCP 算法中信噪比损失控制量低于实际所能达到的最大信噪比损失时,相当于没有对 SOCP 算法加入信噪比损失控制).对应的最大信噪比损失为 9.12 dB,旁瓣抑制结果为 -24.30 dB.其结果与仿真

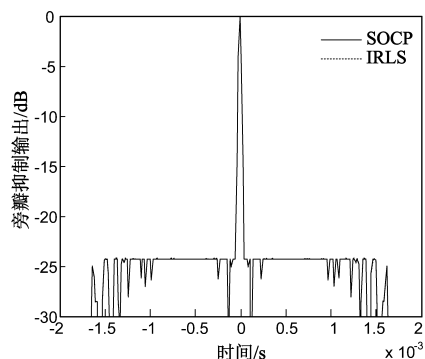


图3 IRLS算法SOCP与算法的比较

1 中的旁瓣收敛结果一样.

5 结束语

综合跳频信号实际应用中需要重点考虑的信噪比损失和旁瓣抑制问题,本文确立了跳频信号在匹配滤波器级联旁瓣抑制滤波器模型下的最优失配处理准则,并提出了基于二阶锥规划的旁瓣抑制滤波器设计方法.该方法的仿真结果表明,基于二阶锥规划的优化算法,能有效地设计出满足一定信噪比损失要求的旁瓣抑制滤波器,并实现跳频信号处理后最大旁瓣最小的目的.虽然本文仅对跳频脉冲信号进行了讨论,但该方法也可用于其它信号的滤波器设计问题以满足恒增益和旁瓣抑制要求,具有良好的实用性和较宽的适用范围.

参考文献

- [1] Wei Yinsheng, Liu Yongtan, Xu Rongqing. A novel 2-D signal processing scheme for quasi-random step frequency signal[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2003, 14(3): 77-80.
- [2] 位寅生,刘永坦.随机断续高频雷达波形设计和处理[J].电子学报,2002,30(3):437-440.
Wei Yinsheng, Liu Yongtan. Random interrupted HF radar waveform designing and processing[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(3):437-440. (in Chinese)
- [3] Zhang Dongpo, Liu Xingzhao. Signal processing technique for randomly discontinuous spectra HF radar waveforms[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2004, 15(4): 511-515.
- [4] 位寅生,刘永坦.准随机跳频信号最大旁瓣抑制及其神经网络实现[J].电子与信息学报,2003,25(8):1035-1041.
Wei Yinsheng, Liu Yongtan. Maximum sidelobe suppression for Quasi-Random step frequency signal and its neural network implementation[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2003, 25(8):1035-1041. (in Chinese)
- [5] 王勤,万显荣,等.基于 CLEAN 算法的非连续谱线性调频中断波信号处理[J].电波科学学报,2009,24(2):243-247.
WANG Qin, WAN Xianrong, et al. Signal processing for discontinuous spectra FMICW based on CLEAN algorithm[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2009, 24(2):243-247. (in Chinese)
- [6] S. D. Green, S. P. Kingsley. Investigation of wide bandwidth HF radar waveforms[J]. IEE Colloquium on Advanced Transmission Waveforms, 1995, (2):1-8.
- [7] S. D. Green, S. P. Kingsley. Improving the range time sidelobes of large bandwidth discontinuous spectra HF radar waveforms [A]. M J Maundrell. The Seventh International Conference on

- HF Radio Systems and Techniques[C]. Nottingham: IEE Conference Publications, 1997. 246 – 250.
- [8] W X Liu, M Lesturie, Y L Lu. Real-time sparse frequency waveform design for HFSWR system[J]. Electronics Letters, 2007, 43(24): 1387 – 1389.
- [9] G H Wang, Y L Lu. Sparse frequency transmit waveform design with soft power constraint by using PSO algorithm[A]. 2008 IEEE Radar Conference[C]. Rome: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2008. 1 – 4.
- [10] Wei Yinsheng, Yang Siliang. A novel adaptive learning method for low-sidelobe step frequency waveform designing [A]. Yuan B. 2010 IEEE 10th International Conference on Signal Processing [C]. Beijing: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2010. 2096 – 2099.
- [11] Lei Qiang, Li Hongwei, et al. High resolution radar imaging based on compressed sensing using sparse stepped-frequency signal[A]. W Rose Stone. 2010 9th International Symposium on Antennas Propagation and EM Theory[C]. Guangzhou: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2010. 670 – 674.
- [12] Byron M Keel, Jay A Saffold, et al. Non-linear stepped chirp waveforms with sub-pulse processing for range sidelobe suppression[A]. Robert Trebits, James L Kurtz. Radar Sensor Technology III [C]. Orlando: SPIE Proceedings, 1998. 87 – 98.
- [13] A W Rihaczek, R M Golden. Range sidelobe suppression for barker codes[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1971, 7(6): 1087 – 1092.
- [14] M H Ackroyd, F Ghani. Optimum mismatched filters for sidelobe suppression[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(2): 214 – 218.
- [15] S D Blunt, K Gerlach. A novel pulse compression scheme based on minimum mean-square error reiteration[A]. Don Sinnott. 2003 Processing of the the International Conference Radar[C]. Adelaide: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2003. 349 – 353.
- [16] B Zrnica, A Zejak, A Petrovii. Pulse compression radar: self-clutter suppression using modified RLS algorithm[A]. Dr. Bratislav, D Milovanovic. 4th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services[C]. Niš: Institute of Electrical and Electronics Engineers, and Faculty of Electronic Engineering, 1999. 363 – 366.
- [17] 王雪飞, 欧钢. 恒增益处理损失的最佳编码旁瓣抑制滤波器[J]. 电子学报, 2003, 31(9): 1418 – 1421.
- WANG Feixue, OU Gang. Optimal code sidelobe suppression filters with constant loss in process gain[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(9): 1418 – 1421. (in Chinese)
- [18] 刘源, 邓维波, 等. 一种超方向性阵列天线综合方法[J]. 电子学报, 2006, 34(3): 459 – 463.
- LIU Yuan, DENG Weibo, et al. A pattern synthesis method for superdirective array antennas [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(3): 459 – 463. (in Chinese)
- [19] F Alizadeh, D Goldfarb. Second-order cone programming[J]. Mathematical Programming, 2003. 3 – 51.
- [20] 纠博, 刘宏伟, 等. 基于凸优化的宽带雷达波形优化方法[J]. 电波科学学报, 2009, 24(2): 264 – 269.
- JIU Bo, LIU Hongwei, et al. Method of broadband radar waveform design based on convex optimization[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2009, 24(2): 264 – 269. (in Chinese)
- [21] 韩洋, 侯朝焕, 等. 基于二阶锥规划的非均匀线性阵低旁瓣波束形成方法研究[J]. 信号处理, 2007, 23(4A): 49 – 52.
- Han Yang, Hou Chaohuan, et al. Optimum beamforming with sidelobe control of non-uniform linear arrays based on second order cone programming [J]. Signal Processing, 2007, 23(4A): 49 – 52. (in Chinese)
- [22] 迟晓妮, 刘三阳. 二次锥规划的一种原-对偶不可行内点算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2007, 34(2): 307 – 311.
- Chi Xiaoni, Liu Sanyang. A primal-dual infeasible-interior-point algorithm for second-order cone programming[J]. Journal of Xidian University, 2007, 34(2): 307 – 311. (in Chinese)

作者简介



位寅生 男, 1974 年出生于黑龙江省. 现为哈尔滨工业大学电子工程系副教授、博士生导师. 研究方向为雷达信号处理, 雷达系统分析与仿真设计.

E-mail: weiyys@hit.edu.cn



杨思亮 男, 1986 年出生于四川省. 现为哈尔滨工业大学电子工程系硕士研究生, 研究方向为雷达信号处理.

E-mail: wanyangsil@163.com