

# 基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法及其应用研究

左 斌<sup>1</sup>, 胡云安<sup>1</sup>, 李 静<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东烟台 264001; 2. 海军航空工程学院 战略导弹工程系, 山东烟台 264001)

**摘 要:** 针对一类输出函数具有多个极值点的极值搜索对象, 当采用传统极值搜索算法时, 系统的输出值将无法准确和平滑地收敛至全局极值点的问题, 提出了一种利用基于混沌退火的参数扰动递归神经网络构建极值搜索算法的新方法. 利用混沌的遍历性以及参数扰动策略, 该极值搜索算法可使系统输出值在混沌退火和参数扰动的粗搜索中运动至它的全局极值点附近; 然后利用递归神经网络的精搜索使之能够平滑和准确地收敛至全局极值点. 同时, 详细分析了此方法的收敛性条件、解的最优性条件以及全局极值搜索的能力, 仿真结果验证了这种分阶段的搜索方法有助于提高极值搜索算法的全局极值搜索能力.

**关键词:** 递归神经网络; 退火; 极值搜索算法; 参数扰动; 优化算法

**中图分类号:** TP273<sup>+</sup>. 23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 12-2651-06

## Research on Extremum Seeking Algorithm Based on Chaotic Annealing Recurrent Neural Network with Parameter Disturbances and Its Application

ZUO Bin<sup>1</sup>, HU Yunnan<sup>1</sup>, LI Jing<sup>2</sup>

(1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China;

2. Department of Strategic Missile Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

**Abstract:** The application of the traditional extremum seeking algorithm (ESA) to an extremum seeking system (ESS) with multivalued output function can result in that the output of the controlled plant can't precisely and smoothly converge to its global extremum. Therefore, a novel ESA based on chaotic annealing recurrent neural network with parameter disturbances (CARNNPD) is proposed for ESS to solve this problem. Utilizing the ergodicity property of chaos and the strategy of parameter disturbances, the coarse search based on chaotic annealing and parameter disturbances will make the output of ESS move to the neighborhood of its global extremum. Then the elaborate search based on recurrent neural network can guarantee the output of ESS precisely and smoothly converge to the global extremum. Moreover, the conditions for asymptotic convergence, solution optimality and global convergence capability of the proposed ESA are derived. Simulation results validate that this design helps to improve the global searching capability of ESA.

**Key words:** recurrent neural networks; annealing; extremum seeking algorithm; parameter disturbances; optimization method

### 1 引言

极值搜索算法是二十世纪中期发展的一种自适应控制方法, 其出现为解决极值搜索系统的控制问题提供了一条有效途径. 极值搜索系统是一类广泛存在于工业生产和军事应用领域的实际系统, 例如汽车刹车控制系统、飞机的紧密编队飞行控制、压缩机控制系统等<sup>[1~3]</sup>. 然而, 在传统的极值搜索算法设计中, 采用正弦信号或

者滑模调节模块作为搜索激励装置的方法<sup>[4,5]</sup>, 无法使系统输出准确收敛至输出函数的极值点, 导致在极值点附近的抖动; 且对于具有多个极值点的极值搜索系统, 这些方法不能保证系统的输出收敛至输出函数的全局极值点.

针对现有极值搜索算法存在的缺陷, 考虑到混沌的遍历性<sup>[6,7]</sup>和参数扰动策略<sup>[8,9]</sup>, 本文提出了一种基于混沌退火的参数扰动递归神经网络的极值搜索算法. 此

方法摒弃了传统极值搜索算法中使用的搜索激励装置, 首先将极值搜索控制问题转化为求解极值搜索系统的输出函数中斜率为零的极值点, 然后构造基于混沌退火的参数扰动递归神经网络, 应用此神经网络优化极值搜索算法可以保证极值搜索系统的输出准确收敛至输出函数的全局极值点, 而且状态变量和输出值始终不会产生抖动现象. 这种极值搜索算法由三个不同的搜索阶段组成, 搜索的初始阶段属于混沌退火搜索, 利用 Lorenz 模型产生混沌扰动, 并直接将其引入递归神经网络, 通过不断衰减混沌扰动的幅度与混沌扰动的接受概率来实现混沌退火的搜索过程; 搜索的中间阶段属于参数扰动搜索, 利用参数扰动策略, 使递归神经网络暂时摆脱初始搜索阶段的收敛点的吸引, 从而验证初始的收敛点是否为全局极值点. 通过参数扰动因子的逐渐减小, 使搜索过程进入最终阶段; 搜索的最终阶段属于递归神经网络的精搜索, 利用递归神经网络自身的收敛性使系统输出准确地收敛至输出函数的全局极值点. 其中, 混沌退火和参数扰动阶段都称为粗搜索阶段; 递归神经网络收敛阶段称为精搜索阶段. 同时, 文中还详细推导了此方法的收敛性条件、解的最优性条件, 以及其全局极值搜索的能力. 仿真结果验证了这种分阶段的搜索过程有利于提高极值搜索算法的全局极值搜索能力.

## 2 问题阐述

考虑一类极值搜索被控对象, 如下式所示.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x(t), u(t)) \\ y &= F(x(t))\end{aligned}\quad (1)$$

式中,  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$  和  $y \in R$  分别为系统的状态向量, 控制向量和输出值.  $f(x(t), u(t))$  是系统的状态方程,  $F(x(t))$  是系统的输出函数.

评注 1 在传统极值搜索算法中,  $F(x(t))$  只能具有一个极值点, 因为一旦  $F(x(t))$  具有多个极值点时, 这些方法不能保证系统的输出值收敛至  $F(x(t))$  的全局极值点. 然而, 本文研究的极值搜索被控对象中  $F(x(t))$  可具有多个极值点.

针对被控对象式(1), 存在如下假设<sup>[4, 5]</sup>:

假设 1 当极值搜索被控对象式(1)采用控制律  $u = \beta(x, \theta)$  时, 存在光滑函数  $I: R^m \rightarrow R^n$ , 使得

$$f(x, \beta(x, \theta)) = 0 \iff x = I(\theta) \quad (2)$$

式中,  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m]^T \in R^m$  为搜索向量.

将式(2)代入到输出函数  $y = F(x)$ , 可得

$$y = (F \circ I)(\theta)$$

其中,  $y = (F \circ I)(\theta)$  也被称为系统的代价函数.

假设 2 对于任意的搜索向量  $\theta$ , 函数  $x = I(\theta)$  是局部渐近稳定.

假设 3 至少存在一组极值搜索向量  $\theta^* = [\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_m^*]^T \in R^m$ , 使得

$$\frac{\partial (F \circ I)(\theta^*)}{\partial \theta_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

同时

$$\frac{\partial^2 (F \circ I)(\theta^*)}{\partial \theta_i^2} < 0 \text{ 或者 } \frac{\partial^2 (F \circ I)(\theta^*)}{\partial \theta_i^2} > 0$$

假设 4 搜索向量  $\theta$  与被控对象式(1)的状态变量  $x$  满足时标分离条件.

评注 2 在实际的极值搜索系统中, 由于搜索向量  $\theta$  的变化要比被控对象状态变量的变化慢得多, 因此当  $\theta$  变化时, 被控对象式(1)在跟踪平衡状态过程中的动态变化是可以被忽略的.

对函数  $y = (F \circ I)(\theta)$  两端求微分, 可得

$$\partial(\theta) \cdot \dot{\theta}(t) = \dot{y}(t) \quad (3)$$

式中,

$$\partial(\theta) = \left[ \frac{\partial (F \circ I)(\theta)}{\partial \theta_1}, \frac{\partial (F \circ I)(\theta)}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial (F \circ I)(\theta)}{\partial \theta_m} \right]$$

在极值搜索系统的控制中, 要求被控对象的输出值  $y$  收敛于其极值点  $y^*$ , 那么也即是要求搜索向量  $\theta$  必须收敛于其极值向量  $\theta^*$ , 从而才能满足  $y^* = (F \circ I)(\theta^*)$ . 一旦搜索向量  $\theta$  收敛于向量  $\theta^*$  处, 那么输出函数对于  $\theta$  各分量的偏导数绝对值  $|\partial(\theta)|$  都将收敛于零. 本文提出利用基于混沌退火的参数扰动递归神经网络优化极值搜索算法的目的就是使  $|\partial(\theta)|$  在最短的时间内收敛于零向量, 当然这一优化过程必须受到式(3)的约束.

综上所述, 极值搜索控制问题可转化为

$$\begin{cases} \text{最小化目标: } |\partial^T(\theta)| \\ \text{约束条件: } \partial(\theta) \cdot \dot{\theta}(t) = \dot{y}(t) \end{cases} \quad (4)$$

进一步, 上式可变化成如下求解形式

$$\begin{cases} \text{最小化目标: } g_1(v) = c^T v \\ \text{约束条件: } p_1(v) = Mv - b = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{式中, } v = \begin{bmatrix} \partial^T(\theta) \\ |\partial^T(\theta)| \\ \theta(t) \end{bmatrix}_{3m \times 1}, \quad c = \begin{bmatrix} 0_{1 \times m} \\ 1_{1 \times m} \\ 0_{1 \times m} \end{bmatrix}^T,$$

$$M = \begin{bmatrix} 1_{1 \times m} & -\text{sign}(\partial(\theta)) & 0_{1 \times m} \\ \dot{\theta}^T(t) & 0_{1 \times m} & 0_{1 \times m} \\ 0_{1 \times m} & 0_{1 \times m} & \partial(\theta) \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{y}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix}, \quad \text{定义 } \text{sign}(\zeta) = \begin{cases} 1, & \zeta > 0 \\ 0, & \zeta = 0 \\ -1, & \zeta < 0 \end{cases}$$

根据对偶原理, 极值搜索问题式(5)存在如下的对偶形式

$$\begin{cases} \text{最大化目标: } g_2(\omega) = b^T \omega \\ \text{约束条件: } p_2(\omega) = M^T \omega - c = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\omega = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]^T_{3 \times 1}$  为  $v$  的对偶变量。

通过上述分析, 一个极值搜索系统的极值搜索问题转化为: 在满足式(5)和式(6)的约束条件下, 应用所设计的基于混沌退火的参数扰动递归神经网络使得  $g_1(v)$  和  $g_2(\omega)$  最优化的问题。基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索系统的结构图如图 1 所示。

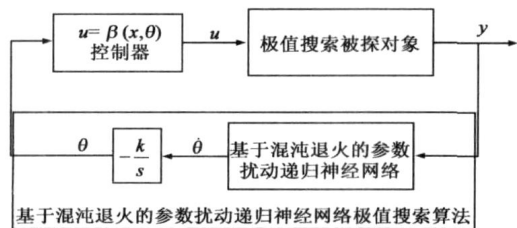


图1 基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索系统结构图

### 3 具有参数扰动的递归神经网络极值搜索算法的设计及分析

基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法分为两步设计, 首先针对单峰值的输出函数, 设计具有参数扰动的递归神经网络极值搜索算法, 确保系统的输出收敛至输出函数的极值点; 然后针对多极值的输出函数, 在已设计的具有参数扰动的递归神经网络极值搜索算法的基础上引入混沌退火过程, 实现基于混沌退火的参数扰动递归神经网络的设计。

#### 3.1 参数扰动递归神经网络的设计

参数扰动递归神经网络的能量函数设计为

$$E(v, \omega) = \frac{1}{2} D(t) (g_1(v) - g_2(\omega))^T (g_1(v) - g_2(\omega)) + \frac{1}{2} \|p_1(v)\|^2 + \frac{1}{2} \|p_2(\omega)\|^2 \quad (7)$$

式中,  $D(t)$  为扰动参数, 其数学形式为  $D(t) = \gamma \alpha^{-\eta}$  或  $D(t) = \gamma(1+t)^{-\eta}$ , 其中  $\alpha > 1$ ,  $\gamma > 0$  和  $\eta > 0$  为可调参数。

显然, 在  $D(t)$  的两种数学形式中,  $D(t)$  都是非负的单调递减函数, 且  $\lim_{t \rightarrow \infty} D(t) = 0$ 。

参数扰动递归神经网络的内部动态方程定义为沿能量函数式(7)的梯度负方向, 令  $u_1, u_2$  分别表示神经元的内部状态变量, 则有

$$\frac{du_1}{dt} = -\mu \frac{\partial E(v, \omega)}{\partial v} = -\mu [D(t) c(c^T v - b^T \omega) + M^T(Mv - b)] \quad (8)$$

$$\frac{du_2}{dt} = -\mu \frac{\partial E(v, \omega)}{\partial \omega} = -\mu [-D(t) b(c^T v - b^T \omega) + M(M^T \omega - c)] \quad (9)$$

$$v = q(u_1) \quad (10)$$

$$\omega = q(u_2) \quad (11)$$

式中,  $\mu$  为正的比例系数,  $u_1$  和  $u_2$  分别是对应于  $v$  和  $\omega$  的同维向量,  $q(\cdot)$  为  $S$  型的激活函数, 其形式为

$$v = q(u_1) = \frac{1}{1 + \exp(-u_1/\varepsilon_1)} - 0.5 \text{ 和}$$

$$\omega = q(u_2) = \frac{1}{1 + \exp(-u_2/\varepsilon_2)} - 0.5,$$

且  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ 。

由式(8)~(11)构成参数扰动递归神经网络的结构形式。通过调节系数  $\mu$  的大小, 可以改变神经网络的权连接矩阵和阈值向量。

#### 3.2 参数扰动递归神经网络的收敛性与解的最优性分析

为了叙述的简洁, 定义  $\bar{v}$  和  $\bar{\omega}$  为参数扰动递归神经网络输出  $v$  和  $\omega$  的稳定解,  $v^*$  和  $\omega^*$  为  $v$  和  $\omega$  的最优解, 此时由式(5)和式(6)所描述的极值问题是单峰极值问题。同时, 令  $G_1(v) = [g_1^T(v) \quad g_1^T(v) \quad g_1^T(v)]^T$  与  $G_2(\omega) = [g_2^T(\omega) \quad g_2^T(\omega) \quad g_2^T(\omega)]^T$  分别为  $g_1(v)$  和  $g_2(\omega)$  的扩展向量。

假设 5 Jacobian 矩阵  $J[q(u_1)]$  和  $J[q(u_2)]$  都是半正定的矩阵。

定理 1 如果假设 5 成立, 且选用给定形式的扰动参数  $D(t)$  时, 由式(8)~(11)所示的参数扰动递归神经网络的输出向量  $v$  和  $\omega$  渐近收敛于稳定解  $\bar{v}$  和  $\bar{\omega}$ , 并且  $\bar{v}$  和  $\bar{\omega}$  一定是满足(5)式和(6)式的可行性解。

通过选取 Lyapunov 函数  $L(t) = E(v, \omega, t)$ , 可以证明定理 1。由于篇幅的限制, 在此省略定理 1 的详细证明过程。

定理 2 如果假设 5 成立, 对于任意的时间  $t \geq 0$ , 存在  $\nabla g_1(v) \neq 0$  和  $\nabla g_2(\omega) \neq 0$  ( $\nabla g_1(v)$  和  $\nabla g_2(\omega)$  分别为  $g_1(v)$  和  $g_2(\omega)$  对应于  $v$  和  $\omega$  的偏导数); 当选用给定形式的  $D(t)$  时, 且满足  $D(t) \geq \max\{0, N_1/M_1, N_2/M_2\}$ , 其中,

$$N_1 = (\nabla p_1^T(v) - \nabla G_1^T(v)) J[q(u_1)] \frac{\partial p_1(v)}{\partial v} p_1(v),$$

$$M_1 = (\nabla G_1^T(v) - \nabla p_1^T(v)) J[q(u_1)] \frac{\partial g_1(v)}{\partial v} \cdot (g_1(v) - g_2(\omega)),$$

$$N_2 = (\nabla p_2^T(\omega) - \nabla G_2^T(\omega)) J[q(u_2)] \frac{\partial p_2(\omega)}{\partial \omega} p_2(\omega),$$

$$M_2 = (\nabla G_2^T(\omega) - \nabla p_2^T(\omega)) J[q(u_2)] \frac{\partial g_2(\omega)}{\partial \omega} \cdot (g_1(v) - g_2(\omega)),$$

那么, 参数扰动递归神经网络输出的稳定解  $\bar{v}$  和  $\bar{\omega}$  一定是满足式(5)和式(6)的最优解。

证明 首先, 对于扰动参数  $D(t)$  存在

$$D(t) \geq N_1/M_1$$

那么, 上式意味着

$$\mu D(t) (\nabla G_1^T(v) - \nabla p_1^T(v)) J[q(u_1)] \frac{\partial g_1(v)}{\partial v} (g_1(v) - g_2(\omega)) \geq \mu (\nabla p_1^T(v) - \nabla G_1^T(v)) J[q(u_1)] \frac{\partial p_1(v)}{\partial v} p_1(v)$$

经过不等式变形,并结合式(8),可得

$$\nabla G_1^T(v) J[q(u_1)] \frac{du_1(t)}{dt} \leq \nabla p_1^T(v) J[q(u_1)] \frac{du_1(t)}{dt}$$

$$\text{由于 } \frac{dv}{dt} = J[q(u_1)] \frac{du_1}{dt} \text{ 和 } \frac{dG_1(v)}{dt} = \nabla G_1^T(v) \frac{dv}{dt},$$

将其代入上述不等式,则可得

$$\frac{dG_1(v(t))}{dt} \leq \frac{dp_1(v(t))}{dt}$$

此不等式意味着,对于任意的时间  $t' \leq t''$ , 存在  $G_1(v(t')) - G_1(v(t')) \leq p_1(v(t')) - p_1(v(t'))$ . 考虑到当  $t = t^*$  时,  $v$  取得最优值  $v^*$ , 从而可得

$$G_1(v(\infty)) - G_1(v(t^*)) \leq p_1(v(\infty)) - p_1(v(t^*)) \\ \Rightarrow G_1(\bar{v}) - G_1(v^*) \leq p_1(\bar{v}) - p_1(v^*)$$

又根据定理 1, 可知  $p_1(\bar{v}) = p_1(v^*) = 0$ , 将其代入上式则有

$$G_1(\bar{v}) \leq G_1(v^*) \Rightarrow G_1(\bar{v}) \leq G_1(v^*) \quad (12)$$

另一方面,在式(5)和式(6)构成的单峰值问题中,  $v^* = \arg \min_{v \in V} g_1(v)$  ( $V$  表示  $v$  的所有可行解的集合)一定是它的全局最小值,根据  $v^*$  是全局最小值的定义,则有

$$g_1(\bar{v}) \geq g_1(v^*) \quad (13)$$

综合考虑不等式(12)和不等式(13),最终可得

$$g_1(\bar{v}) = g_1(v^*) = \min_{v \in V} g_1(v)$$

同理,针对不等式  $D(t) \geq N/M_2$ , 可得

$$g_2(\bar{\omega}) = g_2(\omega^*) = \max_{\omega \in U} g_2(\omega)$$

式中,  $U$  表示  $\omega$  的所有可行解的集合. 证毕.

评注 3 定理 2 给出了扰动参数  $D(t)$  的一个下界条件,适当调节  $D(t)$  的取值可满足此条件.

通过上述推导证明:若设计的参数扰动递归神经网络满足定理 1 和定理 2 的条件,那么其输出向量  $v$  和  $\omega$  必定准确地收敛至最优解  $v^*$  和  $\omega^*$ , 从而使得搜索向量  $\theta$  也收敛至极值  $\theta^*$  处.

#### 4 基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法设计及分析

##### 4.1 基于混沌退火的参数扰动递归神经网络设计

如果由式(5)和式(6)所描述的极值问题不再是单峰值问题,而是存在多个极值点的情况,为了最终得到全局极值解,本文在上述参数扰动递归神经网络的基础上,引入混沌退火过程,利用混沌的遍历性,提高神经网络的全局搜索能力.基于混沌退火的参数扰动递

归神经网络如下.

$$\frac{du_1}{dt} = \begin{cases} -\mu \left[ D_1(t) \frac{\partial g_1(v)}{\partial v} (g_1(v) - g_2(\omega)) + \frac{\partial p_1(v)}{\partial v} p_1(v) \right] + \Gamma_1(x_1(\tau_1 - \rho_1) + \rho_1) & \text{randnum} < P_1(t) \\ -\mu \left[ D_2(t) \frac{\partial g_1(v)}{\partial v} (g_1(v) - g_2(\omega)) + \frac{\partial p_1(v)}{\partial v} p_1(v) \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

$$\frac{du_2}{dt} = \begin{cases} -\mu \left[ -D_1(t) \frac{\partial g_2(\omega)}{\partial \omega} (g_1(v) - g_2(\omega)) + \frac{\partial p_2(\omega)}{\partial \omega} p_2(\omega) \right] + \Gamma_2(x_2(\tau_2 - \rho_2) + \rho_2) & \text{randnum} < P_2(t) \\ -\mu \left[ -D_2(t) \frac{\partial g_2(\omega)}{\partial \omega} (g_1(v) - g_2(\omega)) + \frac{\partial p_2(\omega)}{\partial \omega} p_2(\omega) \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

$$D_1(t) = \gamma_1 \alpha_1^{-\eta_1 t} \quad (16)$$

$$D_2(t) = \gamma_2 \alpha_2^{-\eta_2 t} \quad (17)$$

$$v = q(u_1) = \frac{1}{1 + \exp(-u_1/\varepsilon_1)} - 0.5 \quad (18)$$

$$\omega = q(u_2) = \frac{1}{1 + \exp(-u_2/\varepsilon_2)} - 0.5 \quad (19)$$

$$\frac{d\Gamma_i(t)}{dt} = \begin{cases} -\kappa & \Gamma_i(t) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, i = 1, 2 \quad (20)$$

$$P_1(t) = \exp(-v/(K_B T)) \quad (21)$$

$$P_2(t) = \exp(-\omega/(K_B T)) \quad (22)$$

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_a(x_2 - x_1) \\ \frac{dx_2}{dt} = b_b x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 x_2 - c_c x_3 \end{cases} \quad (23)$$

$$T = T_0 / \ln(2 + t) \quad (24)$$

式中,  $P_i(t)$ ,  $i = 1, 2$  为混沌噪声的接受概率, 其中  $v = dv/dt$ ,  $\omega = d\omega/dt$ ,  $K_B$  为 Boltzmann 常数,  $T$  为退火温度,  $T_0$  为初始的退火温度; randnum 为在  $[r_a, 1]$  之间的随机数,  $r_a \in [0, 1]$  为最低置信度;  $\Gamma_i(t)$  为混沌噪声的影响系数,  $\kappa$  ( $0 < \kappa < 1$ ) 为  $\Gamma_i(t)$  的衰减因子;  $\varepsilon_1 > 0$  和  $\varepsilon_2 > 0$  为输出向量  $v$  和  $\omega$  的增益系数; 式(23)为 Lorenz 模型映射, 它是基于混沌退火的参数扰动递归神经网络中混沌退火产生的机制,  $[\tau_1, \rho_1]$  和  $[\tau_2, \rho_2]$  为混沌状态  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的运动范围.

评注 4 随着时间的递增, 一旦  $P_i(t)$  减小至最低

置信度  $r_a$  时, 由式(14)~ 式(24)所构建的基于混沌退火的参数扰动递归神经网络就进化为由(8)~ (11)式所定义的参数扰动递归神经网络。

#### 4.2 基于混沌退火的参数扰动递归神经网络的全局收敛性分析

根据非平稳马尔科夫链的定义<sup>[10]</sup>可知: 基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法属于一种非平稳马尔科夫链算法, 而每一种非平稳马尔科夫链都可用一个有向图  $G$  表示。

引理 1<sup>[10]</sup> 令  $S_m = \{i \in V | J(j) \leq J(i), \forall j \in N_i\}$  ( $V$  为有向图  $G$  中所有状态构成的顶点集,  $N_i$  为状态  $i$  邻域中的状态总数) 为状态空间中目标函数的局部极值点集,  $J(i)$  和  $J(j)$  为目标函数的值, 运用非平稳马尔科夫链算法搜索  $S_m$  中的全局最优解, 其中有相图  $G$  对应于此非平稳马尔科夫链算法, 若选取退火温度  $T$  满足  $T > 0$  和  $\lim_{t \rightarrow \infty} T = 0$  且存在时间  $t_k$  使得

$$\int_{t_k}^{\infty} \exp\left[-\frac{rL}{T}\right] dt = \infty \quad (25)$$

成立, 式中  $r = \min_{i \in V} \max_{j \in V} \text{rad}(i, j)$  为有向图  $G$  的半径,  $\text{rad}(i, j)$  为有向图  $G$  中由顶点  $i$  到达顶点  $j$  的最少边数,  $L = \max_{i \in V} \max_{j \in N_i} |J(i) - J(j)|$ 。

此非平稳马尔科夫链算法是强遍历的, 即是与此非平稳马尔科夫链算法相对应的退火算法将以概率 1 收敛于优化问题的全局最优解。

令有向图  $\bar{G}$  对应于基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法, 半径  $\bar{r}$  和  $\bar{L}$  为有向图  $\bar{G}$  中的相关参数, 则有如下定理。

定理 3 令  $\bar{S}_m = \{i \in V | F(j) \leq F(i), \forall j \in N_i\}$  为状态空间中目标函数的所有极值点集,  $F(i)$  和  $F(j)$  都为此目标函数的值, 运用基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法搜索  $\bar{S}_m$  中的全局最优解, 若退火温度  $T$  式(24)满足  $T_0 \geq \bar{r}\bar{L}$  时, 则此极值搜索算法是强遍历的, 即基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法以概率 1 收敛至式(5)和式(6)极值问题的全局最优解。

证明 根据退火温度  $T$  的定义式(24), 可知  $T > 0$ , 且有  $\lim_{t \rightarrow \infty} T = 0$ , 同时将式(24)代入式(25), 可得

$$\begin{aligned} \int_{t_k}^{\infty} \exp\left[-\frac{\bar{r}\bar{L}}{T}\right] dt &= \int_{t_k}^{\infty} \exp\left[-\frac{\bar{r}\bar{L}}{T_0} \cdot \ln(2+t)\right] dt \\ &\geq \int_{t_k}^{\infty} \frac{1}{2+t} dt \\ &= \ln(2+t) \Big|_{t_k}^{\infty} = \infty \end{aligned} \quad (26)$$

根据引理 1, 即可得到定理 3 的结论。证毕。

评注 5 定理 3 证明的是一种理想的情况, 在实际

系统中, 极值搜索算法所对应的有向图  $\bar{G}$  的半径  $\bar{r}$  和  $\bar{L}$  都是必然存在的, 可能针对不同的问题确定  $\bar{r}$  和  $\bar{L}$  的方法存在差异。

#### 5 仿真分析

针对如下无动态极值搜索被控对象

$$y = \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2))^2} - 0.5, |x_i| \leq 10, i = 1, 2 \quad (27)$$

由于此被控对象没有动态变化过程, 则可直接定义  $x_1 = \theta_1, x_2 = \theta_2$ , 运用基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法搜寻式(27)的全局最小值。已知当  $x_1 = 0, x_2 = 0$  时, 输出函数式(27)存在全局最小值  $y(0, 0) = -1$ , 而且在此全局最小值附近存在无穷多个局部极小值, 因而使输出  $y$  准确地收敛于此全局最小值处是非常困难的。

在基于混沌退火的参数扰动递归神经网络中, 设计参数分别为:

$\mu = 35, a_a = 10, b_b = 28, c_c = 8/3, r_a = 0.1, T_0 = 0.5,$   
 $\kappa = 0.01, \varepsilon_1 = 10, \varepsilon_2 = 10, C = 1, x_1(0) = 0.912,$   
 $x_2(0) = 0.551, x_3(0) = 0.5, D_1(t) = 0.01e^{-3t},$   
 $D_2(t) = 0.02e^{-5t}, \tau_1 = \tau_2 = 0.5, \rho_1 = \rho_2 = -0.5,$   
 $\Gamma_1(0) = [-200 \ -20 \ 50 \ 500 \ -35 \ -50]^T,$   
 $\Gamma_2(0) = [100 \ 300 \ 50]^T$ 。同时, 对比于文献[9]中的优化算法, 仿真对比结果如图 2~ 4 所示。

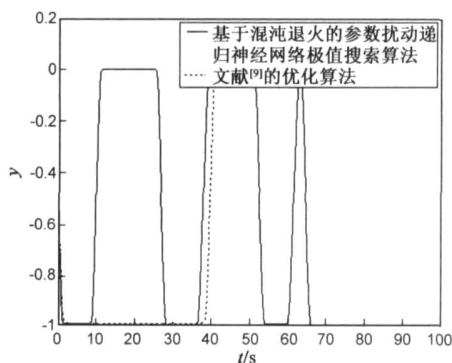


图2 输出值  $y$  的仿真结果

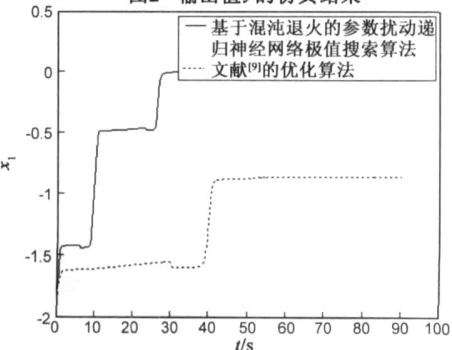
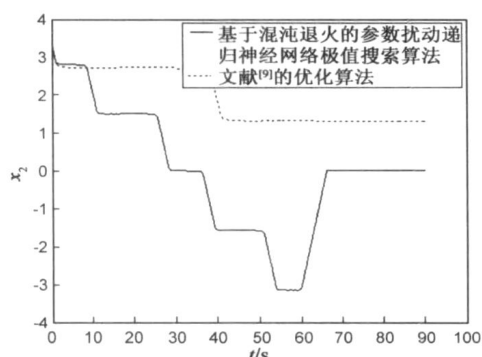


图3 状态变量  $x_1$  仿真结果

图4 状态变量 $x_2$ 仿真结果

通过仿真结果可知, 文献[9]的方法无法收敛至输出函数(27)的全局最小值, 然而本文提出的方法在经过几次搜索阶段后能够收敛至它的全局最小值. 进一步, 将  $x_1, x_2 \in [-10, 10]$  区间上均匀分布的 50 组值分别作为输出函数(27)的初始值, 运用三种优化算法进行仿真对比, 如表 1 所示.

表 1 三种优化算法的仿真结果对比表

方法	运行 50 次, 收敛至全局最优点的次数	运行 50 次, 所有收敛结果的平均值
本文的算法	50	-1.0
文献[7]算法	33	-0.55
文献[9]算法	37	-0.61

## 6 结论

本文提出了一种基于混沌退火的参数扰动递归神经网络极值搜索算法, 利用混沌的遍历性和参数的扰动策略, 使得极值搜索算法具有更强的全局极值搜索能力, 同时也改善了极值搜索系统的动态性能, 增强了系统的稳定性. 此极值搜索算法不仅在极值搜索系统中, 而且在函数优化、组合优化等问题中都能有较好地应用.

### 参考文献:

- [1] S Drakunov, U Ozguner, P Dix, et al. ABS control using optimum search via sliding mode[J]. IEEE Trans Control Systems Technology, 1995, 3(1): 79–85.
- [2] B Zuo, Y A Hu. Optimizing UAV close formation flight via extremum seeking[A]. The 5th WCICA[C]. Hangzhou, China: IEEE, 2004, 3302–3305.
- [3] S Yeung, H H Wang, M Krstic. Experimental application of extremum seeking on an axial flow compressor[J]. IEEE Trans Control Systems Technology, 2000, 8(2): 300–309.
- [4] M Krstic. Toward faster adaptation in extremum seeking control [A]. Proceeding of the 39th IEEE Conference on Decision and Control[C]. USA: IEEE, 1999, 4766–4771.
- [5] Y Pan, U Ozguner, T Acarman. Stability and performance improvement of extremum seeking control with sliding mode[J]. International Journal of Control, 2003, 76(9/10): 968–985.
- [6] L N Chen, K Aihara. Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos[J]. Neural Network, 1995, 8(6): 915–930.
- [7] 张强, 马润年, 王超, 等. 具有暂态混沌动力学的神经网络及其在函数优化计算中的应用[J]. 自然科学进展, 2003, 13(1): 104–107.  
Zhang Qiang, Ma Runnian, Wang Chao, et al. Neural network with transient chaos dynamics and its application to optimization computation[J]. Progress in Natural Science, 2003, 13(1): 104–107. (in Chinese)
- [8] K P Wong, S R Meikle, D G Feng, et al. Estimation of input function and kinetic parameters using simulated annealing: application in a flow model[J]. IEEE Trans Nuclear Science, 2002, 49(3): 707–713.
- [9] 马威, 张国平, 王正欧. 一种基于参数扰动退火策略的神经网络全局优化新算法[J]. 系统工程理论方法应用, 2004, 11(4): 314–318.  
Ma Wei, Zhang Guoping, Wang Zhengou. A new algorithm based on hopfield neural network with the parameter disturbances simulated annealing for the global optimization[J]. Systems Engineering Theory Methodology Applications, 2002, 11(4): 314–318. (in Chinese)
- [10] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.  
Wang Ling. Intelligent optimization algorithms with applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. (in Chinese)

### 作者简介:

左 斌 男, 1979 年生于湖北云梦县, 现为海军航空工程学院在读博士研究生, 主要研究方向为极值搜索算法、神经网络等.

E-mail: zuobin97117@163.com

胡云安 男, 1966 年生于湖北, 现为海军航空工程学院控制工程系教授、博士生导师, 主要研究方向为智能控制、飞行器导航与控制系统设计、系统故障诊断等.

E-mail: hya507@yahoo.com

李 静 女, 1977 年生于山东荣成市, 博士, 现为海军航空工程学院讲师, 主要研究方向为智能系统、网络控制系统等.

E-mail: lijing19772006@yahoo.com.cn