

基于拉氏变换原理的三维磁化等离子体电磁散射 FDTD 分析

杨利霞^{1,2}, 王祎君¹, 王 刚¹

(1. 江苏大学通信工程系, 江苏镇江 212013; 2. 东南大学毫米波国家重点实验室, 江苏南京 210096)

摘 要: 根据拉普拉斯变换(LT)原理,提出了一种新的分析色散介质的电磁特性的时域有限差分(FDTD)算法,称为电流密度拉普拉斯变换时域有限差分(CLTFD)算法.利用磁化等离子体介质中的关于电流密度矢量与电场强度的本构方程,将其两边分别拉普拉斯变换,得到 s 域内的本构方程.最后进行逆拉普拉斯变换和指数差分,得到在时域里易于求解的FDTD迭代方程.通过该方法计算了非磁与磁化等离子体球的后向雷达散射截面(RCS),验证了该方法正确性与有效性.

关键词: 拉普拉斯变换; 磁化等离子体; 电磁散射; 时域有限差分方法

中图分类号: TN011.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 12-2711-05

A 3D FDTD Implementation of Electromagnetic Scattering by Magnetized Plasma Medium Based on Laplace Transfer Principle

YANGLi-xia^{1,2}, WANG Yi-jun¹, WANG Gang¹

(1. Department of Communication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu, 212013, China;

2. State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu, 210096, China)

Abstract: Based on the Laplace Transfer (LT) principle, a novel 3D finite-difference time-domain (FDTD) method, by which the electromagnetic scattering of the dispersive media can be analyzed, is proposed. It is called the Current-Density-Laplace-Transfer FDTD (CLTFD) algorithm. According to the constitutive relation equation between the current density vector and electric-field intensity, the constitutive relation of plasma medium is transformed to the s -domain by using the LT principle. Finally based on the inverse LT and the exponential time stepping, the FDTD iteration equations are obtained which is easy to be solved in the time domain. Using this method, the radar scattering cross-sections (RCS) of the non-magnetism and magnetization plasma ball are computed. The results show that this method is correct and efficient.

Key words: Laplace transfer; magnetized plasma; electromagnetic scattering; finite-difference time-domain method

1 引言

由于等离子体这种色散介质对电磁波的吸收在众多领域的应用和等离子体隐身技术的应用,使得对其电磁性质的研究在近几年成为热门课题之一.在外加磁场情况下,等离子体呈现出电各向异性.目前对其电磁特性的研究方法主要有时域有限差分(FDTD)方法^[1]、积分方程方法(IE)^[2]及矩量法(MoM)^[3]等.而对磁化等离子材料这种复杂色散介质的电磁散射FDTD方法研究,其主要难点在于处理色散的本构关系,即要处理频域的本构关系过度到时域的本构关系当中的卷积问题.文献[4]中采用了递推卷积(RC:Recursive Convolution)方法来

处理这一难题,为了进一步提高计算精度,文献[5,6]采用了电流密度递推卷积(JEC)方法和分段线性电流密度递推卷积(FLRC)方法等.另外,还有的作者为了回避求卷积问题,分别采用了辅助差分方程法^[7](ADE:Auxiliary Differential Equation)、Z变换法^[8](Z-transform)、移位算子法^[9]等方法进行处理这个难题.

在这里,本文根据拉普拉斯变换(LT)原理,提出了一种新的分析色散介质的电磁特性的时域有限差分(FDTD)算法,称为电流密度拉普拉斯变换时域有限差分(CLTFD)算法.利用磁化等离子体介质中的关于电流密度矢量与电场强度的本构方程,将其两边分别拉普拉斯变换,得到 s 域内的本构方程.最后进行逆拉普

收稿日期:2009-01-24;修回日期:2009-09-10

基金项目:江苏省科学技术计划项目(No. BE2008107);东南大学毫米波国家重点实验室开放基金项目(No. K200910);江苏大学高级专业人才科研启动基金(No. 07JDC63)

拉斯变换将其过度到时域,结合指数差分,得到在离散时域里易于求解的 FDID 迭代方程.该方法不仅回避了处理频域的本构关系过度到时域的本构关系当中的卷积问题,而且更适合工程问题的分析,计算精度较 RC-FDID 方法^[4]高.

最后,利用本文方法计算了非磁及磁化等离子体球的后向雷达散射截面(RCS),验证了该方法正确性与有效性;并且利用该方法分析了涂覆磁化等离子体金属球的电磁散射问题.数值结果表明,本文方法是准确有效,计算精度高.

2 三维磁化等离子体 FDID 算法

2.1 磁化等离子中的 Maxwell 方程

对于各向异性的磁等离子来说 Maxwell 和等离子体关联方程基本关系如下:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} + \mathbf{J} = \frac{2}{\rho} \mathbf{E} + \mathbf{b} \times \mathbf{J} \quad (3)$$

式(1)~式(3)中 \mathbf{E} 为电场强度, \mathbf{H} 为磁场强度, \mathbf{J} 为电流密度, μ_0 为真空中的介电常数和导磁率, ρ 为等离子体频率, \mathbf{b} 为等离子体碰撞频, $\mathbf{b} = eB_0/m_e$ 为电子回旋频率, B_0 为外部静态磁场, e 和 m_e 各自表示电子电量和质量.现在考虑一般的情况,设外磁场为任意方向 $\mathbf{b} = b_x \hat{x} + b_y \hat{y} + b_z \hat{z}$,在笛卡尔坐标下对式可以换为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \frac{dJ_x}{dt} \\ \frac{dJ_y}{dt} \\ \frac{dJ_z}{dt} \end{bmatrix} = \frac{2}{\rho} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} - & - & b_z & b_y \\ b_z & - & - & b_x \\ - & b_y & b_x & - \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.2 磁化等离子体电磁散射的 FDID 迭代式

由 Maxwell 旋度方程式(1)~式(2)可知,用 FDID 方法处理这种介质的电磁散射时,磁场三个分量的 FDID 迭代式与常规磁场的时间推进计算公式相同.电场三个分量的 FDID 迭代式,则要作出如下处理:设电流密度 \mathbf{J} 分量位于半整数时间步,利用式(2)求出磁场强度 \mathbf{H} 与电场强度 \mathbf{E} 之间的迭代式,以 x 分量为例,即

$$E_x \Big|_{i+(1/2),j,k}^n = E_x \Big|_{i+(1/2),j,k}^{n-1} - \frac{\Delta t}{\mu_0} \left(H_z \Big|_{i+(1/2),j,k-(1/2)}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i+(1/2),j,k+(1/2)}^{n+1/2} \right)$$

$$- \frac{\Delta t}{\mu_0} \left(H_y \Big|_{i+(1/2),j,k+(1/2)}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i+(1/2),j,k-(1/2)}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\mu_0} J_x \Big|_{i+(1/2),j,k}^{n+1/2} \quad (6)$$

由式(4)可知,电流密度 \mathbf{J} 的三个分量相互耦合,例如计算 J_x 的时候需要用到 J_y 和 J_z 的值.然而要在同一时刻计算 J_y 和 J_z 的值是非常复杂的.此外,如果 \mathbf{J} 在边界上,那么涉及它的计算还会用到一些边界外的值,而这也是困难的.因此,我们采用在 Yee 元胞的中心放置 \mathbf{J} 来克服这些困难,如图 1 所示,并且 \mathbf{J} 的三个分量分布在空间的同一个点上.此时 \mathbf{J} 三个分量的值我们都能容易的得到,且计算时也不涉及元胞外面的值,上面的问题也就迎刃而解.

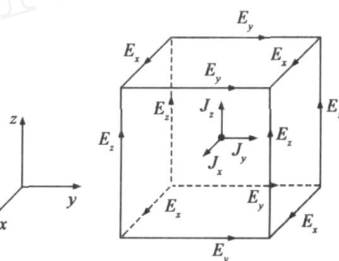


图1 Yee元胞中的电场、磁场和电流密度的空间分布

根据图 1 所示的 Yee 元胞离散方式,对某一空间节点的电(磁)场分量进行空间离散时,若这些场量又刚好不在离散节点位置,这时需要将相邻节点的场量进行空间插值过度到该节点,如在计算 $E_x \Big|_{i+(1/2),j,k}^{n+1}$ 时 $J_x \Big|_{i+(1/2),j,k}^{n+1/2}$ 需做如下处理:

$$J_x \Big|_{i+(1/2),j,k}^{n+1/2} = \frac{1}{4} \left(J_x \Big|_{i+(1/2),j+(1/2),k+(1/2)}^{n+1/2} + J_x \Big|_{i+(1/2),j+(1/2),k-(1/2)}^{n+1/2} + J_x \Big|_{i+(1/2),j-(1/2),k+(1/2)}^{n+1/2} + J_x \Big|_{i+(1/2),j-(1/2),k-(1/2)}^{n+1/2} \right) \quad (7)$$

2.3 电流密度的 FDID 迭代算法分析

下面推导电流密度 \mathbf{J} 的 FDID 迭代式.假设在一个时间步内, \mathbf{E} , \mathbf{b} , 和 ρ 是不变的.这样,为了便于分析,根据拉普拉斯变化原理,将式两边进行拉普拉斯变换,将其转换到 s 域,即有

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} \Rightarrow s\mathbf{I}(s) - \mathbf{J}_0$$

$$\frac{2}{\rho} \mathbf{E} \Rightarrow \frac{1}{s} \frac{2}{\rho} \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} \Rightarrow \mathbf{J}(s)$$

则公式(4)可以写成

$$\mathbf{J}(s) = \frac{2}{\rho} \frac{1}{s} (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{E} + (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{J}_0 \quad (8)$$

其中 \mathbf{I} 为单位矩阵.令

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s + \nu & b_z & - & b_y \\ - & b_z & s + \nu & b_x \\ b_y & - & b_x & s + \nu \end{bmatrix} \quad (9)$$

则 \mathbf{A} 的逆矩阵为

$$A^{-1} = (sI - A)^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* \quad (10)$$

其中 A^* 为 A 的伴随矩阵,

$$|A| = (s + \nu)^3 + (s + \nu)^2 \frac{2}{b}, \quad \frac{2}{b} = \frac{2}{b_x} + \frac{2}{b_y} + \frac{2}{b_z} \quad (11)$$

这样 A^{-1} 可以表示为

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{(s + \nu)^3 + (s + \nu)^2 \frac{2}{b}} \begin{bmatrix} (s + \nu)^2 + \frac{2}{b_x} & b_x b_y - (s + \nu) & b_z & b_x b_z + (s + \nu) & b_y \\ b_x b_y + (s + \nu) & b_z & (s + \nu)^2 + \frac{2}{b_y} & b_y b_z - (s + \nu) & b_x \\ b_x b_z - (s + \nu) & b_y & b_y b_z + (s + \nu) & b_x & (s + \nu)^2 + \frac{2}{b_z} \end{bmatrix} \quad (12)$$

为了后面的计算方便, 设

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{31} & t_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

经过上述处理后, 式(8)变为

$$J(s) = 0 \quad \frac{2}{p} \frac{1}{s} A^{-1} E + A^{-1} J_0 \quad (14)$$

为了求得时域电流密度的表达式, 对式两边再进行逆拉普拉斯变换, 将其变换到时域. 为此, 可将式(14)等号右边拆分成两个部分, 一部分是关于 A^{-1} 的部分; 另一部分是关于 $\frac{1}{s} A^{-1}$ 的部分.

对 A^{-1} 进行逆拉普拉斯变换就是对矩阵 A^{-1} 中的每个元素进行逆拉普拉斯变换, 对 $\frac{1}{s} A^{-1}$ 进行逆拉普拉斯变换就是把 $\frac{1}{s}$ 乘以矩阵 A^{-1} 中的每个元素, 然后再对每个元素进行逆拉普拉斯变换. 根据这个方法, 下面先对 A^{-1} 进行逆拉普拉斯变换, 推导如下:

根据式(12)和式(13), 有

$$t_{11} = \frac{(s + \nu)^2 + \frac{2}{b_x}}{(s + \nu)^3 + (s + \nu)^2 \frac{2}{b}} = \frac{(s + \nu)^2}{(s + \nu)^3 + (s + \nu)^2 \frac{2}{b}} + \frac{\frac{2}{b_x}}{(s + \nu)^3 + (s + \nu)^2 \frac{2}{b}} \quad (15)$$

由 s 域和时域的变换关系, 并且利用 $s \leftrightarrow \nu + \frac{2}{b}$ 对应的频移性质 $e^{-\nu t}$, 式(15)前面一项可表示为

$$\frac{(s + \nu)^2}{(s + \nu)^3 + (s + \nu)^2 \frac{2}{b}} \leftrightarrow e^{-\nu t} \frac{s^2}{s^3 + s \frac{2}{b}} = e^{-\nu t} \frac{s}{s^2 + \frac{2}{b}} \quad (16)$$

式(16)的逆拉普拉斯变换为 $\cos \frac{2}{b} t e^{-\nu t}$.

同理式(15)后面一项可表示为

$$\begin{bmatrix} J_x |_{i,j,k}^{n+(1/2)} \\ J_y |_{i,j,k}^{n+(1/2)} \\ J_z |_{i,j,k}^{n+(1/2)} \end{bmatrix} = A(t) \begin{bmatrix} J_x |_{i,j,k}^{n-(1/2)} \\ J_y |_{i,j,k}^{n-(1/2)} \\ J_z |_{i,j,k}^{n-(1/2)} \end{bmatrix} + \frac{0}{4} \frac{2}{p} K(t) \begin{bmatrix} E_x |_{i+(1/2),j,k}^n + E_x |_{i+(1/2),j-1,k}^n + E_x |_{i+(1/2),j,k-1}^n + E_x |_{i+(1/2),j-1,k-1}^n \\ E_y |_{i,j+(1/2),k}^n + E_y |_{i-1,j+(1/2),k}^n + E_y |_{i,j+(1/2),k-1}^n + E_y |_{i-1,j+(1/2),k-1}^n \\ E_z |_{i,j,k+(1/2)}^n + E_z |_{i-1,j,k+(1/2)}^n + E_z |_{i,j-1,k+(1/2)}^n + E_z |_{i-1,j-1,k+(1/2)}^n \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\frac{\frac{2}{b_x}}{(s + \nu)^3 + (s + \nu)^2 \frac{2}{b}} \leftrightarrow e^{-\nu t} \frac{2}{b_x} \frac{1}{s(s^2 + \frac{2}{b})} = e^{-\nu t} \frac{1}{b_x} \frac{s}{s^2 + \frac{2}{b}} \quad (17)$$

式(17)的逆拉普拉斯变换为 $e^{-\nu t} \frac{2}{b_x} \frac{1 - \cos \frac{2}{b} t}{\frac{2}{b}}$.

结合式(16)和式(17)的逆拉普拉斯变换结果, 可得到 t_{11} 的逆拉普拉斯变换为:

$$t_{11} \leftrightarrow e^{-\nu t} (\cos \frac{2}{b} t + \frac{2}{b_x} \frac{1 - \cos \frac{2}{b} t}{\frac{2}{b}}) \quad (18)$$

同理可求得 A^{-1} 矩阵其它元素的逆拉普拉斯变换, 结果写成矩阵形式如下

$$A^{-1} = A(t) = e^{-\nu t} \begin{bmatrix} C_1 \frac{2}{b_x} + \cos \frac{2}{b} t & C_1 b_x b_y - S_1 b_z & C_1 b_x b_z + S_1 b_y \\ C_1 b_x b_y + S_1 b_z & C_1 \frac{2}{b_y} + \cos \frac{2}{b} t & C_1 b_y b_z - S_1 b_x \\ C_1 b_x b_z - S_1 b_y & C_1 b_y b_z + S_1 b_x & C_1 \frac{2}{b_z} + \cos \frac{2}{b} t \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中, $C_1 = \frac{1 - \cos \frac{2}{b} t}{\frac{2}{b}}$, $S_1 = \frac{\sin \frac{2}{b} t}{\frac{2}{b}}$.

用同样的方法可以就得 $\frac{1}{s} A^{-1}$ 的逆拉普拉斯变换结果

$$\frac{1}{s} A^{-1} = K(t) = \frac{e^{-\nu t}}{\frac{2}{b} + \nu^2} \begin{bmatrix} C_2 b_x b_y + C_3 & C_2 b_x b_y - C_4 b_z & C_2 b_x b_z + C_4 b_y \\ C_2 b_y b_x + C_4 b_z & C_2 b_y b_y + C_3 & C_2 b_y b_z - C_4 b_x \\ C_2 b_x b_z - C_4 b_y & C_2 b_z b_y + C_4 b_x & C_2 b_z b_z + C_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中

$$C_2 = (e^{\nu t} - 1) / \nu - \nu C_1 - S_1, \quad C_3 = \nu (e^{\nu t} - \cos \frac{2}{b} t) + \frac{2}{b} \sin \frac{2}{b} t, \quad C_4 = e^{\nu t} - \cos \frac{2}{b} t - \nu S_1$$

综上, 式(14)的逆拉普拉斯变换结果为

$$J(t) = 0 \quad \frac{2}{p} K(t) \cdot E + A(t) \cdot J_0 \quad (21)$$

至此, 我们得到了时域里电流密度矢量和电场强度矢量的关系式. 下面根据图(1)所示的 Yee 元胞离散方式将式(21)在时域里进行离散, 得到离散时域的关于电流密度矢量和电场强度矢量之间的 FDTD 迭代式. 由于式(21)里面的矩阵函数 $K(t)$ 和 $A(t)$ 的各个元素包含指数函数, 因此在此 $n + 1/2$ 时间步对式结合指数差分^[1]进行离散得

上式中,由于电流密度矢量 \mathbf{J} 的 3 个分量位于 Yee 元胞的中心,但是电场 3 个分量位于 Yee 元胞的棱边上,因此计算中用到空间插值求平均的方法.至此我们得到了离散时域的电场强度矢量和电场强度矢量之间的 FDTD 迭代式.

3 算法验证

算例 1:计算半径为 3.75mm 的非磁等离子球的后向雷达散射截面 RCS. 等离子体电子回旋频率 $\omega_b = 0$, 等离子体频率 $\omega_p = 2 \times 28.7 \times 10^9 \text{ rad/s}$, 等离子碰撞频率为 $\nu = 20 \text{ GHz}$. 计算中 FDTD 元胞尺度为 $\Delta x = 5 \times 10^{-2} \text{ mm}$, 离散后的球半径为 75, $\Delta t = \Delta x / 2c_0$, 入射高斯脉冲为 $E_i(t) = \exp[-4(t - t_0)^2 / \Delta t^2]$, $\Delta t = 30 \Delta t$, $t_0 = 0.8$. 图 2 为等离子球的后向 RCS. 图中圆圈表示由 Mie 级数所得的解析结果, 实线表示为本文计算结果, 三角形表示 RC-FDTD 方法计算结果. 由图可以看出两者结果符合很好, 其中在低频(低于 20GHz)部分本文方法计算结果较 RC-FDTD 方法符合更好, 表明本文方法在计算精度上更高.

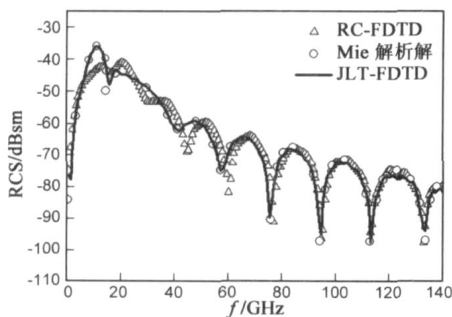


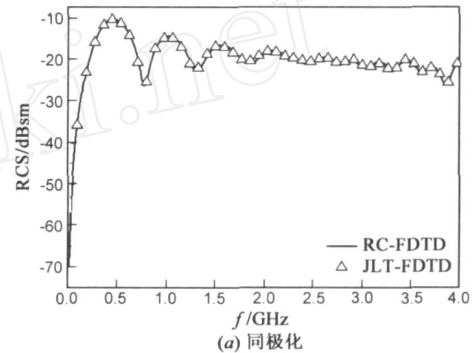
图2 非磁等离子球的后向RCS

算例 2:计算半径为 0.1m 的磁化等离子球的后向雷达散射截面 RCS. 当外加磁场平行于 z 轴时,即等离子体电子回旋频率 $\omega_b = 300 \text{ GHz}$, 等离子体频率 $\omega_p = 28.7 \text{ GHz}$, 等离子碰撞频率 $\nu = 300 \text{ GHz}$. 当入射波沿着 z 轴正向入射, 平行于 x 轴极化, 则该磁化等离子球的后向 RCS 如图 3(a) 所示, 交叉极化后向 RCS 如图 3(b) 所示. 作为比较, 图 3 给出了 RC-FDTD 方法的计算结果, 其中实线表示 RC-FDTD 方法计算结果, 三角形表示本文计算结果. 图 3 计算结果表明, 在外加磁场情况下两种方法计算结果相符, 并且进一步说明本文方法的正确性.

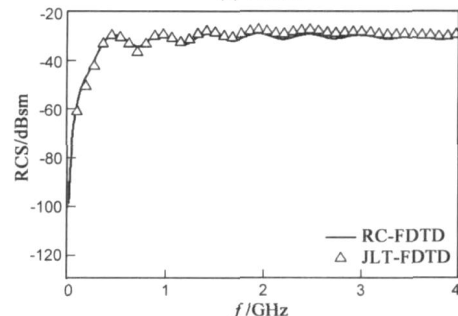
4 算例分析

算例 3:分析不同等离子回旋频率情况下磁化等离子球的电磁散射特性. 等离子球半径 $r = 0.01 \text{ m}$. 等离子体碰撞频率 $\nu = 300 \text{ GHz}$, 等离子体角频率 $\omega_p = 2 \times 28.7 \times 10^9 \text{ rad/s}$. 计算空间离散间隔为 $\Delta x = 0.5 \text{ mm}$, 入射波为高斯脉冲, 沿 z 轴入射. 分别取等离子体回旋频率 $\omega_b =$

50GHz, $\omega_b = 100 \text{ GHz}$, $\omega_b = 300 \text{ GHz}$, $\omega_b = 400 \text{ GHz}$. 磁化等离子体球的后向 RCS 计算结果如图 4 所示. 从结果可以看出磁化等离子体球的后向散射 RCS 随着等离子体回旋频率的增大而减小, 而交叉极化后向 RCS 随着等离子体角频率的增大而增大.

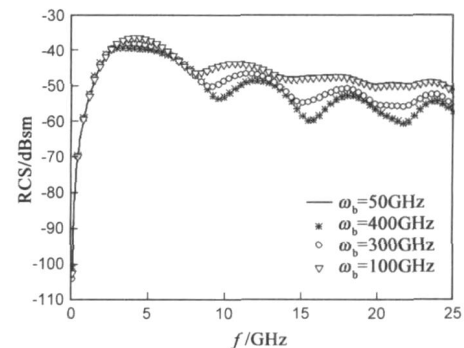


(a) 同极化

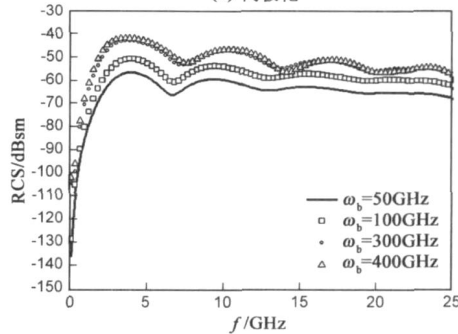


(b) 交叉极化

图3 磁化等离子球的后向RCS



(a) 同极化



(b) 交叉极化

图4 不同等离子回旋频率的磁化等离子球的后向RCS

算例 4:分析不同等离子体回旋频率情况下涂覆磁

化等离子体层的金属导体球的电磁散射特性. 金属球半径为 $r = 0.01\text{m}$, 等离子涂层厚度为 2.5mm . 等离子体碰撞频率 $\nu = 300\text{GHz}$, 等离子体角频率 $\omega_p = 2 \times 28.7 \times 10^9\text{rad/s}$. 计算空间离散间隔为 $\Delta = 0.5\text{mm}$, 入射波为高斯脉冲, 沿 z 轴入射. 等离子体回旋频率分别取 $\omega_b = 50\text{GHz}$, $\omega_b = 100\text{GHz}$, $\omega_b = 300\text{GHz}$, $\omega_b = 400\text{GHz}$. 涂覆磁化等离子体涂层金属球的同极化和交叉极化的后向 RCS 计算结果分别于如图 5 所示. 从结果可以看出磁化等离子体球在同极化后向 RCS 随着等离子体回旋频率的增大有所减少, 而交叉极化后向 RCS 随着等离子体回旋频率的增大而增大.

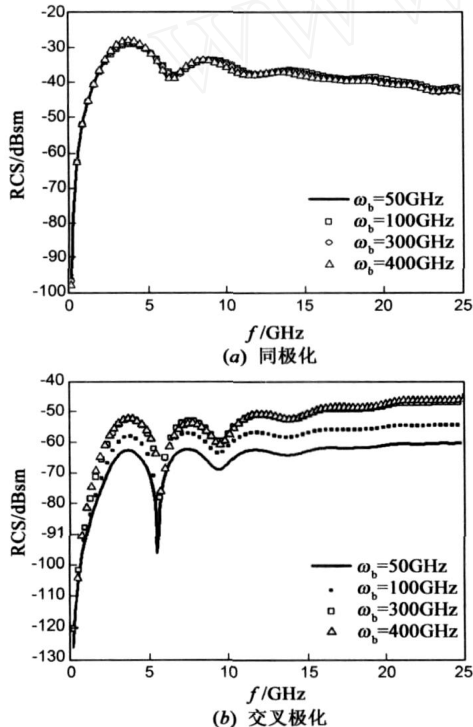


图5 涂覆磁化等离子体涂层金属球的后向RCS

5 结论

根据拉普拉斯变换(LT)原理,提出了一种新的分析色散介质电磁特性的电流密度拉普拉斯变换时域有限差分(CT-FDTD)算法. 该方法是利用磁化等离子体介质中的关于电流密度矢量与电场强度的本构方程,将其两边分别拉普拉斯变换,得到 s 域内的本构方程. 最后进行逆拉普拉斯变换和指数差分,得到在离散时域里易于求解的 FDTD 迭代方程. 这样不仅回避了处理频域的本构关系过度到时域的本构关系当中的卷积问题,而且更适合工程问题的分析,计算精度较 RC-FDTD 方法高. 通过该方法计算了非磁与磁化等离子体球的后向雷达散射截面(RCS),计算结果表明本文方法是正确有效的. 另外我们还分析计算了不同等离子体回旋频率下磁化等离子体球和涂覆磁化等离子金属球的后

向散射情况,从结果可以发现磁化等离子体球的同极化后向散射 RCS 随着等离子体回旋频率的增大而减小,而交叉极化后向散射 RCS 随着等离子体角频率的增大而增大.

参考文献:

- [1] A Taflov, S C Hagness. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method [M]. Norwood, MA: Artech House, 2005.
- [2] K Tsubota, H Igarashi, T Honma. A kinetic analysis of plasma sheaths by integral equation method[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1997, 33(2): 1366 - 1369.
- [3] Y L Geng, X B Xu, L W Li. Characterization of electromagnetic scattering by a plasma anisotropic spherical shell [J]. IEEE Microw Wireless compon Lett, 2004, 3(1): 100 - 103.
- [4] R Luebbers, F P Hunsberger, K S Kunz, et al. A frequency dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive material[J]. IEEE Trans Electromagn Compat, 1990, 32(3): 222 - 227.
- [5] 李毅, 徐利军, 袁乃昌. 磁化等离子体的并行三维 JEC-FDTD 算法及其应用[J]. 电子学报, 2008, 36(6): 1119 - 1123.
- Li Yi, Xu Lijun, Yuan Naichang. The parallel JEC-FDTD algorithm for magnetized plasmas and it's applications [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(6): 1119 - 1123. (in Chinese)
- [6] 徐利军, 刘少斌, 袁乃昌. 等离子体中的 PLCDRC-AD-FDTD 方法[J]. 电子学报, 2006, 34(3): 483-487.
- Xu Lijun, Liu Shaobin, Yuan Naichang. PLCDRC-AD-FDTD method in isotropic plasma [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(3): 483-487. (in Chinese)
- [7] Y Takayama, W Klaus. Reinterpretation of the auxiliary differential equation method for FDTD [J]. IEEE Microw Wireless compon Lett, 1994, 12(3): 102 - 104.
- [8] D M Sullivan. Z-transform theory and the FDTD method [J]. IEEE Trans Antennas Propag, 1996, 44(1): 28 - 34.
- [9] 葛德彪, 吴跃丽, 朱湘琴. 等离子体散射 FDTD 分析的移位算子法[J]. 电波科学学报, 2003, 18(4): 359 - 362.
- Ge Debiao, Wu Yueli, Zhu Xiangqin. Shift operator method applied for dispersive medium in FDTD analysis [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2003, 18(4): 359 - 362. (in Chinese)

作者简介:

杨利霞 男 1975 年生于湖北鄂州, 博士, 主要研究方向为电磁散射, 电磁场数值计算等. E-mail: lixiayang @yeah.net

王祎君 男, 1983 生于江苏苏州, 硕士生, 主要研究方向为电磁散射, 电磁场数值计算.

王刚 男, 1967 生于新疆, 江苏大学特聘教授, 博士, 主要研究方向为射频与微波通信, 天线理论与设计等.