基于边缘和区域信息相结合的变分水平集图像分割方法

何 宁[1], 张 朋[2]
(1. 北京联合大学信息学院, 北京 100101; 2. 首都师范大学数学科学学院, 北京 100037)

摘 要: 针对 GAC 模型和 C-V 模型分别存在对弱边缘和灰度渐进图像分割效果不理想以及演化效率低等问题, 提出了一种基于边缘和区域信息相结合的变分水平集图像分割方法. 结合了图像边缘梯度信息和区域全局信息的能量函数作为模型的外部能量项, 引入内部变形能量约束水平集函数来逼近符号距离函数, 省去了重新初始化水平集函数的过程, 并融入了物体形状先验知识的附加约束信息, 提高了分割精度. 实验结果表明, 论文所用方法对分割噪声弱边缘图像和灰度渐进图像具有一定的有效性和可行性.

关键词: 图像分割; 偏微分方程; 变分水平集; 先验知识
中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2009) 10-2215-05

Varitional Level Set Image Segmentation Method Based on Boundary and Region Information

HE Ning[1], ZHANG Peng[2]
(1. School of Information, Beijing Union University. Beijing 100101, China;
2. School of Mathematical Sciences, Capital Normal University, Beijing 100037, China)

Abstract: Being GAC model and C-V model has the unsatisfactory segmental results and inefficient curve evolution against weak boundary and intensity inhomogeneity images respectively, an improved varitional level set image segmentation method is proposed. Our model consists of an external energy term that integrate the image information from both the gradient and region, and an internal energy term forces the level set function to be close a signed distance function. Therefore completely eliminates the need of re-initialization procedure. The method incorporate the additional constraint information based object's prior knowledge, which can improve the segmentation accuracy. Experimental results show that the method is effectiveness and feasibility on segmenting the noisy blurry boundary and intensity inhomogeneity images.

Key words: image segmentation; PDE; variational level set; prior knowledge

1 变分水平集方法介绍

由 Osher 和 Sethian 提出的水平集(Level Set)方法[1]的基本思想是通过一个高维函数曲面来表达低维的演化曲线或曲面, 保证曲线或曲面演化过程中拓扑结构得到自然地处理, 在图像分割中得到了广泛应用. 变分水平集(Variational Level Set)方法[2~4]的关键是首先建立一个能量模型, 并且能量模型内、外部能量都使用水平集函数表示, 再利用变分法对这个能量函数极小化, 便得到水平集演化的偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE). 相对于传统的由纯粹的 PDE 驱动的水平集图像分割方法, 基于变分水平集的图像分割方法可以在能量函数中自然地融入附加约束信息, 如基于图像区域[3]、边缘[5]或物体形状先验知识等信息, 因而可以产生鲁棒性更强的结果.

测地线活动轮廓(Geodesic Active Contour, GAC)模型[5]是 V. Caselles 等人于 1997 年提出来的基于曲线演化理论和水平集方法的模型, 该模型的提出被认为是 PDE 方法在图像分割应用中的重大突破. 设 U 是 Level Set 函数, GAC 模型的曲线演化偏微分方程具有如下形式

$$\frac{\partial U}{\partial t}=[gk-\nabla g\cdot N]\,|\nabla U|=|\nabla U|\,\mathrm{div}\left(g\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right) \tag{1}$$

其中 g 是标识图像边缘特征的描述函数, k 是平均曲率, N 是曲线的法矢量, ∇ 是梯度算子. 针对这类由曲

收稿日期: 2008-08-06; 修回日期: 2009-01-15
基金项目: 国家自然科学基金(No. 60532080); 北京市自然科学基金(No. 4051002)

线的能量泛函最小化所导出的曲线演化问题, 参考文献[6]提出的变分水平集方法, 得出变分 GAC 模型的曲线演化偏微分方程

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D_\varepsilon(U)\,\mathrm{div}\left(g\,\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right) \tag{2}$$

式中 $D_\varepsilon(z) = \frac{d}{dz}H_E(z)$, $H_E(z)$ 为正则化的 Heaviside 函数: $H(z) = \begin{cases} 1, & z \geqslant 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$. 本文取 $H_E(z) = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{2}{\pi}\arctan\left(\frac{z}{\varepsilon}\right)\right]$, 该函数是奇对称函数, 其中的参数 E控制函数从 0 上升到 1 的快慢.

PDE 式(1)属于双曲型, 式(2)属于抛物型, 稳定性较前者高, 因而在数值实现时, 可用较大的时间步长. GAC 模型能在不附加任何外界控制条件下, 自由处理曲线运动时的拓扑结构变化, 是基于边缘的模型中应用最广的一种. 但是, 该模型仍然存在不足之处, 如模型仅利用图像的局部边缘信息, 然而由于图像运动中的边缘并非都是理想的阶梯边缘, 难以分割出边缘模糊图像中的同质区域, 另外当图像中的对象有较深的凹陷边界时, GAC 模型可能使演化曲线停止在某一局部极小值状态, 并不与对象的边界相一致.

Chan 和 Vese[3] 提出的基于简化的 Mumford2Shah 模型[7]和水平集的图像分割方法, 称为无边缘活动轮廓模型, 也可按提出者姓名简称 C2V 模型, 是变分水平集模型的典型应用. 设定义域为 Ω 的图像 $I(x, y)$ 被闭合曲线 C 划分为内部区域和外部区域两个部分 Ω_1 和 Ω_2, 曲线 C 用水平集表示为 $C = \{(x, y) \in \Omega, U(x, y) = 0\}$, 演化曲线的能量函数定义为

$$E(C, c_1, c_2) = L \cdot \mathrm{Length}(C) + M \cdot S_0(C) + K_1\iint_{\Omega_1}|I - c_1|^2\,dx\,dy + K_2\iint_{\Omega_2}|I - c_2|^2\,dx\,dy \tag{3}$$

其中, $\mathrm{Length}(C)$ 表示闭合曲线 C 的长度, $S_0(C)$ 为曲线 C 的内部区域的面积. 第三项和第四项分别是内部区域和外部区域的灰度值与标量 c_1 和 c_2 的平均误差, 也就是实际图像与假定的/ 分片常数0图像之间的偏离. 前两项称为/ 光滑项0(内部能量项), 后两项称为/ 拟合项0(外部能量项). $L, M \geqslant 0$, $K_1, K_2 > 0$ 是各个能量项的权重系数. 只有当演化曲线位于两个同质区域边缘时, E 才能达到最小值.

采用变分水平集方法, 先在式(3)中引入 Heaviside 函数, 将它修改为关于水平集函数 U的泛函, 即

$$E(U, c_1, c_2) = L\iint_\Omega D(U)|\nabla U|\,dx\,dy + M\iint_\Omega H(U)\,dx\,dy + K_1\iint_\Omega |I - c_1|^2 H(U)\,dx\,dy + K_2\iint_\Omega |I - c_2|^2[1 - H(U)]\,dx\,dy \tag{4}$$

这样, 在函数 U固定的条件下, c_1, c_2 分别为

$$c_1 = \frac{\iint_\Omega I(x, y)H(U)\,dx\,dy}{\iint_\Omega H(U)\,dx\,dy}, \qquad c_2 = \frac{\iint_\Omega I(x, y)[1 - H(U)]\,dx\,dy}{\iint_\Omega [1 - H(U)]\,dx\,dy} \tag{5}$$

即 c_1 和 c_2 分别是图像 $I(x, y)$ 在 Ω_1 和 Ω_2 的平均值. 在 c_1 和 c_2 固定的条件下, 相对于 U最小化式(4), 即可得 C2V 模型的水平集演化方程

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D_\varepsilon(U)\left[L\,\mathrm{div}\left(\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right) - K_1(I - c_1)^2 + K_2(I - c_2)^2\right] \tag{6}$$

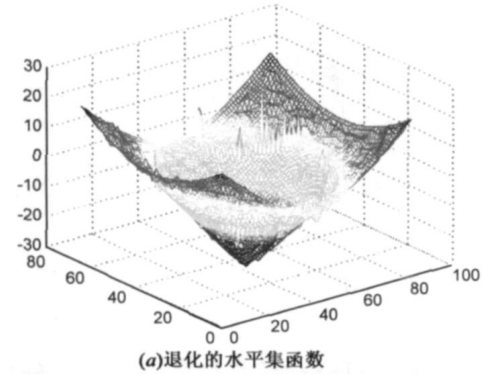
由式(4)可以看出, C2V 模型作为一种有效提高曲线演化拓扑自适应能力的分割模型, 利用了图像同质区域的全局信息, 是图像分割领域中有效的研究工具. 但是, 其同样也存在不足之处. 该模型的内部能量项只是保证零水平集曲线光滑, 而没有考虑水平集函数本身所固有的内在性质, 在某些应用中还需要对水平集函数进行重新初始化, 以使它接近符号距离函数, 保证数值解法的稳定性[8]. 另外, 模型中仅仅利用了图像的区域信息, 而另一个重要的图像边缘信息没有很好地利用, 在一些分割应用中可能产生图像边缘定位不准确的缺陷, 尤其是灰度不均匀的图像.

本文针对弱边缘、噪声较大、深凹陷边界及灰度不均匀的图像分割问题, 提出了融合了物体形状先验知识的基于边缘和区域信息相结合的变分水平集图像分割方法, 使其既具有 GAC 模型的基于边缘梯度信息的分割特点, 又具有 C2V 模型的基于全局区域的图像分割优点, 同时还结合了文献[4]提出的完全无需重新初始化的方法. 在仿真实验中, 选用了边缘梯度不明显、噪声较大、灰度渐进的图像作为样本, 对几种分割算法进行了分析比较.

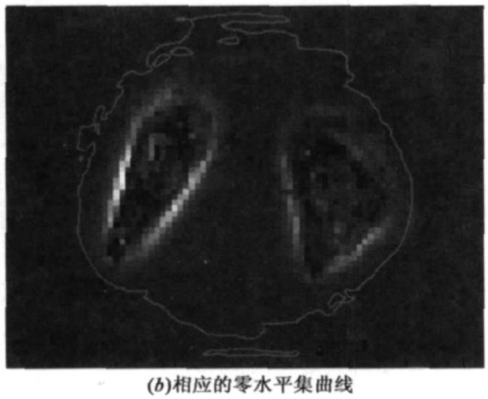
2 改进的变分水平集图像分割方法

211 不需重新初始化的能量函数

在传统的水平集方法中, 初始水平集函数 U通常取由初始轮廓曲线生成的符号距离函数, 并且水平集函数在演化迭代过程中可能发生退化, 使它不再保持为符号距离函数, 而水平集函数一旦发生退化, 将导致数值计算的迭代过程趋向不稳定, 无法得到正确的分割结果(如图 1). 为防止其退化, 有必要在进行若干次 U的更新迭代之后, 作一次重新初始化, 以使 U重新恢复为对于当前零水平集而言是带符号的距离函数[9].



(*a*)退化的水平集函数



(*b*)相应的零水平集曲线

图1　退化的水平集函数

一般地, 这种重新初始化的工作可通过求解下列 PDE 完成:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \mathrm{sign}(U^{(n)})(1 - |\nabla U|) \tag{7}$$

式中 $U^{(n)}$ 表示当前时刻已更新的水平集函数, U 是重新初始化后的水平集函数. 当式(7)达到稳态后, 解 U 显然满足 $|\nabla U| = 1$. 然后就可以将它作为新的水平集函数初值 U_0, 继续水平集函数 U的演化. 但到底多少次迭代之后有必要作一次重新初始化[10], 往往只能根据实验来决定, 而且重新初始化的计算量很大, 导致分割的速度慢.

为了完全避免重新初始化, 文献[4]提出了一种无需重新初始化的变分水平集图像分割方法, 即在关于水平集函数 U的能量泛函中增加一项内部约束能量

$$P(U) = \int_{\Omega} \frac{1}{2}(|\nabla U| - 1)^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{8}$$

它的梯度下降流为

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \Delta U - \mathrm{div}\left(\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right) \tag{9}$$

其中 Δ 表示拉普拉斯算子, 上式可改写为 $\frac{\partial U}{\partial t} = \mathrm{div}\left[\left(1 - \frac{1}{|\nabla U|}\right)\nabla U\right]$, 显然, 这是一个非线性热方程[11], 其传导率为 $A = 1 - \frac{1}{|\nabla U|}$, 当 $|\nabla U| > 1$ 时 $A > 0$, 热量正向传输, 使 $|\nabla U|$ 减小; 反之, 当 $|\nabla U| < 1$ 时 $A < 0$, 使 $|\nabla U|$ 增大. 这样, 对于任何偏离 $|\nabla U| = 1$ 的局部, 在后续的演化中将被纠正过来, 水平集函数在演化过程中, 始终保持为符号距离函数.

212　基于边缘与区域相结合的能量函数

由上述分析可知, 基于图像边缘梯度信息的分割方法, 对图像边界具有较好的局域化效果, 但不具有全局分割能力; 而基于图像全局区域信息的分割方法, 有时物体边缘定位的精确性不够高. 其实, 图像的分割应该是图像区域的最优划分, 但若缺少边缘信息, 就不能确定图像边界的准确位置. 所以, 我们采用将图像的边缘和区域信息相结合并融入了图像先验知识的一种新的变分水平集图像分割方法. 首先对于模型的内部能量项, 仍从符号距离函数的特征入手, 引入内部约束能量

$$P(U) = L\int_{\Omega}(|\nabla U| - 1)^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{10}$$

式中 L 为预先选定的常数. 其次, 对于外部能量项, 分为两个部分, 一是基于图像边缘的梯度信息, 引入关于图像 I 的属性函数 $g(|\nabla I|) = \mathrm{e}^{-|\nabla G_R * I|^2}$, G_R 是尺度参数为 R的高斯光滑核函数, $G_R(u) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}R^n}\mathrm{e}^{-\frac{|u|^2}{2R^2}}$.

在变分 GAC 模型中, 增加一项基于图像先验知识的能量项, 当轮廓线演化到图像梯度的局部极大值且获得与先验形状相一致的形状时停止演化. 如果存在一个尺度参数 X, 一个旋转矩阵 R 和一个平移向量T, 使得 $C_2 = XRC_1 + T$, 则称轮廓线 C_1 与 C_2 匹配. 若 C^* 是表示具有某种先验形状的曲线, $d(x, y) = d(C^*, (x, y))$ 为点(x, y)到 C^* 的距离, 为得到理想的目标边界, 定义如下结合先验知识的基于边缘信息的能量函数

$$E_{edge}(U) = A\int_{\Omega}\{g(x,y) + \frac{K}{2}[XR(x,y)]\}|\nabla H(U)|\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{11}$$

式中 A为权系数, 用以控制基于图像边缘信息的能量项的大小. 二是利用基于 C2V 模型中的二相位分割思想定义如下(结合图像先验知识的)基于图像区域信息的能量项

$$\begin{aligned} E_{region}(U) = {} & (1 - A)K_1\int_{\Omega}|I(x,y) - c_1|^2 H(U)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ & + (1 - A)K_2\int_{\Omega}|I(x,y) - c_2|^2[1 - H(U)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ & + \int_{\Omega} D_E(U)\mathrm{d}^2(XR(x,y) + T)|\nabla U|\mathrm{d}x\mathrm{d}y \end{aligned} \tag{12}$$

c_1, c_2 分别为零水平集曲线 C 的内、外部区域的图像灰度平均值, K_1, K_2, A是正的权系数. A越接近于 1, 边缘约束能量的作用越大, 反之, 区域约束能量的作用越大. 综上, 定义新模型的能量函数为

$$E(U)=P(U)+E_{edge}(U)+E_{region}(U) \quad (13)$$

由上可知, 在式(13)中, 通过引入约束水平集函数作为内部能量用来逼近符号距离函数, 避免了水平集函数演化过程中的重新初始化过程; 外部能量项中既融入了基于图像边缘的梯度信息又包含了图像的全局区域信息, 使得该模型既克服了基于边缘模型中仅利用图像梯度信息的方法, 对于边缘模糊图像的分割效果不理想的缺点, 同时, 这个模型还保留了 C2V 模型对初始曲线的位置要求大大降低的优点. 对上述总能量函数利用变分法极小化可得如下 Euler2Lagrange 方程

$$\frac{\partial E}{\partial U}=-\lambda\left[\delta(U)\,\mathrm{div}\left(\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right)\right]-\alpha D_1(U)+\mathrm{div}\left\{\left(\gamma+\frac{K}{2}d^2\right)\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right\}+(1-\alpha)D_2(U)+\left[K_2(I-c_2)^2-K_1(I-c_1)^2\right] \quad (14)$$

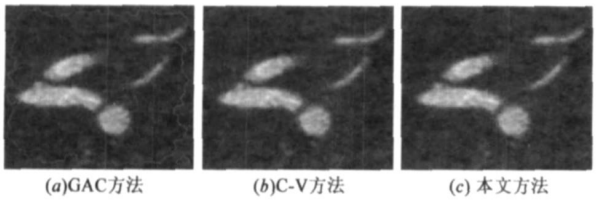
极小化能量函数(14)的梯度下降流方程为

$$\frac{\partial U}{\partial t}=\lambda\left[\delta(U)\,\mathrm{div}\left(\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right)\right]+\alpha D_1(U)+\mathrm{div}\left\{\left(\gamma+\frac{K}{2}d^2\right)\frac{\nabla U}{|\nabla U|}\right\}+(1-\alpha)D_2(U)+\left[K_1(I-c_1)^2-K_2(I-c_2)^2\right] \quad (15)$$

3 数值实验结果和分析

为验证论文所给方法的可行性和有效性, 本文对大量的图像数据进行了仿真实验. 实验是在 CPU 为 E6300, 内存为 1GB 的计算机上, 编程环境为 Matlab711 下运行实现的结果. 实验中所用的参数值分别为 $K_1=K_2=1$, $M=0$, 而 $\lambda=0.2$, 时间步长为 $0.8>\Delta t>1$, 根据图像的实际情况调整 α 值的大小. 下面以 3 幅具有代表性的图像为例分别与 GAC 方法及 C2V 方法进行对比实验来说明本文算法的性能.

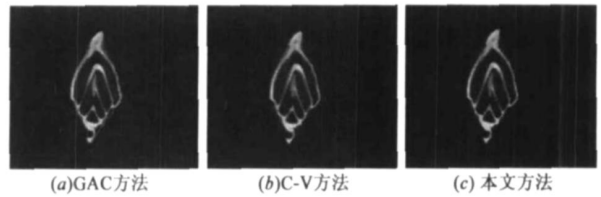
图 2 是带噪声的边缘模糊图像, 使用 GAC 方法无法得到正确分割, C2V 方法虽能进行分割, 但其速度慢且需要迭代的次数多, 用本文提出的模型可对有噪声的弱边缘图像进行分割且能越过物体之间很窄的缝隙, 分割结果精确且速度快.



(a)GAC方法 (b)C-V方法 (c) 本文方法

图2 带噪声的边缘模糊图像

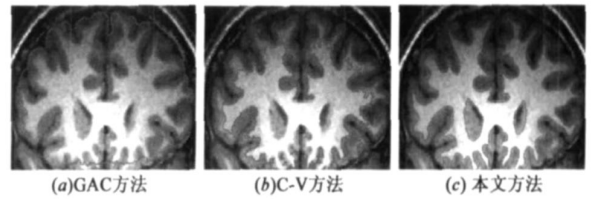
图 3 是具有复杂拓扑结构的 CT 图像, 使用 GAC 方法只能分割外边缘或部分内部的边缘, 且演化曲线不能越过较窄的缝隙, 因而不能正确分割, 使用 C2V 方法分割的结果是物体的边缘会出现严重的/毛刺0, 而且速度很慢, 本文方法分割结果精确且由于不需要重新初始化, 因此分割速度快.



(a)GAC方法 (b)C-V方法 (c) 本文方法

图3 具有复杂拓扑结构的CT图像

图 4 是灰度值不均匀的真实 MRI 图像, 且图像中具有较深的凹陷边界, 使用 GAC 方法不能正确分割, 使用 C2V 方法需要迭代次数多且分割效果不理想, 而使用本文方法可得到理想的分割结果.



(a)GAC方法 (b)C-V方法 (c) 本文方法

图4 真实MRI图像

表 1 为本文方法和 GAC 方法、C2V 方法就分割结果的迭代次数和分割时间进行比较. 从表中可以看出本文方法无论从速度上还是迭代次数方面都具有一定的优越性.

表 1 本文方法与 GAC、C2V 方法性能比较

测试图像	迭代次数(次)/分割时间(秒)		
	GAC 方法	C2V 方法	本文方法
图 2		1000/102.65	250/44.27
图 3	300/5.26	600/47.42	300/8.11
图 4		800/210.89	120/4.14

4 结论

本文在充分考虑变分 GAC 模型和 C2V 模型优点的基础上, 通过构造结合了基于边缘信息和全局区域信息的演化函数, 能够对其所存在的边缘模糊和灰度不均匀的图像分割效果不理想以及演化效率低等问题, 进行了针对性处理. 在模型的构造上, 由于它是一个基于变分的能量极小化模型, 所以满足能量极值原理, 并且结合了物体的形状先验知识, 不仅提高了分割精度, 而且可以得到鲁棒性更强的结果. 在后续的工作中, 我们将利用此方法对多相图像的分割问题作进一步的研究.

参考文献:

[1] S Osher, J A Sethian. Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamilton2Jacobi formulations [J]. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1): 12-49.

[2] S Esodoglu, P Smereka. A variational formulation for a level set

representation of multiphase flow and area preserving curvature flow[J]. Commun. Math. Sci, 2008, 6(1): 125- 148.

[3] T Chan, L Vese. Active contours without edges[J]. IEEE Image Proc, 2001, 10(2): 266- 277.

[4] Li C, Xu C, Gui C, M D Fox. Level set evolution without re2initialization: A new variational formulation[A]. IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Vol. 1[C]. San Diego: IEEE Computer Society Press, 2005. 430 - 436.

[5] V Caselles, R Kimmel, G Sapiro. Geodesic active contours[J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 61- 79.

[6] Zhao HK, T Chan, B Merriman, S Osher. A variational level2set approach to multiphase motion [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 127: 179- 195.

[7] D Mumford, J Shah. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577- 685.

[8] R Malladi, J A Sethian, B C Vemuri. Shape modeling with front propagation: A level set approach[J]. IEEE Trans on PMAI, 1995, 17(2): 158- 175.

[9] Han X, Xu CY, J L Prince. A topology preserving level set method for geometric deformable models[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(6): 755- 768.

[10] J Gomes, O Fangeras. Reconciling distance functions and levelsets [J]. Visiual Communic and Image Representation, 2000, 1(11): 209- 223.

[11] 王大凯, 侯榆青, 彭进业. 图像处理的偏微分方程方法[M]. 北京: 科学出版社, 2008.

作者简介:



何　宁　女, 1970 年 7 月生于辽宁盘锦, 首都师范大学数学科学学院博士研究生, 主要研究方向为 CT 理论与应用及数字图像处理.
E2mail: hening_cnu@sina.com

张　朋　男, 1957 年 3 月生于陕西榆林, 首都师范大学数学科学学院教授、博士生导师, 主要从事 CT 理论与应用及应用数学方面的研究与教学工作. 先后主持国家和省部级科研项目 10 余项, 曾获亚洲 CT 科技进展荣誉奖杯、教育部优秀骨干教师奖、北京市科学技术一等奖等多项奖励.

(上接第 2180 页)

[12] M Belkin, P Niyogi, V Sindhwani. Manifold regularization: a geometric framework for learning from labeled and unlabeled examples[J]. Journal of Machine Learning Research, 2006, 7: 2399- 2434.

[13] A Blum, S Chawla. Learning from labeled and unlabeled data using graph mincuts[A]. Proceedings of the 18th International Conference on Machine Learning[C]. San Fransisco: Norgan Kaufmann, 2001. 19- 26

[14] L Page, S Brin, R Motwani, T Winograd. The Pagerank Citation Ranking: Bring Order to the Web[R]. Technical Report, Stanford University, 1998.

[15] M Balcan, A Blum. A PAC2style model for learning from labeled and unlabeled data[A]. Proceedings of the 18th Annual Conference on Computational Learning[C]. Berlin: Springer, 2005. 111- 126.

[16] S Angluin, P Laird. Learning from noisy examples[J]. Machine Learning, 1988, 2(4): 343- 370.

[17] M Craven, D DiPasquo, D Freitag, A McCallum, T Mitchell, K Nigam, S Slattery. Learning to construct knowledge bases from the world wide web[J]. Artificial Intelligence, 2000, 118(1/2): 69- 113.

[18] C Ling, J Huang, H Zhang. AUC: a Statistically consistent and more discriminating measure than accuracy[A]. Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence[C]. San Fransisco: Morgan Kaufmann, 2003. 329- 341.