

# 一种有限厚度翼片加载螺旋线色散特性及耦合阻抗研究

张 勇, 莫元龙, 李建清, 周晓岚

(电子科技大学物理电子学院高能电子学研究所, 四川成都 610054)

**摘 要:** 翼片加载螺旋线慢波结构广泛应用于大功率、宽频带行波管中。一般的计算未考虑翼片加载所引起的角向空间谐波, 本文考虑空间谐波, 建立了有限厚度翼片加载螺旋线慢波结构的模型, 推导出实用的色散方程和耦合阻抗表达式。利用导出的方程对实际行波管的螺旋慢波结构进行计算, 并与测量结果和简单翼片模型进行了比较。首次通过分析的方法得到加载翼片有最佳中心夹角( )存在。

**关键词:** 螺旋线; 翼片加载; 色散特性

**中图分类号:** TN124. 4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 06-0924-03

## Dispersion Characteristic and Interaction Impedance of Finite Size Vane-Loaded Helix Slow-Wave Structures

ZHANG Yong, MO Yuan-long, LI Jian-qing, ZHOU Xiao-lan

(Institute of High Energy Electronics, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

**Abstract:** The vane-loaded helical slow-wave structures is widely used in high power, broadband traveling-wave tubes (TWTs). Considering azimuthal space harmonics brought by the vanes, the finite size vane model is suggested for vane-loaded helical slow-wave structures in this paper. Two vane-loaded helical slow-wave structures of TWT are calculated by the derived dispersion equations and the expressions of interaction impedance. The calculated results are compared with the results of measurement and the calculated results of simple vane model. We find the most suitable center angle( ) of the vanes is in existence for the first time.

**Key words:** helix; vane loaded; dispersion characteristics

### 1 引言

螺旋线是一种重要的慢波结构, 广泛应用于宽频带行波管中。国内外很多学者<sup>[1~3]</sup>对螺旋线进行了长期而广泛的研究。实际宽频带行波管的螺旋慢波结构为了获得良好的色散特性, 往往加载翼片。国内外在这方面作了许多研究。目前一种比较广泛的处理方法<sup>[4]</sup>是假设翼片区域由无限个无限薄的翼片组成(简称简单翼片模型), 这样可以认为翼片是角向均匀加载, 从而忽略角向周期性激发的非对称模式。但是这种模型对翼片数目较少或翼片较厚的情形, 将带来较大误差。另外也有学者<sup>[5]</sup>用等效的翼片顶端半径代替实际的顶端半径, 再采用简单翼片模型(简称修正简单翼片模型), 可以近似的考虑有限个翼片的情况。但是等效翼片顶端半径使用实际测量数据进行校正, 只是一个经验公式, 有很大的局限性。

前苏联学者<sup>[6]</sup>提出一种考虑翼片区域角向周期性激发的非对称模式场论求解翼片模型(简称有限厚度翼片模型), 模型将场按角向空间谐波展开, 以严格的边界条件进行匹配, 求出幅值系数之间的关系式。为求出解析解, 使用了很多近似如令翼片区域的相对介电常数为1, 近似计算高次角向空间谐波等, 因此也只是近似解。本文放弃了这些近似, 严格推导出幅值系数之间的关系, 用系数行列式为零的性质, 出色散方程, 继而求出耦合阻抗表达式。用导出的方程对实际行波管的螺旋慢波结构进行计算, 并与测量结果和简单翼片模型进行了比较。分析了加载翼片中心夹角对色散特性的影响。

### 2 物理模型

实际翼片加载螺旋慢波结构的截面形状和尺寸如图1所示。其中  $a$  为螺带的平均半径,  $b$  为翼片顶端半径,  $c$  为外壳内半径,  $2\theta$  为翼片对应的中心夹角,  $n$  为翼片个数。

整个横截面分为三个区域:

- :  $r < a$ , 自由空间区域
- :  $a < r < b$ , 介质夹持区域
- :  $b < r < c$ , 翼片区域

采用圆柱坐标系  $r, \theta, z$  的起点设在翼片的中点。采用导电面模型, 考虑翼片激发的角向空间谐波, 并利用圆柱坐标系下的亥姆霍兹方程和场的横向分量与纵向分量的关系, 可表示出第  $m$  区的场表达式(省略因子  $e^{j(\omega t - \beta z)}$ ):

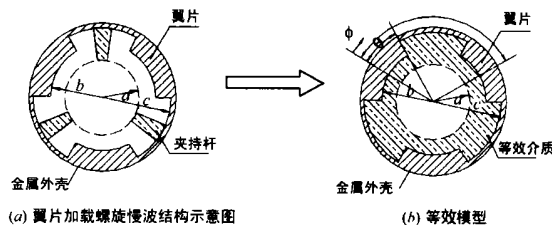


图1

$$\begin{cases} E_{\theta} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [A_{im} I_{mn}(r) + B_{im} K_{mn}(r)] e^{jmn} \\ H_z = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [C_{im} I_{mn}(r) + D_{im} K_{mn}(r)] e^{jmn} \end{cases} \quad (1a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_i &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ -\frac{mn}{r^2} [A_{im} I_{mn}(r) + B_{im} K_{mn}(r)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{j\mu_0}{r} [C_{im} I_{mn}(r) + D_{im} K_{mn}(r)] \right\} e^{jmn} \\ H_i &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{j_0}{r} [A_{im} I_{mn}(r) + B_{im} K_{mn}(r)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{mn}{r^2} [C_{im} I_{mn}(r) + D_{im} K_{mn}(r)] \right\} e^{jmn} \end{aligned} \right. \quad (1b)$$

上式中:  $i=1, 2$ , 分别表示第 1 区和第 2 区, 由自然边界条件可得:  $B_{1m} = D_{1m} = 0$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon_2 - k^2$ ,  $I_{mn}(r)$ 、 $K_{mn}(r)$  分别表示修正第一类、第二类贝塞尔函数。

由麦克斯韦方程组, 采用类似方程 (1) 的求法, 考虑边界条件: 在翼片两侧, 切向电场为零, 可以求出第 2 区的场表达式 (省略  $e^{j(\omega t - kz)}$ ):

$$\left\{ \begin{aligned} E_{3z} &= \sum_{q=1}^{+\infty} B_{3q} R_{Eq}(r) \sin \left\{ x_q \left[ r - \frac{2}{n} (p-1) - \right] \right\} \\ H_{3z} &= \sum_{q=0}^{+\infty} D_{3q} R_{Mq}(r) \cos \left\{ x_q \left[ r - \frac{2}{n} (p-1) - \right] \right\} \\ E_3 &= \sum_{q=1}^{+\infty} \left[ \frac{j x_q}{r^2} B_{3q} R_{Eq}(r) - \frac{j \mu_0}{r} D_{3q} R_{Mq}(r) \right] \\ &\quad \cos \left\{ x_q \left[ r - \frac{2}{n} (p-1) - \right] \right\} - \frac{j \mu_0}{r} D_{30} R_{M0}(r) \\ H_3 &= \sum_{q=1}^{+\infty} \left[ \frac{j_0}{r} B_{3q} R_{Eq}(r) - \frac{j x_q}{r^2} D_{3q} R_{Mq}(r) \right] \\ &\quad \sin \left\{ x_q \left[ r - \frac{2}{n} (p-1) - \right] \right\} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

式中的  $\epsilon_2$ 、 $\epsilon_3$  分别为第 2、3 区的等效相对介电常数, 它可由面积等效计算而得:

$$\epsilon_p = 1 + (\epsilon_r - 1) A_{sp} / A_p \quad (p=2, 3) \quad (3)$$

其中:  $A_{sp}$  为第  $p$  区介质夹持杆所占的横截面积,  $A_p$  为第  $p$  区的除掉翼片所占区域全部横截面积,  $\epsilon_r$  为介质相对介电常数。采用螺旋导电面模型, 在  $r=a$  的面上, 有边界条件:

$$\left\{ \begin{aligned} E_{1z}(a) &= E_{2z}(a) \\ E_1(a) &= E_2(a) \\ E_{1z}(a) + E_1(a) \operatorname{ctg} &= E_{2z}(a) + E_2(a) \operatorname{ctg} = 0 \\ H_{1z}(a) + H_1(a) \operatorname{ctg} &= H_{2z}(a) + H_2(a) \operatorname{ctg} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

考虑到翼片区域角向周期性, 在翼片顶端有边界条件:

$$\left. \begin{aligned} E_{2z}(b) &= E_{3z}(b) \\ H_{2z}(b) &= H_{3z}(b) \end{aligned} \right\}, (p-1) \frac{2}{n} + \leq \leq p \frac{2}{n} - \quad (5)$$

$$E_{2z}(b) = 0, (p-1) \frac{2}{n} + \leq \leq (p-1) \frac{2}{n} + \quad (6)$$

将场表达式代入边界条件 (4) ~ (6), 并利用正交归一化条件, 可以推导出只含第 2 区幅值系数的关系式:

$$\left\{ \begin{aligned} &\left[ \frac{j\mu_0}{r} \left( \tan - \frac{mn}{a^2} \right)^2 + ja_0 (\epsilon_2 - 1) \frac{I_{mna}^2 K_{mna}}{I_{mna}} \right] \cdot A_{2m} \\ &+ \left\{ \frac{j\mu_0}{r} \left( \tan - \frac{mn}{a^2} \right)^2 - \frac{j_0 I_{mna}^2 K_{mna}}{I_{mna} K_{mna}} \right\} \cdot \frac{K_{mna}}{I_{mna}} \cdot B_{2m} \\ &\cdot [1 - (\epsilon_2 - 1) a I_{mna}^2 K_{mna}] \end{aligned} \right\} \cdot B_{2m} = 0 \quad (7)$$

$$- \left( \tan - \frac{mn}{a^2} \right) \cdot C_{2m} = 0 \quad (7)$$

$$- ja_0 (\epsilon_2 - 1) I_{mna}^2 \cdot A_{2m} + j \frac{0 I_{mna}}{I_{mna}} [1 - (\epsilon_2 - 1) \cdot a I_{mna} K_{mna}] \cdot B_{2m} - \left( \tan - \frac{mn}{a^2} \right) \cdot D_{2m} = 0 \quad (8)$$

$$+ \{ [I_{snb} \sin - I_{snb} Q_{sm}] \cdot A_{2s} + [K_{snb} \sin - K_{snb} Q_{sm}] \cdot B_{2s} \} = 0 \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\{ [I_{snb} \sin - I_{snb} P_{sm}] \cdot C_{2s} + [K_{snb} \sin - K_{snb} Q_{sm}] \cdot D_{2s} \} = 0, \\ &\left[ -\frac{R_{M0}(b)}{n R_{M0}(b)} I_{0b} - \left( \frac{-}{n} - \right) I_{0b} \right] \cdot C_{20} + \left[ -\frac{R_{M0}(b)}{n R_{M0}(b)} K_{0b} \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{-}{n} - \right) K_{0b} \right] \cdot D_{20} + \left\{ \frac{\sin(sn)}{sn} [I_{snb} C_{2s} + K_{snb} D_{2s}] \right\} = 0, \\ &m = 0 \end{aligned} \right. \quad (10)$$

### 3 色散关系

式 (7) ~ (10) 四个关系式刻画了第 2 区幅值系数之间的关系, 它实际上是一个  $4(2m+1)$  行,  $4(2m+1)$  列的线性方程组。由于  $m$  可以取无穷序列, 所以是一组无穷行、无穷列的线性方程组。按照线性代数理论, 式中的  $A, B, C, D$  不全为零的条件是其系数行列式为零。设  $|ij|$  代表其系数行列式, 则有:

$$|ij| = 0 \quad (11)$$

由此得出的方程就是系统的色散方程。因此, 严格求解色散方程, 归结为求解一无穷行、无穷列的行列式, 这是很困难的。在实际应用中, 工作的空间谐波次数不高, 而且高次角向空间谐波对色散的影响很小, 我们可以取有限项进行计算。根据经验, 取三次空间谐波就可以达到我们需要的精度。

### 4 耦合阻抗

电子注区域  $n$  次谐波的平均耦合阻抗为

$$\overline{K_{cn}} = \overline{E_{cn}^2} / (2 \epsilon_n \cdot P_T) \quad (12)$$

式中的  $\overline{E_{cn}}$  是电子注区域的平均电场幅值,  $P_T$  是通过整个结构的功率流。

为了得到耦合阻抗, 我们需要求出所有区域的幅值系数。求解线性齐次方程组 (7) ~ (10), 可以求出第 2 区的相对幅值系数, 继而求出第 1 区和第 3 区的相对幅值系数。

式 (12) 中的  $P_T$  可以表达为:

$$P_T = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} P_{1m} + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} P_{2m} + P_{30} + \sum_{q=1}^{+\infty} P_{3q} \quad (13)$$

式中:

$$P_{1m} = \int_0^a \operatorname{Re} [ (E_{1m} H_{1\phi m}^* - E_{1\phi m} H_{1m}^*) r dr ] \quad (14)$$

$$P_{2m} = \int_a^b \operatorname{Re} [ (E_{2m} H_{2\phi m}^* - E_{2\phi m} H_{2m}^*) r dr ] \quad (15)$$

$$P_{3q} = \frac{1}{2} n \cdot \operatorname{Re} \int_b^{2/n - (p-1)/n} \int_0^c (E_{3rq} H_{3\phi q}^* - E_{3\phi q} H_{3rq}^*) r dr d\phi \quad (16)$$

## 5 结果与讨论

利用上面导出的色散关系式(11)计算了两种实际行波管的翼片加载螺旋慢波结构的色散曲线,理论与实验符合得较好,并且将它们与相应的简单翼片模型计算结果进行了对比如图2和图3.其中所用参数如表1所示.

表1 螺旋慢波结构参数表(A.轻加载,B.重加载)

结构	$b/a$	$c/a$	(度)	夹持杆数目	$r$	矩形夹持杆宽度比 $/a$	(度)	翼片数目
A	1.28	2.186	13.86	3	6.5	0.515	10	9
B	1.285	1.760	9.64	3	6.5	0.559	50	3

从图2可看出对加载翼片较轻的结构A,简单翼片模型的误差小于12%,有限厚度模型与实验的平均误差小于6%,而且频段高端更接近实验值.从图3可看出对加载翼片较重的结构B,简单模型的误差小于15%,有限厚度模型与实验的平均误差小于4%.

一般,有限厚度模型的计算精度要比简单模型高6%~10%.由于考虑了角向空间谐波,翼片加载的螺旋慢波结构的计算精度得到很大的提高.结构A的翼片数目与夹持杆数目不同,夹持杆已被翼片隔开,不会影响到无夹持杆的翼片间隙,而计算时将夹持杆在第三区的影响平均分配到每个翼片间隙中,这必然会带来误差.因此,结构A的计算精度低于结构B的计算精度.

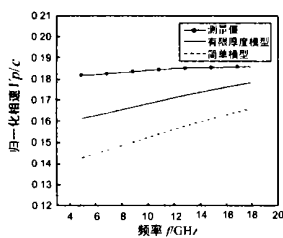


图2 结构A的色散曲线

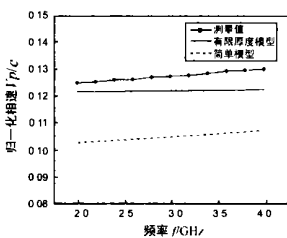


图3 结构B的色散曲线

我们改变角向谐波的阶数,比较了高次角向谐波对结果的影响.由图4可得一阶与五阶空间谐波的计算结果相差小于1%,即高次角向谐波对计算结果的影响很小,因此,在实际计算中,取3阶角向空间谐波就能达到所需要的精度.

我们还改变了结构B的翼片中心夹角,对数值计算结果进行了比较.由图5可得,当 $\theta$ 较小,即翼片加载较轻时,增大 $\theta$ ,相速减小;然而当 $\theta$ 较大,即翼片加载较重时,增大 $\theta$ ,相速反而增大.即对翼片加载的螺旋慢波系统,翼片中心夹角存在一个定值,使相速最小.对我们这个例子,取40度左

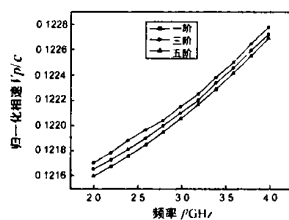


图4 结构B高阶角向空间谐波对色散特性的影响

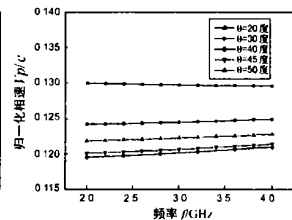


图5 结构B翼片中心夹角对色散特性的影响

右,相速降到最低.对简单模型而言,没有考虑角向空间谐波,取不同的角度,得到的相速不变,这显然与实际情况不符.

利用导出的耦合阻抗表达式(12),计算了结构A和B的耦合阻抗,并与简单翼片模型的计算结果作了比较(图6和图7).一般,有限厚度翼片模型比简单翼片模型的计算结果高15%左右.

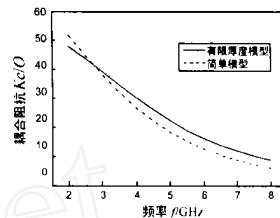
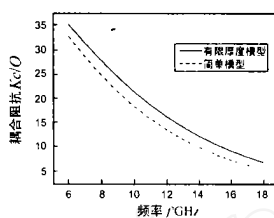


图6 结构A的耦合阻抗曲线 图7 结构B的耦合阻抗曲线

本文考虑翼片加载所引起的角向空间谐波,建立了有限厚度翼片加载螺旋线慢波结构的模型,计算了两种不同结构的色散特性和耦合阻抗,并与简单翼片模型进行了比较.精度得到大幅提高.分析了加载翼片中心夹角( $\theta$ )对色散特性的影响.首次通过分析的方法得到加载翼片有最佳 $\theta$ 存在.本文的分析具有较大的普适性.

## 参考文献:

- [1] S Ghosh, et al. Rigorous tape analysis of inhomogeneously-loaded helical slow-wave structures [J]. IEEE Trans, 1997, ED-44 (7): 1158 - 1168.
- [2] 王自成,等.带状螺旋慢波结构色散的研究[J].电子学报, 1999, 27(3): 40 - 44.
- [3] 张勇,等.翼片加载螺旋慢波结构的螺旋带模型[J].强激光与离子束, 2002, 14(6): 881 - 891.
- [4] S F Paik. Design formulas for helix dispersion shaping [J]. IEEE Trans, 1969, ED-16(12): 1010 - 1014.
- [5] L Kumar, et al. Modeling of avan-loaded helical slow-wave structure for broad-band traveling-wave tubes [J]. IEEE Trans, 1989, ED-36 (9): 1991 - 1999.
- [6] N P Kravchenko, et al. Computation of dispersion characteristics of a spiral placed in a screen with longitudinal ribs [J]. Radio Eng. Electron. Phys, 1976, 21(4): 33 - 39.

## 作者简介:



张勇男,1975年出生于四川,1999年毕业于电子科技大学光电信息学院获物理电子技术学士学位,2002年于电子科技大学物理电子学院获物理电子学硕士学位,在读博士生,目前的研究兴趣是微波器件理论和CAD研究,微波功率模块的研究. e-mail: zyuestc@163.com.



莫元龙男,1937年出生于贵州,1963年毕业于四川大学无线电系,1978年以前工作于国光和宇光电子管厂,之后工作于电子科技大学,教授,博导,其主要研究方向是微波电子学,等离体电子学和相对论电子学.