

一种非判决辅助前向结构载波频差估计方法

彭 华,李 静,葛临东

(郑州信息工程大学信息科学系,郑州市 1001 信箱 306 号,河南郑州 450002)

摘 要: 本文从最大似然准则出发,提出一种适于旋转对称星座的非判决辅助前向结构载波频差估计算法。为了解决相位区间跳变问题,从而扩大估计范围,提出了一种新的相位展开方法。对于 $2/M$ 旋转对称星座,该估计算法的估计范围可扩大到 $\pm 1/2MT$ 。计算机仿真给出了该算法在估计范围、估计精度以及计算复杂度方面的性能。

关键词: 载波恢复; 偏差估计; 最大似然; 相位展开

中图分类号: TN914.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)07-0984-03

Non-Decision-Aided Feedforward Carrier Frequency Offset Estimator

PENG Hua, LI Jing, GE Lin-dong

(Department of Information Science, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China)

Abstract: In this paper, we propose a non-decision-aided feedforward carrier frequency offset estimator for rotationally symmetric constellation. It is derived from the maximum likelihood (ML) principle. In order to solve the problem of phase wrapping and extend the estimation range, a new phase unwrapping algorithm is proposed. For $2/M$ rotation symmetric constellation, the estimation range can be extended to $\pm 1/(2MT)$. Computer simulation results demonstrate the estimation range, estimation precision and complexity of the estimator.

Key words: carrier recovery; offset estimation; maximum likelihood; phase unwrapping

1 引言

对许多通信系统,如时分多址(TDMA)系统而言,如何消除发送端与接收端的载波频差一直是一个重要课题。在 TDMA 系统中,较多地采用突发传输模式。这要求相干接收机能在较短的突发时间内消除载波频差。现有的许多前向结构载波同步算法都是基于最大似然(ML)估计理论。Kay^[1]证明在加性高斯白噪声中,一个单频正弦信号的周期图在该单频频率处达到最大值,故可通过寻找周期图的最大值来估计该频率。当信噪比足够高时,这种方法的估计方差可接近或达到 MCRB (Modified cramer-rao bound)^[2]。然而在大多数情况下,即便是采用 FFT 来计算周期图,这种方法仍过于复杂。文献[3]、[4]给出了几种基于 ML 理论的低复杂度载波估计算法,这些算法可看作是对 Kay 的 ML 估计方程的近似解。不过,文献[3]、[4]仅研究了判决辅助(DA)的高斯白噪声中复正弦信号和 MPSK 信号的载波频率估计。本文引入文献[5]提供的方法,针对一般旋转对称星座信号,推导了基于最大似然的非判决辅助的载波频偏估计算法。为扩大新算法的估计范围,提出了一种新的相位展开方法,可将 $2/M$ 旋转对称星座的估计范围扩大到 $\pm 1/2MT$ 。

2 基于最大似然的频偏估计

在接收端,假设已经获得精确的符号定时且无符号间干

扰,则匹配滤波器输出的基带信号为:

$$r(kT) = a_k e^{j(2\pi f_d T + \phi_0)} + v(kT) \quad (1)$$

其中: $\{a_k\}$ 为独立同分布的等概数据, $1/T$ 为符号速率, f_d 是未知载波频偏; ϕ_0 是未知载波相位; $v(kT)$ 是实部与虚部统计独立的复值高斯白噪声。针对 $2/M$ 旋转对称星座,采用文献[5]的近似方法,非判决辅助载波频偏估计方程为:

$$\hat{f}_{dML} = \frac{1}{M} \text{Arg max}_f \left| \sum_{k=1}^N Z(kT) \exp[-j(2\pi f kT)] \right|^2 \quad (2)$$

其中: $Z(kT) = r^M(kT)$ 且 $f = Mf$, N 为观察长度。当信噪比较高且频率偏差较小时,用文献[3]中的方法近似求解此式 2,可得如下的 Fitz 型估计方法:

$$\hat{f}_{dFitz} = \frac{1}{MT} \sum_{m=1}^L W_m^{(F)} \arg[R(m)], \quad (3)$$

$$W_m^{(F)} = \frac{6m}{L(L+1)(2L+1)}, \quad 1 \leq m \leq L \quad (4)$$

其中 L 为设计参数, $R(m)$ 为序列 $Z(kT)$ 自相关的估计值,其定义如下:

$$R(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{k=m+1}^N Z^*(kT-mT) Z(kT), \quad 1 \leq m \leq N-1 \quad (5)$$

当信噪比较高时, Fitz 估计的估计范围为 $\pm(2MLT)^{-1}$ 。文献[3]表明,当 $L = N/2$ 时这种估计的估计方差最小。为了提高估计精度,需增加观察长度 N ,从而使算法复杂度增加,

而估计范围变小. 下面提出解决此矛盾的方法.

3 新的估计算法

由式(1)和式(5), 求 $R(m)$ 的期望值得:

$$E[R(m)] = A \exp[j(M/2 f_d m T)] + (m) \quad (6)$$

其中: (m) 是复噪声, A 是常数. 文献[3]指出, 自相关函数的高延迟样值受噪声的影响小, 因此各个自相关函数值对估计性能的贡献是不同的. 在较高信噪比的情况下, 当 $m \rightarrow N/2$ 时, m 越大, $R(m)$ 的贡献越大. 在式(3)中, 只保留其中贡献最大的一项, 则得到如下简化的估计方法:

$$f_d = \frac{1}{2 \cdot M T (N/2)} \arg\{R(N/2)\} \quad (7)$$

显然式(3)与(7)有着相同级别的估计范围. 在式(7)中存在相位区间跳变问题, 正是这种相位区间跳变限制了估计器的估计范围. 下面采用一种相位展开方法来解决相位区间跳变问题. 由式(6)可得, 当 $m = \bar{m}$ 时

$$\arg\{E[R(\bar{m})]\} = 2 \cdot M \bar{m} f_d T + \mu(\bar{m}) - 2 \cdot k(\bar{m}) \quad (8)$$

其中: $k(\bar{m})$ 为整数, 要求它将 $2 \cdot M \bar{m} f_d T + \mu(\bar{m}) - 2 \cdot k(\bar{m})$ 的值限制在 $\pm \pi$ 之间, $\mu(\bar{m})$ 为噪声项.

相位展开问题的关键是确定满足上述要求的 $k(\bar{m})$. 文献[6]给出了一种确定 $k(\bar{m})$ 的方法, 即若假设前一估计值 $f_d(\bar{m}_{i-1})$ 是精确的, 则使当前估计值 $f_d(\bar{m}_i)$ 与 $f_d(\bar{m}_{i-1})$ 最接近的整数就是所需要的 $k(\bar{m}_i)$. 不过, 当 \bar{m} 较大时, 这一方法的复杂度仍然太高. 下面给出一种确定 $k(\bar{m})$ 的新方法.

对式(8)两边同时除以 \bar{m} 并进行 $[x] = \lfloor x \rfloor$ 运算, 即将结果限制在 $\pm 2 \cdot \pi / \bar{m}$ 之间, 可得:

$$\frac{\arg\{E[R(\bar{m})]\}}{\bar{m}} = [2 \cdot M f_d T + \frac{\mu(\bar{m})}{\bar{m}}] \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\bar{m}} \quad (9)$$

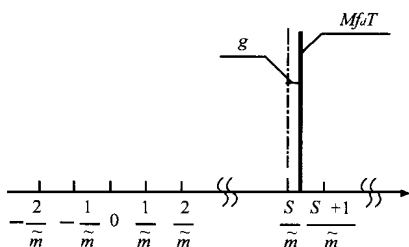


图 1 $M f_d T$ 与 S / \bar{m} 及 g 的关系图

当 $SNR \gg 1$ 时, 忽略噪声项, 可得:

$$\frac{\arg\{E[R(\bar{m})]\}}{\bar{m}} = [2 \cdot M f_d T] \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\bar{m}} \quad (10)$$

在 $|f_d| < 1/(MT)$ 的条件下 (当频差处于算法的估计范围之内时, 这一条件是可以满足的), 有

$$M f_d T = \frac{1}{m} S + g \quad (11)$$

这里 S 为满足 $0 \leq S < \bar{m}$ 的整数, g 为在范围 $[-1/2\bar{m}, 1/2\bar{m}]$ 内的小数. 由式(10)、式(11)可得

$$\frac{\arg\{E[R(\bar{m})]\}}{\bar{m}} = [\frac{2}{m} S + 2 \cdot g] \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\bar{m}} = [2 \cdot g] \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\bar{m}} = 2 \cdot g \quad (12)$$

由式(11)、式(12)可得

$$2 \cdot M f_d T = \frac{2}{m} S + 2 \cdot g = \frac{2}{m} S + \frac{\arg\{E[R(\bar{m})]\}}{\bar{m}} \quad (13)$$

比较式(8)与式(13)可得, 在忽略噪声项的条件下, $S = k(\bar{m})$. 因此当 $SNR > 1$ 时, 有 $S = k(\bar{m})$. 于是问题转化为如何确定 S . 在式(2)中, 如果令 $N = \bar{m}$, 则在对 $Z(kT)$ 作 \bar{m} 点 FFT 后,

可得 $\sum_{k=1}^N Z(kT) \exp[-j(2 \cdot \pi f k T)]$ 的 \bar{m} 个样值. 这 \bar{m} 个样值对应于 \bar{m} 个频率 $k/T\bar{m}$ ($k=0, 1, 2, \dots, \bar{m}-1$) 处的取值. 显然这 \bar{m} 个样值的最大值应出现在离频率 $M f_d$ 最近的频率处. 图 1 给出了 $M f_d T$ 与 S/\bar{m} 及 g 之间的关系. 图 1 表明, 在忽略噪声项影响时, 在频率 $\frac{S}{T\bar{m}}$ 处出现最大值. 记 \bar{m} 个样值中

最大样值所对应的频率为 f_{FFT} , 则有 $f_{FFT} = \frac{S}{T\bar{m}}$. 由此可得

$$k(\bar{m}) = S = f_{FFT} \bar{m} T \quad (14)$$

在确定了 $k(\bar{m})$ 之后, 由式(8), 在忽略噪声项的条件下, 可得

$$2 \cdot M \bar{m} f_d T = 2 \cdot k(\bar{m}) + \arg\{E[R(\bar{m})]\} = 2 \cdot f_{FFT} \bar{m} T + \arg\{E[R(\bar{m})]\} \quad (15)$$

在实际应用中, 用 $\arg\{R(\bar{m})\}$ 代替 $\arg\{E[R(\bar{m})]\}$, 令 $\bar{m} = N/2$, 由式(7)、(15)可得新的载波频偏估计公式:

$$f_{dNEW} = f_{FFT}/M + f_d \quad (16)$$

显然, 新算法的估计范围由 f_{FFT} 的估计范围决定. 如果令 $Range(x)$ 表示估计 x 的估计范围, 则有 $Range(f_{dNEW}) = Range(f_{FFT})/M$. 由于对 $Z(kT)$ 进行 FFT 运算只能观察到在 $\pm 1/2 T$ 频率范围内的样值, 因此新算法的估计范围为 $\pm 1/2 M T$.

新算法的运算量主要由计算 f_{FFT} 的运算量和计算 f_d 的运算量两部分构成. 在实际的 DSP 实现中, 一次复数乘法需 4 次实数乘和 2 次实数加, 而实数的乘法运算量相当. 因而用实数乘法次数来比较新算法、Fitz 型算法及文献[6]中算法的运算量. 另外由于在 DSP 中计算正、余弦一般用查表来实现, 也同时对各种算法所需的查表次数进行了比较. 具体比较结果如表 1 所示, 可见本文提出的新算法具有较低的复杂度.

表 1 算法运算量比较

观察长度	实数乘法次数			查表次数		
	N	$N=128$	$N=512$	N	$N=128$	$N=512$
新算法 (eq. 16)	$5N + 1.25 N \log_2^{0.5} N - 4$	1596	7676	$0.5 N \log_2^{0.5} N$	384	2048
文献[6]算法 ($B = \log_2^{N/2}$)	$3(NB - 2^B) + 2B$	2124	8464	$2(NB - 2^B) + B + 2$	1416	7690
Fitz 型 (eq. 3) 算法 ($L = N/2$)	$0.5L(6N - 3L - 3) - 1$	18335	294527	$L(2N - L)$	12288	196608

4 仿真结果

为衡量新算法 (eq. 16) 的性能, 进行了计算机仿真. 同时

也仿真了式(3)中的 Fitz 型算法作为比较. 仿真中使用的信号为 70MHz 中频上的 100K 符号/秒的被加性高斯白噪声污染的 4QAM、16QAM 及 64QAM 信号 (这三类信号星座都是 2^L /

M 旋转不变的, $M=4$), 其升余弦成形滤波器的滚降系数为 0.5. 对 4QAM 信号, 观察长度 $N=128$, 对 16QAM 和 64QAM 信号, $N=512$. 归一化估计方差定义为 $(f_e T)^2 = (f_{dNEW} - f_d)^2 T^2$.

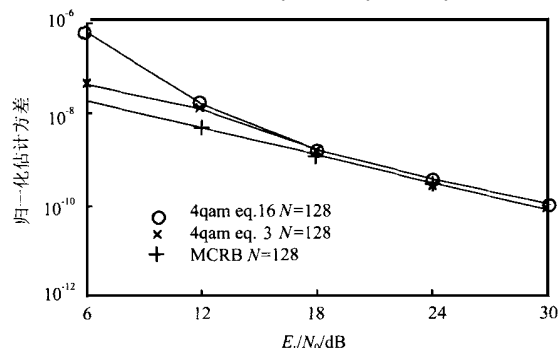


图 2 4QAM 信号频偏估计性能 ($f_d=0$)

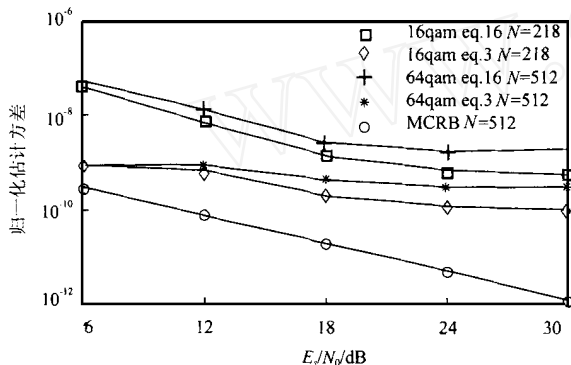


图 3 高阶 QAM 信号频偏估计性能 ($f_d=0$)

图 2 和图 3 为新载波频偏估计算法的估计方差与 $MCRB^{1/2}$ 的比较. 可见, 对中等或较高信噪比的 4QAM 信号, 新估计算法的性能接近 MCRB, 且与 Fitz 型估计算法所差无几. 这表明式 (7) 所示的简化算法是可行的. 对 16QAM 和 64QAM 信号, 算法的性能劣于 4QAM 信号时的性能. 但通过增加观察

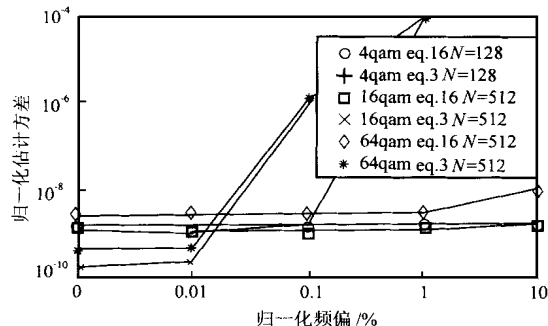


图 4 频偏估计范围比较 ($E_s/N_0=18\text{dB}$)

长度可以获得适当的估计性能. 如图 3 所示, 当观察长度 $N=512$ 时, 算法的估计方差低于 10^{-8} .

图 4 给出了针对这三种信号新算法的估计范围与 Fitz 型估计算法的比较. 如图所示, 新算法的估计范围大于 $10\%R_s$, R_s 为符号速率, 并且这一范围并不随 N 明显地变化. 而 Fitz 型估计算法的估计范围当 $N=128$ 时小于 $1\%R_s$, 当 $N=512$

时, 小于 $0.1\%R_s$.

5 结论

本文研究了一种针对旋转对称星座信号的低复杂度前向结构数字载波频偏估计算法. 为扩大估计范围, 提出了一种新的相位展开方法. 对中等或较高信噪比的 4QAM 信号, 该算法的性能接近于 MCRB, 其估计范围扩大到 $\pm 1/2 MT$. 这种算法的估计范围受观察长度的影响较小, 因此对高阶旋转对称星座 (如 16QAM 和 64QAM), 可通过增加观察长度来减小估计方差. 另外, 由于常见调制星座一般具有旋转对称的特点, 因而该算法具有较好的通用性.

参考文献:

- [1] Kay S. Modern spectral estimation: Theory and Application [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1988.
- [2] Andrea N A D, et al. The modified cramer-rao bound and its application to synchronization problems [J]. IEEE Trans., 1994, COM-42(2/3/4): 1391-1399.
- [3] Fitz M P. Further results in the fast estimation of a single frequency [J]. IEEE Trans., 1994, COM-42(2/3/4): 862-864.
- [4] Luise M, et al. Carrier frequency recovery in all-digital modems for burst-mode transmissions [J]. IEEE Trans., 1995, COM-43(3): 1169-1178.
- [5] Moeneclaey M, et al. ML-Oriented NDA carrier synchronization for general rotationally symmetric signal constellations [J]. IEEE Trans., 1994, COM-42(8): 2531-2533.
- [6] Crozier S N. Low complexity frequency estimator with close-to-optimum performance [A]. Proc. of IEEE ICUPC '93 [C], 1993: 426-430.

作者简介:



彭 华 男. 1973 年生于江西, 现在郑州信息工程大学攻读博士学位. 主要研究方向为全数字接收机中的同步技术、盲均衡和软件无线电.



李 静 女. 2000 年 3 月在郑州信息工程大学信息科学系获得硕士学位, 现为郑州信息工程大学博士研究生. 主要研究方向为全数字接收机中的解调技术和软件无线电.

葛临东 郑州信息工程大学信息科学系教授, 主要研究方向为通信中的信号处理和软件无线电.