

# 磁浸没透镜的宽束曲轴像差理论

程 敏, 唐天同

(西安交通大学电子与信息工程学院, 陕西西安 710049)

**摘 要:** 本文采用宽束曲轴电子光学理论, 研究了磁浸没透镜的电子光学特性, 得出了主轨迹方程和曲近轴轨迹方程, 并利用数学软件 Mathematica 推导出了其全部二级像差系数. 针对轴上磁场分布具有解析表达式的磁浸没透镜, 文中还计算了它的曲轴二级像差, 并给出了其孔径像差的弥散图形情况, 从而得出了磁浸没透镜的特殊的电子光学像差特性.

**关键词:** 曲轴; 磁浸没透镜; 电子光学; 像差

**中图分类号:** O463.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)06-0811-03

## Theory of Curved Axes Aberration with Wide Beam for Magnetic Immersed Lenses

CHENG Min, TANG Tiantong

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shanxi 710049, China)

**Abstract:** Electron optical properties of magnetic immersed lenses are studied using curved axes theory with wide beam. Principal trajectory equations and paraxial trajectory equations are obtained and all of second order aberration coefficients are derived by Mathematica. The second order curved axes aberration of a magnetic immersed lens which has analytic axial field distribution is calculated and a dispersion graph of aperture aberration is also given. It is shown that aberration characteristic of immersed magnetic lenses is very particular.

**Key words:** curved axes; magnetic immersed lenses; electron optics; aberration

### 1 引言

阴极浸没于磁场中的复合电磁透镜系统, 电子的初始正则角动量矩  $eC$  不为零, 在电子光学中研究和应用均较少, 其聚焦成像以及像差性质都很特殊, 与一般的短电子透镜有显著不同. 在这种成像系统中, 电子不是朝着公共轴而是朝着局部磁力线附近聚焦的, 因而避免了束腰的形成和与之相关联的随机库仑相互作用, 同时也可避免束腰处的库仑相互作用对成像投射曝光的分辨率和记录速度构成的理论限制<sup>[1]</sup>. 所以这种磁浸没透镜对于解决目前国际上倍受重视的投射式电子束曝光(SCALPEL—Scattering with Angular Limitation Projection Electron Beam Lithograph, 即限制角向散射的投射式电子束曝光)技术<sup>[2]</sup>中存在的随机库仑相互作用问题将会有一定作用.

用于投射式曝光系统中的磁浸没透镜, 除了要求特别高的分辨率以外, 还要求工作于较大的视场即物和像的尺寸都比较大. 这些都使得传统的电子光学聚焦成像及像差理论难以直接应用. 我们在前面的工作中已经对这种磁浸没透镜的高斯聚焦成像性质进行了理论研究和数值模拟<sup>[3]</sup>. 这里本文应用曲光轴上的旋转的局部正交坐标系, 并针对曲轴系统像差计算和优化相当复杂的特点, 同时还借助计算机代数推导

工具 Mathematica<sup>[4]</sup>, 推导出了主轨迹方程和曲近轴轨迹方程, 并得出了全部二级像差系数.

### 2 磁浸没透镜的曲轴像差理论

#### 2.1 曲光轴坐标系统与场在曲光轴附近的展开

设某电子束系统整体是弯曲的, 将实验室坐标系用直角坐标  $(X, Y, Z)$  表示, 选取一条电子轨迹作为曲光轴, 则用以下参数方程表示:

$$X = X_0(s), Y = Y_0(s), Z = Z_0(s) \quad (1)$$

其中  $s$  为沿光轴的弧长.

一个局部的正交坐标系可由曲线的切线、法线和次法线的单位向量  $t^0, n^0$  与  $b^0$  构成. 当曲光轴为非平面的空间曲线时, 利用上述局部坐标系并不方便. 在法平面将  $n^0$  与  $b^0$  两个局部坐标轴旋转  $\phi$  角<sup>[5,6]</sup>, 即:

$$\phi(s) = \int_{s_0}^s -n^0(s) \cdot b^0(s) ds \quad (2)$$

则坐标轴旋转后形成的轴  $x, y$  与  $z$  (即弧长  $s$ ) 构成了正交曲线坐标系  $(x, y, z)$ . 在这个正交曲线坐标系里, 用拉梅(Lamé)系数表示微分弧元的长度, 即:

$$ds^2 = h_x^2 dx^2 + h_y^2 dy^2 + h_z^2 dz^2 \quad (3)$$

其中:

$$h_x = h_y = 1 \quad h_z = 1 - xk \cos \phi - yk \sin \phi = 1 - k_x x - k_y y \quad (4)$$

在上述正交曲线坐标系  $(x, y, z)$  中, 磁感应强度  $B(x, y, z)$  在  $l^0, n^0$  与  $b^0$  方向上的投影分别为<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} B_x = B_{x00} + B_{x10}x + B_{x01}y + B_{x20}x^2 + B_{x11}xy + B_{x02}y^2 + \dots \\ B_y = B_{y00} + B_{y10}x + B_{y01}y + B_{y20}x^2 + B_{y11}xy + B_{y02}y^2 + \dots \\ B_z = B_{z00} + B_{z10}x + B_{z01}y + B_{z20}x^2 + B_{z11}xy + B_{z02}y^2 + \dots \end{cases} \quad (5)$$

为使磁矢位  $A$  能确定, 选择如下规范:

$$\partial A_x / \partial y = -(\partial A_y / \partial x), A(0, 0, z) = 0 \quad (6)$$

经过推演, 可得磁矢位各分量的展开式为:

$$\begin{cases} A_x = -\frac{1}{2}(B_{z00}y + B_{z10}xy + \frac{1}{2}B_{z01}y^2 + \dots) \\ A_y = \frac{1}{2}(B_{z00}x + B_{z01}xy + \frac{1}{2}B_{z10}x^2 + \dots) \\ h_z A_z = -B_{y00}x + B_{x00}y - \frac{1}{2}(B_{y10} - k_x B_{y00})x^2 + \frac{1}{2}(B_{x01} - k_y B_{x00})y^2 \\ + \frac{1}{2}(B_{x10} - B_{y01} - k_x B_{x00} + k_y B_{y00})xy - \frac{1}{3}(B_{y20} - k_x B_{y10})x^3 \\ + \frac{1}{2}(B_{x20} - \frac{1}{2}B_{y11} - k_x B_{x10} + \frac{1}{2}k_x B_{y01} + \frac{1}{2}k_y B_{y10})x^2 y \\ + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}B_{x11} - B_{y02} - \frac{1}{2}k_x B_{x01} - \frac{1}{2}k_y B_{x10} + k_y B_{y01})xy^2 \\ + \frac{1}{3}(B_{x20} - k_y B_{x01})y^3 + \dots \end{cases} \quad (7)$$

## 2.2 变分原理和曲近轴轨迹

在曲光轴电子光学系统里, 电子轨迹同样可用最小作用原理来描述, 最小作用原理可写为:

$$\delta \int_{z_0}^1 (p + eA \cdot s^0) ds = \delta \int (p ds + eA \cdot ds) = 0 \quad (8)$$

式中  $p$  为电子的机械动量,  $p = \sqrt{-2em_0\Phi}$  (注: 此处没有考虑相对论修正效应). 将式(3)表示的  $ds$  代入式(8)中, 可得:

$$\begin{cases} \delta \int_{z_0}^1 \mu dz = 0 \\ \mu = p \sqrt{h_z^2 + x'^2 + y'^2} + e(A_x x' + A_y y' + h_z A_z) \end{cases} \quad (9)$$

将式(7)与动量  $p$  的表达式代入式(9)的第二式, 并按  $x, y, x', y'$  乘积的幂次展开, 并略去三次及更高幂的项, 得:

$$\mu = \mu_0 + \mu_1 + \mu_2 = \sqrt{\Phi} + F_{10}x + F_{01}y + F_{20}x^2 + F_{11}xy + F_{02}y^2 + (\sqrt{\Phi}/2)(x'^2 + y'^2) + (\sigma/2)B_{z00}(x'y - xy')$$

其中:  $\sigma = \sqrt{-e/(2m_0)}$ ,  $F_{10} = -k_x \sqrt{\Phi} + \sigma B_{y00}$ ,  $F_{01} = -k_y \sqrt{\Phi} - \sigma B_{x00}$ ,  $F_{20} = \frac{\sigma}{2}(B_{y10} - k_x B_{y00})$ ,  $F_{02} = -\frac{\sigma}{2}(B_{x01} - k_y B_{x00})$ ,

$$F_{11} = \frac{\sigma}{2}(B_{y01} - B_{x10} + k_x B_{x00} - k_y B_{y00})$$

由  $\mu = \mu_0 + \mu_1$ , 代入变分问题的欧拉方程, 便可得到转动的局部正交曲线坐标系中的零级近似轨迹方程, 即主轨迹方程为:

$$F_{10} = 0, F_{01} = 0 \quad (11)$$

由  $\mu = \mu_0 + \mu_1 + \mu_2$ , 考虑到主轨迹方程式(11), 相应的欧拉方程为:

$$\begin{cases} \frac{d}{dz}(\sqrt{\Phi}x' + \frac{\sigma}{2}B_{z00}y) = 2F_{20}x + F_{11}y - \frac{\sigma}{2}B_{z00}y' \\ \frac{d}{dz}(\sqrt{\Phi}y' - \frac{\sigma}{2}B_{z00}x) = 2F_{02}y + F_{11}x + \frac{\sigma}{2}B_{z00}x' \end{cases} \quad (12)$$

这即是一级近似轨迹方程, 也就是一般的曲光轴近轴轨迹方程<sup>[8]</sup>. 可以看出, 方程的  $x, y$  分量是相互耦合的, 原因之一是在沿光轴的纵向磁场分量. 下面, 我们将对坐标系作两次旋转变换, 消除  $x, y$  分量之间的耦合关系, 从而得到  $x$  方向和  $y$  方向独立的聚焦性质. 在新的旋转坐标系  $(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$  下, 式(12)所示的曲近轴轨迹方程变为:

$$\frac{d}{dz}(\sqrt{\Phi}\tilde{x}) - A_1\tilde{x} = 0, \frac{d}{dz}(\sqrt{\Phi}\tilde{y}) - A_2\tilde{y} = 0 \quad (13)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} A_1 = F_{20} + F_{02} - \frac{\sigma^2 B_{z00}^2}{4\sqrt{\Phi}} + \sqrt{F_{11}^2 + (F_{20} - F_{02})^2} \\ A_2 = F_{20} + F_{02} - \frac{\sigma^2 B_{z00}^2}{4\sqrt{\Phi}} - \sqrt{F_{11}^2 + (F_{20} - F_{02})^2} \end{cases} \quad (14)$$

由方程式(13)可看出它避免了  $\tilde{x}$  与  $\tilde{y}$  方向上的相互耦合, 这样就简化了曲近轴轨迹的求解.

## 2.3 三级变分函数及二级像差

为了进一步研究该磁浸透透镜的像差性质, 我们将式(9)所表示的变分函数  $\mu$  按  $x, y, x', y'$  乘积的幂次展开到三次幂的项, 经过如上所述的两次坐标变换, 在  $(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$  坐标系内,

$$\begin{aligned} \mu_3 = & b_1 \tilde{x}^3 + b_2 \tilde{y}^3 + b_3 \tilde{x}^2 \tilde{x}' + b_4 \tilde{x}^2 \tilde{y}' + b_5 \tilde{x} \tilde{y}^2 \tilde{x}' + b_6 \tilde{x} \tilde{y}^2 \tilde{y}' \\ & + b_7 \tilde{x} \tilde{y}^2 + b_8 \tilde{x} \tilde{y}'^2 + b_9 \tilde{y}^2 \tilde{x}' + b_{10} \tilde{y}^2 \tilde{y}' + b_{11} \tilde{x} \tilde{y}'^2 \\ & + b_{12} \tilde{y}'^2 + b_{13} \tilde{x} \tilde{y}' \tilde{y}' + b_{14} \tilde{x} \tilde{y}' \tilde{y}' \end{aligned} \quad (15)$$

上式中  $b_1 \sim b_{14}$  各系数的具体表达式略.

由  $\mu = \mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$ , 则可得曲轴二级像差方程为:

$$\begin{cases} \frac{d}{dz}(\sqrt{\Phi}\tilde{x}) - A_1\tilde{x} = -\frac{d}{dz}(\frac{\partial \mu_3}{\partial \tilde{x}}) + \frac{\partial \mu_3}{\partial \tilde{x}} \\ \frac{d}{dz}(\sqrt{\Phi}\tilde{y}) - A_2\tilde{y} = -\frac{d}{dz}(\frac{\partial \mu_3}{\partial \tilde{y}}) + \frac{\partial \mu_3}{\partial \tilde{y}} \end{cases} \quad (16)$$

由  $\mu_3$  的表达式(15)可知, 式(16)的两个方程均为高度非线性的方程, 以下用逐次近似的方法来得到其解<sup>[9]</sup>. 设实际轨迹为:

$$\begin{cases} \tilde{x}(z) = \tilde{x}_g(z) + \Delta \tilde{x}_2(z) \\ \tilde{y}(z) = \tilde{y}_g(z) + \Delta \tilde{y}_2(z) \end{cases} \quad (17)$$

式中  $\tilde{x}_g(z)$  与  $\tilde{y}_g(z)$  为高斯轨迹,  $\Delta \tilde{x}_2(z)$  与  $\Delta \tilde{y}_2(z)$  叫二级几何像差. 若以以下初值条件定义基本解, 则为:

$$z = z_0, \begin{cases} g_x(z_0) = 1, g'_x(z_0) = 0, h_x(z_0) = 0, h'_x(z_0) = 1 \\ g_y(z_0) = 1, g'_y(z_0) = 0, h_y(z_0) = 0, h'_y(z_0) = 1 \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{则: } \begin{cases} \tilde{x}_g = \tilde{x}_0 g_x(z) + \tilde{x}'_0 h_x(z) \\ \tilde{y}_g = \tilde{y}_0 g_y(z) + \tilde{y}'_0 h_y(z) \end{cases} \quad (19)$$

此处  $\tilde{x}_0, \tilde{y}_0, \tilde{x}'_0$  和  $\tilde{y}'_0$  分别是电子入场时的初始的  $\tilde{x}, \tilde{y}$  值及斜率. 采用拉格朗日变易系数法求解像差方程式(16), 并利用计算机代数工具 Mathematica 推导整理后, 可得像平面  $z_i$  处的曲轴二级像差为:

$$\Delta \tilde{x}_2 = c_{211} \tilde{x}_0^2 + C_{202} \tilde{y}_0^2 + c_{203} \tilde{x}_0 \tilde{y}_0 + c_{204} \tilde{x}'_0{}^2 + c_{205} \tilde{y}'_0{}^2 + c_{206} \tilde{x}'_0 \tilde{y}'_0 + c_{207} \tilde{x}_0 \tilde{x}'_0 + c_{208} \tilde{x}_0 \tilde{y}'_0 + c_{209} \tilde{y}_0 \tilde{x}'_0 + c_{210} \tilde{y}_0 \tilde{y}'_0 \quad (20)$$

$$\Delta \tilde{y}_2 = c_{211} \tilde{x}_0^2 + C_{212} \tilde{y}_0^2 + c_{213} \tilde{x}_0 \tilde{y}_0 + c_{214} \tilde{x}'_0{}^2 + c_{215} \tilde{y}'_0{}^2 + c_{216} \tilde{x}'_0 \tilde{y}'_0 + c_{217} \tilde{x}_0 \tilde{x}'_0 + c_{218} \tilde{x}_0 \tilde{y}'_0 + c_{219} \tilde{y}_0 \tilde{x}'_0 + c_{220} \tilde{y}_0 \tilde{y}'_0 \quad (21)$$

为节省篇幅, 此处只给出一个像差系数的公式, 其余类似.

$$c_{20i} = -\frac{g_x(z_i)}{\sqrt{\Phi}} \int_{z_0}^{z_i} (3b_1g_x(z)^2h_x(z) + 2b_3g_x(z)h_x(z)g'_x(z) + b_6h_x(z)g'_x(z)^2 + b_3g_x(z)^2h'_x(z) + 2b_6g_x(z)g'_x(z) \cdot h'_x(z)) dz + \frac{h_x(z_i)}{\sqrt{\Phi}} \int_{z_0}^{z_i} (3b_1g_x(z)^3 + 3b_3g_x(z)^2g'_x(z) + 3b_6g_x(z)g'_x(z)^2) dz \quad (22)$$

3 计算实例

作为一个例子, 我们研究一个系统的对称轴上磁场具有解析表达式的缩倍场, 这个表达式能近似代表某种磁浸没透镜的轴上磁场分布. 假设轴上磁场分布为:

$$B(z) = B_0 [1 - \frac{k-1}{k+1} \cos(\frac{\pi}{\lambda} z)] \quad (23)$$

式中  $B_0$  为均匀磁场分量;  $k = B_{max}/B_{min}$  表征磁场的收缩比;  $\lambda$  为常数, 即余弦分布的场的半周期.

对于一个实际的磁浸没透镜, 选取  $B_0 = 0.06$  特斯拉,  $k = 8$ ,  $\lambda = 100$  mm, 加速电压  $\Phi$  为 25000V, 初始半径  $r_0 = 1$  mm, 电子束角为 0.003 弧度. 我们可以利用前面推导的曲近轴轨迹方程, 求出它的一阶聚焦成像性质, 所得的结果如表 1 所示.

表 1 用曲轴法求解的磁浸没透镜的一阶聚焦成像的计算结果

x 向聚焦位置 (mm)	y 向聚焦位置 (mm)	轴上像散 (μm)	x 向像放大率	y 向像放大率
70.796	70.740	0.0423	0.415	0.415

从表 1 可以看到, 我们所研究的这种磁浸没透镜的确能形成缩小的聚焦像. 由我们前面的工作还能知道<sup>[3]</sup>, 在成像的过程中, 没有束腰的产生, 这对解决目前国际上投射式电子束曝光技术中存在的随机库仑相互作用问题将会有一定的作用. 要求解曲轴二级像差, 应先求解出曲近轴轨迹方程(13)的通解及其导数, 然后代入像差系数公式, 积分后求得各像差系数值, 再代入式(20)和(21), 即可求得曲轴二级像差. 表 2 是在这种磁浸没透镜中所计算的曲轴二级像差系数  $c_{201} \sim c_{220}$  的值.

表 2 曲轴二级像差系数

$c_{201}$	$c_{202}$	$c_{203}$	$c_{204}$	$c_{205}$
-0.14929E+00	0.10221E+01	-0.32908E+00	0.30092E-02	0.99514E-03
$c_{206}$	$c_{207}$	$c_{208}$	$c_{209}$	$c_{210}$
-0.30321E-02	0.11462E-01	-0.12868E-01	-0.11401E+00	0.67120E-01
$c_{211}$	$c_{212}$	$c_{213}$	$c_{214}$	$c_{215}$
-0.11481E+01	-0.13104E+01	-0.11787E+01	-0.14999E-02	-0.40620E-02
$c_{216}$	$c_{217}$	$c_{218}$	$c_{219}$	$c_{220}$
0.19688E-02	-0.12927E-01	-0.12306E+00	0.66500E-01	-0.12597E+00

对于宽束物面的成像问题, 散焦图形可由孔径像差导出, 所以这里我们仅考虑式(20)和(21)中的孔径像差项. 这里我们考虑到技术上的原因, 讨论的像平面是中心轨迹所在的像平面, 而不是曲轴轨迹所在的局部像平面. 下图是在此像平面上的孔径像差的落点轮廓分布图:

从上图可以看出, 在物平面上的一点发出具有相同初始倾角  $\alpha$  的电子, 经过磁浸没透镜成像后, 在像平面上对应的孔径像差分布是类似于椭圆的分布, 而在我们熟悉的短电子透镜中, 此时孔径像差的分布是一个圆形图像. 由图中还可以看出, 随着倾角  $\alpha$  趋近于 0, 孔径像差的落点分布趋近于 (0, 0) 这一点; 且不同  $\alpha$  角的全体电子的落点, 分布在一个类似慧尾的图形范围内.

4 结论

本文采用宽束曲光轴理论, 得出了磁浸没透镜系统的主轨迹方程和曲近轴轨迹方程, 同时利用数学软件 Mathematica 推导出了其全部二级像差系数. 计算了具有缩倍的轴上磁场分布的磁浸没透镜的曲轴二级像差, 并给出了孔径像差的弥散图形, 得出了磁浸没透镜不同于一般的短电子透镜的电子光学像差特性.

参考文献:

- [1] L R Harriott, et al. Space charge effects in projection charge particle lithography systems [J]. Vac. Sci. Technol. B14(6), 1996: 3782.
- [2] K H Brown. Lithography beyond 0.13μm, Proc. 42nd Intern [A]. Conf. On Electron, Ion and Photon Beam Technology and Nanofabrication [C] (Chicago), MLI, 1998.
- [3] Min Cheng, Tiantong Tang. Study on wide beam curved optical axes for focusing for magnetic immersed lenses without crossovers [A]. Optik, 2000: 509-513.
- [4] Stephen Wolfram. Mathematica: a system for doing mathematics by computer [A]. Redwood City, California: Addison Wesley Pub. Co., 2nd Edition, 1990.
- [5] Glaser W. Elektronen und Ion Optik [M]. in Handbuch der Physik. Band 33. Springer Verlag, Berlin, 1956.
- [6] Hawkes P W and Kasper E. Principles of electron optics [M]. Academic Press, 1989, (2).
- [7] 周立伟. 宽束电子光学 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1993.
- [8] Zhou Liwei. Optics of wide electron beam focusing [J]. Electron Optical systems. SEM Inc., 1984: 45-62.
- [9] 唐天同. 应用带电粒子光学引论 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1986.

作者简介:



程 敏 女. 1975 年生于山东临沂. 1997 年毕业于西安交通大学电子工程系并获学士学位. 现为西安交通大学电子科学与技术系博士研究生, 主要研究方向为 ULSI 电子束曝光系统的场计算和有关带电粒子光学领域的理论计算.

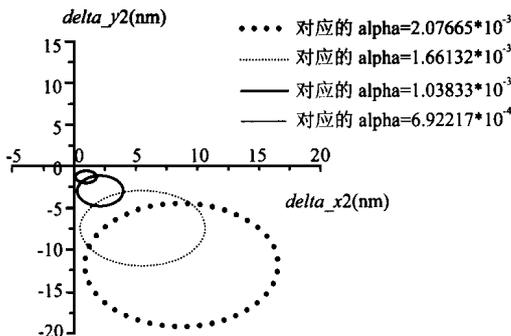


图 1. 孔径像差的弥散图形分布