

结合字典稀疏表示和非局部相似性的 自适应压缩成像算法

练秋生, 周 婷

(燕山大学信息科学与工程学院, 河北秦皇岛 066004)

摘 要: 如何以较少的观测值重构出高质量的图像是压缩成像系统的一个关键问题. 本文根据图像块随机投影能量大小分布特点, 提出了一种新的自适应采样方式以及针对自适应采样的有效重构算法. 重构时利用了图像在字典下的稀疏表示原理和图像的非局部相似性先验知识. 为实现图像的稀疏表示, 文中构造了由多个方向字典和一个正交 DCT 字典组成的冗余字典, 并用 l_1 范数作为约束条件求解稀疏优化问题. 由于充分利用了图像块的局部特性和图像的非局部特性, 本文的压缩成像算法在低采样率下能重构出较高质量的图像.

关键词: 压缩成像; 自适应采样; 冗余字典; 稀疏表示; 非局部相似性

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2012) 07-1416-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.07.021

Adaptive Compressed Imaging Algorithm Combined the Sparse Representation in the Dictionaries with Non-Local Similarity

LIAN Qiu-sheng, ZHOU Ting

(Institute of Information Science and Technology, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China)

Abstract: How to reconstruct the original image from fewer observations is still a crucial question in compressed imaging. According to the probability distribution characteristics of the random projection energy, a novel adaptive sampling method and the corresponding reconstruction algorithm are proposed. The algorithm makes full use of the priors of the sparse representation based on the dictionary and the non-local properties. In order to achieve the sparse image representation, we construct the redundant dictionary that contains several directional dictionaries and one orthogonal DCT dictionary, and solve the sparse optimization problem with constraint of l_1 norm. The proposed compressed imaging algorithm which combines the local traits of the image patches and the non-local properties of the image can reconstruct the high quality image in low sampling rate.

Key words: compressed imaging; adaptive sampling; redundant dictionary; sparse representation; non-local similarity

1 引言

压缩感知理论是近几年来信息领域的一次重要变革, 它可以缓解人们对信息需求量日益增加造成的信息传输和存储方面的压力^[1,2]. 经典的采样定理要求采样速率必须达到信号带宽的两倍以上才能精确重构原信号. 在实际应用中, 人们常采用将采样数据压缩的方式将大量非重要数据丢弃来达到降低传输成本的目的, 但这种先采样后压缩的方式造成了采样资源的浪费^[3,4]. 为降低采样率, 压缩感知理论提出将采样和压缩同时进行, 即首先对信号进行非自适应线性投影得到观测值, 然后利用稀疏性的先验知识通过求解一个优化问题从

已知的少量投影值中以高概率重构出原信号^[1,2,5].

压缩感知理论是由 Dohono, Candes 和华裔科学家 Tao 等人在 2004 年提出的, 但最早的论文直到 2006 年才公开发表^[2,6]. 该理论提出后, 在许多领域受到高度关注, 其应用领域涉及无线传感网络^[7], 医学图像处理^[8]等. 压缩感知理论并没有违背奈奎斯特采样定理, 因为它在重构过程中利用了图像表示的稀疏性先验知识. CS(Compressed Sensing)的重构过程实际是一个求解欠定方程的过程, 且欠定方程的解不唯一. 为了获得方程的最优解, 人们将稀疏性作为先验知识, 提出了基追踪(Basis Pursuit, BP)^[9], 匹配追踪(Matching Pursuit, MP), 正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)^[10], 稀

疏自适应匹配追踪 (Sparsity Adaptive Matching Pursuit, SAMP)^[11]等算法.

压缩成像算法是基于压缩感知理论的一种成像方法,它可以在更低的采样率下重构出高质量的图像.对于二维图像,压缩成像算法面临着计算复杂度高和存储量巨大等问题.为了解决该问题,人们提出了分块压缩感知算法^[12,13],该算法使用相同的采样算子对图像块进行投影、传输和重构,这样能有效降低对计算速度和存储空间的要求.目前的分块压缩感知算法对所有图像块均采用相同的采样率.但是在一幅图像中,有的图像块包含的信息量比较多,有的图像块包含的信息量比较少,包含信息量少的图像块与含有信息量多的图像块相比可以用更少的观测值重构,因此不必对所有图像块使用相同的采样率进行采样.

为了在不影响重构图像质量的前提下降低采样率,本文提出了分块自适应采样的方法.首先利用高斯随机投影矩阵对图像块进行随机投影,再根据观测向量的能量大小将观测向量分为平滑和非平滑两部分.在进行二次随机投影前先把所有平滑块的观测值排列为一维的向量 Y_1 ,再对 Y_1 进行二次随机投影来降低采样率.二次随机投影在理论上也可以用高斯随机矩阵实现,但由于 Y_1 的维数 d 太大(数量级为 10^3),投影矩阵的维数 $d \times d$ 数量级高达 10^6 ,因此需要的存储量和计算开销都非常大.为了减小投影矩阵的存储量,本文采用随机置乱 DCT 变换 (Permuted Discrete Cosine Transform, PDCT) 实现二次随机投影^[14~16].

在接收端本文先用迭代软阈值算法 (Iterative Soft Thresholding, IST)^[17] 重构平滑图像块第一次投影的观测值.在对图像块的重构过程中,利用了图像稀疏表示的先验知识,并且对平滑部分和非平滑部分使用不同的字典.为了进一步提高图像的重构效果,在非平滑图像块的重构过程中还加入了非局部相似性的先验知识.本文的压缩成像算法包括两个部分:自适应采样和重构.本文提出的压缩成像算法具体过程如图 1 所示.

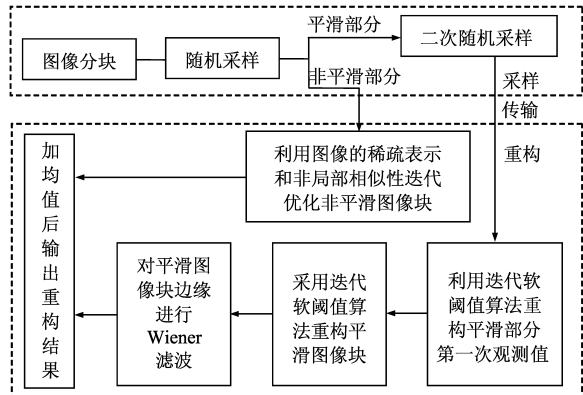


图1 本文压缩成像算法原理

2 图像分块自适应采样

2.1 图像分块

对 $n \times n$ 的二维图像,如果仍然使用一维的处理方法对其进行随机采样,则观测矩阵的大小为 $m \times n^2$,计算和存储这样的高斯随机矩阵非常困难.如果把图像分成 $B \times B$ 大小的图像块,并且对每个图像块都使用相同的采样矩阵进行采样^[12,13],则对于第 i 个图像块 x_i ,其观测向量可表示为:

$$y_i = \Phi_B x_i \quad (1)$$

式中 Φ_B 是大小为 $m_B \times B^2$ 的高斯随机矩阵, y_i 是观测向量,大小为 $m_B \times 1$. 对于整幅图像,采样过程可表示为:

$$Y = \Phi X \quad (2)$$

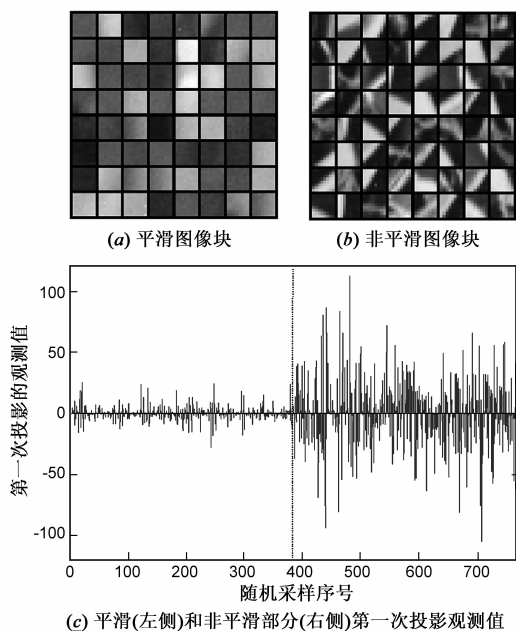
式中 X 和 Y 分别是由 x_i 和 y_i 形成的向量,式中 Φ 是由 Φ_B 形成的对角阵.

选用分块采样方式的最主要优点是采样算子便于存储,而且在重构时不需要等到整幅图像都传输完成就可以对已传输的观测值进行重构.

2.2 自适应采样

如何设计采样矩阵是压缩感知理论的一个关键问题,设计观测矩阵的原则是用较少的观测值包含尽量多的原始信号的重要信息.根据文献^[1,2]的理论推导,为了使观测值包含足够的信息,随机投影矩阵 Φ_B 要满足 RIP (Restricted Isometric Property) 条件.虽然根据图像所包含信息的具体特征来产生观测矩阵是非常困难的,但是可以根据图像块的特征来选择它的采样率,这样既可以满足高质量重构的要求又可以降低采样率.文献^[1]中通过计算观测矩阵和稀疏基函数的相关性来选择采样矩阵.在压缩成像系统中,要求观测矩阵与稀疏基函数的相关性最小,即不相关性最大.由于高斯随机采样矩阵与任何确定的基函数不相关的概率极高,因此观测矩阵可采用高斯随机矩阵作为观测矩阵. Φ_B 是通过随机选取正交化高斯随机矩阵的某些行向量得到的, Φ_B 的行向量彼此正交且服从同一正态分布.由于 Φ_B 的行向量的所有分量之和为零,平滑图像块的各像素值在常数 c 附近微小随机波动,观测向量 $y_i = \Phi_B x_i$ 的第 j 个分量 $y_{i,j} = \sum_{k=1}^N \phi_{B(j,k)} x_{i,k} \approx \sum_{k=1}^N c \phi_{B(j,k)} = 0$ (其中 $\phi_{B(j,k)}$ 表示 Φ_B 的第 j 行第 k 个元素, $x_{i,k}$ 表示第 i 个图像的第 k 个像素, $x_{i,k} = c + \epsilon_{i,k} \approx c$, $|\epsilon_{i,k}| \ll c$, $\epsilon_{i,k}$ 为微小的随机波动).因此平滑图像块的随机投影大部分值比较小或接近零,只有少量的分量较大,即平滑图像块的随机投影是稀疏的(可压缩).

图 2(a)和(b)为随机选择 Lena 图像的部分平滑和



(c) 平滑(左侧)和非平滑部分(右侧)第一次投影观测值

图2 平滑和非平滑图像块及其观测值的分布

非平滑图像块,图 2(c)中虚线左侧为图 2(a)中平滑块第一次投影的观测值,可以看出平滑块第一次投影的观测值集中分布在一个很小的范围内,大部分值接近于零.图 2(c)中虚线右侧为图 2(b)中非平滑块的观测值,分布在一个比较大的范围内,而且大部分值都比较大.因此根据图像块观测向量 y_i 的能量(即 $E_i = \|y_i\|_2^2$)将其分为两部分: Y_1 表示能量较小(小于 T_E)的观测向量,即平滑图像块的观测向量:

$$Y_1 = \Phi_1 X_1 \quad (3)$$

式中 X_1 表示图像中所有的平滑块, Φ_1 则表示由 I_1 个 Φ_B 形成对角阵. Y_2 则表示观测值向量中能量比较大的部分,即非平滑图像块的观测向量:

$$Y_2 = \Phi_2 X_2 \quad (4)$$

式中 X_2 表示图像中所有的非平滑块, Φ_2 表示由 I_2 个 Φ_B 形成对角阵.

由于平滑部分的观测向量 Y_1 本身是稀疏的,包含的有效信息少,因此可以对 Y_1 进行二次采样.本文用 PDCT 算法来实现对平滑图像块观测值的随机采样:

$$\tilde{Y}_1 = PY_1 \quad (5)$$

式中 P 表示 PDCT 投影矩阵.其具体实现过程是先将 Y_1 排列成一维向量后进行随机置乱,对置乱后的向量进行 DCT 变换,然后根据采样率的需要抽取部分 DCT 变换系数作为二次随机投影的观测值,即 $\tilde{Y}_1 = PY_1 = (DFR)Y_1$.其中 R 为随机置乱算子, D 为抽取算子.在文献[14,15]中 F 为 FFT, P 称为随机置乱快速傅立叶变换(Permuted Fast Fourier Transform, PFFT).文献[16]提出 F 可以是 DCT、FFT 或 WHT 等正交变换, P 又称为结

构随机矩阵(Structurally Random Matrix, SRM),并且证明了 SRM 的性能与高斯随机投影矩阵的图像重构性能相当,但存储量和计算量均远远小于高斯随机投影矩阵.

需要注意的是对观测向量 Y_1 进行二次采样可等效为对原始图像平滑部分 X_1 (包含的信息量少)进行高压缩比(低采样率)的随机测量.但我们又无法直接对 X_1 进行高压缩比(低采样率)的随机测量.因为在压缩感知系统中,原始图像本身是未知的(它是要重构的目标),已知的是原始图像的随机投影,因此在文中先进行第一次随机投影,再对平滑部分投影值进行二次采样,从而有效降低总采样率.

本文根据观测向量的能量 $E(E = [E_1 \cdots E_I])$ 的均值 E_m 来确定阈值 T_E :

$$T_E = 0.4 * E_m \quad (6)$$

E 中小于 T_E 的部分代表平滑部分,大于 T_E 的部分代表非平滑部分.若第一次采样的采样率(即非平滑部分采样率) s_n 和平滑部分二次采样率 s 已知,则可计算出整幅图像的采样率 s_a :

$$s_a = \frac{I_1 \times (N \times s_n \times s + 1) + I_2 \times N \times s_n + I}{n \times n} \quad (7)$$

式(7)中 N (本文为 64)为一个图像块的像素数, $n \times n$ 表示图像的像素数, I 表示分块后的个数, I_1 为平滑块的个数, I_2 为非平滑块的个数,且满足 $I_1 + I_2 = I$.

接收端接收到平滑部分二次采样获得的观测向量 \tilde{Y}_1 后,文中采用迭代软阈值算法^[17]重构平滑部分第一次投影的观测值,迭代过程为:

$$Y_1^k = S_T(Y_1^{k-1} + P^T(\tilde{Y}_1 - PY_1^{k-1})) \quad (8)$$

$$S_T(Y) = \text{sign}(Y) * \max(|Y| - T, 0) \quad (9)$$

式中 S_T 为软阈值处理算子,阈值 T 与迭代次数成反比.由于平滑部分第一次随机投影得到的观测向量本身是稀疏的,因此可直接在空域而不是在变换域进行处理.

3 基于冗余字典和非局部相似性先验知识的成像算法

在压缩感知算法中,人们常采用小波基和多尺度几何分析的方法来获得图像的稀疏表示^[18].但是自然图像包含复杂的结构特征,用单一的基函数往往不能得到最优的稀疏表示.近几年来学者们对图像在冗余字典下的稀疏表示进行深入研究后发现,冗余字典能以更稀疏的方式表示图像.稀疏表示将信号的能量集中于少量的原子,这些原子包含了图像的主要结构特征.寻找图像的最优稀疏表示基是高质量重构图像的一个基础^[19].

由于平滑图像块和非平滑图像块的结构特征不

同,因此本文对平滑块和非平滑块重构时选用不同的字典.将自然图像库中的图像块按其方向性从 0° 到 180° 共分为 12 类,每类数据分别用 K-SVD (K-Singular Value Decomposition)方法训练一类字典^[20],每类字典包括 64 个原子,另外再加上正交 DCT 字典一共形成包括 832 个原子的冗余字典.正交 DCT 字典可以表示图像块中的各向同性特征,而方向字典可以表示图像中的角度,因此用冗余字典对非平滑图像块进行重构.而平滑图像块的结构特征比较简单,用正交 DCT 字典就可以表示它的各向同性特征,因此对平滑图像块重构时使用正交 DCT 字典.

压缩感知理论表明在图像重构过程中,将图像稀疏性的先验知识加入到优化方程中才能精确重构出原图像,本文选用 l_1 范数作为稀疏性的度量准则.根据已重构出的平滑图像块第一次投影的观测值,本文通过求解以下优化问题重构平滑图像块:

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \arg \min_{\mathbf{x}_i} \{ \|\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{x}_i\|_2^2 + \lambda_1 \|\mathbf{D}_{det}^T \mathbf{x}_i\|_1 \} \quad (10)$$

式中 \mathbf{x}_i 为图像块, \mathbf{y}_i 为观测向量, Φ_B 为投影矩阵, λ_1 为权重系数, \mathbf{D}_{det} 为正交 DCT 字典.式(10)的求解采用迭代软阈值算法,求解过程为:

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = S_{T,DCT}(\mathbf{x}_i^k + \Phi_B^T(\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{x}_i^k)) \quad (11)$$

式中 $S_{T,DCT}(\mathbf{x})$ 表示对 \mathbf{x} 进行正交 DCT 变换后进行软阈值处理,然后进行 DCT 逆变换.

为提高图像的重构质量,本文在非平滑图像块重构的过程中利用了图像的非局部相似性先验知识.在一幅图像中,可以在图像块 \mathbf{x}_i 周围比较大的区域 Ω 内寻找与 \mathbf{x}_i 相似的图像块,这种非局部的冗余性可以使重构结果更准确.在文中, \mathbf{x}_i^s 表示与图像块 \mathbf{x}_i 相似的图像块,误差 \mathbf{e}_i^s 为判断相似性的依据^[21].寻找与 \mathbf{x}_i 相似的图像块中前 L 个最相似的块,用 L 个相似块的线性组合表示对当前图像块的估计值 \mathbf{x}_i' :

$$\mathbf{x}_i' = \sum_{s=1}^L b_i^s \mathbf{x}_i^s \quad (12)$$

式中 $b_i^s = \exp(-\mathbf{e}_i^s/h)/c_i$, $\mathbf{e}_i^s = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i^s\|_2^2$, $c_i = \sum_{s=1}^L \exp(-\mathbf{e}_i^s/h)$,其中 h 为控制因子,它的取值与图像在区域 Ω 内的噪声方差 σ^2 (用稳健中值算子估计)成正比, $h = \sigma^2$, c 为常数,文中取 2.为减小搜索范围,本文在 25×25 大小的范围内寻找相似图像块.

由于平滑图像块的结构特征比较简单,非局部相似性并不能提高平滑图像块的重构效果.因此本文只在非平滑图像的重构过程中加入了非局部相似性的先验知识.将图像在冗余字典下的稀疏表示系数 l_1 范数最小和非局部相似表示误差最小作为约束条件,加入到非平滑图像块的重构过程中可得代价函数为:

$$\hat{\alpha}_i = \arg \min_{\alpha_i} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{D}_i \alpha_i\|_2^2 + \lambda_2 \|\alpha_i\|_1 + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{D}_i \alpha_i - \mathbf{x}_i'\|_2^2 \right\} \quad (13)$$

式中求出最优解 $\hat{\alpha}_i$ 后,对 $\hat{\alpha}_i$ 进行稀疏逆变换: $\hat{\mathbf{x}}_i = \mathbf{D}_i \hat{\alpha}_i$ 得到重构的图像.式中 λ_2 和 β 为权重系数, α_i 为基于冗余字典 \mathbf{D}_i 的稀疏表示系数向量, \mathbf{x}_i' 为利用相似图像块得到的图像块的估计值, \mathbf{D}_i 为按如下方法从字典 \mathbf{D} (12 个方向字典和正交 DCT 字典)中选择的冗余字典.首先计算图像块在 \mathbf{D} 中每个字典下的稀疏表示系数:

$$\alpha_i^j = \arg \min_{\alpha_i} \{ \|\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{D}^j \alpha_i\|_2^2 + \rho \|\alpha_i\|_1 \} \quad (14)$$

式中 \mathbf{D}^j 为 \mathbf{D} 中第 j ($j=1 \cdots 13$) 个字典,式(14)的求解利用 Lasso (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) 算法实现^[22], ρ 为权重系数.本文通过调用 SparseLab 中的 SolveLasso 函数求解式(14), ρ 的取值为 SolveLasso 中给出的缺省值,即 $\rho = \max \{ |(\Phi_B \mathbf{D}^j)^T \mathbf{y}_i| \}$.计算 $\alpha = \{\alpha_i^1, \alpha_i^2, \cdots, \alpha_i^{13}\}$ 中各系数向量的 l_1 范数,将其从小到大排列,选择与前三个向量对应的字典形成包含 192 个原子的字典 \mathbf{D}_i ,用于对当前非平滑图像块的重构.

本文通过交替迭代优化求解的方法求解式(13),令 $\mathbf{x}_i = \mathbf{D}_i \alpha_i$,式(13)可分解为两个优化问题:

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{x}_i} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{x}_i\|_2^2 + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i'\|_2^2 \right\} \quad (15)$$

$$\alpha_i^{k+2} = \arg \min_{\alpha_i} \{ \|\mathbf{x}_i^{k+1} - \mathbf{D}_i \alpha_i\|_2^2 + \lambda_2 \|\alpha_i\|_1 \} \quad (16)$$

$$\mathbf{x}_i^{k+2} = \mathbf{D}_i * \alpha_i^{k+2} \quad (17)$$

式(15)中 β 与迭代次数 k 成正比取值为 $\beta = 0.018 * k$,式中的第一项是为了满足观测方程: $\mathbf{y}_i = \Phi_B \mathbf{x}_i$,第二项为了满足非局部相似表示误差最小的原则.式(16)采用 Lasso 算法求解,式中 λ_2 的取值方法与式(14)中 ρ 的取值方法相同,式中的第一项是为了与式(15)的求解结果最接近,第二项是为了满足图像块在字典下的表示系数最稀疏的原理.采用梯度下降算法对式(15)求解:

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \mathbf{x}_i^k + \Phi_B^T(\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{x}_i^k) - \beta(\mathbf{x}_i^k - \mathbf{x}_i') \quad (18)$$

式(18)的迭代需要先确定初始值 \mathbf{x}_i^0 .为简单起见,在确定初始值时先不考虑非局部相似性,用 Lasso 算法求解下面优化问题可得到 α_i 的初始解:

$$\alpha_i^0 = \arg \min_{\alpha_i} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{D}_i \alpha_i\|_2^2 + \lambda_3 \|\alpha_i\|_1 \right\} \quad (19)$$

再通过稀疏逆变换得到图像块 \mathbf{x}_i 初始值: $\mathbf{x}_i^0 = \mathbf{D}_i \alpha_i^0$.式(19)中 λ_3 的取值方法与式(14)中权重系数的取值方法相同.

4 算法的实现

采样部分:

步骤 1 根据式(1)对去均值后的图像块进行投影,得到整幅图像的观测向量 \mathbf{Y} ;

步骤 2 根据式(6)计算能量阈值 T_E 将观测向量 \mathbf{Y} 分为平滑部分 \mathbf{Y}_1 和非平滑部分 \mathbf{Y}_2 ,对 \mathbf{Y}_1 用 PDCT 的方法进行二次随机投影得到 $\tilde{\mathbf{Y}}_1$;

重构部分:
步骤 3 根据式(8)、(9)利用已知向量 $\tilde{\mathbf{Y}}_1$ 重构出平滑部分第一次投影的观测向量;

步骤 4 重构平滑图像块,平滑部分初始值为: $\mathbf{x}_i^0 = \Phi_B^T(\Phi_B\Phi_B^T)^{-1}\mathbf{y}_i$,对每个平滑图像块按以下三个步骤迭代 K 次,迭代完成后对每块边缘进行 Wiener 滤波,迭代过程中的三个步骤包括:

- (1)用观测值误差更新当前图像块的估计值: $\mathbf{x}_i^{k+1} = \mathbf{x}_i^k + \Phi_B^T(\mathbf{y}_i - \Phi_B\mathbf{x}_i^k)$;
- (2)对图像估计值的 DCT 变换系数进行软阈值处理: $\alpha_i^{k+2} = \text{sign}(\mathbf{D}_{\text{dct}}^T\mathbf{x}_i^{k+1}) * \max(|\mathbf{D}_{\text{dct}}^T\mathbf{x}_i^{k+1}| - T, 0)$;
- (3)对阈值处理后的系数进行 DCT 逆变换得到图像的新估计值: $\mathbf{x}_i^{k+2} = \mathbf{D}_{\text{dct}} * \alpha_i^{k+2}$.

步骤 5 计算非平滑部分初始值:
(1)利用式(14)计算 \mathbf{y}_i 在 \mathbf{D} 中每个字典下的稀疏系数,选择稀疏系数的 l_1 范数比较小的三个字典构成字典 \mathbf{D}_i ;

(2)根据式(19)计算图像块稀疏系数的初始值 α_i^0 ;

(3)计算图像块的初始值: $\mathbf{x}_i^0 = \mathbf{D}_i\alpha_i^0$;

步骤 6 重构非平滑图像块.将非平滑图像块的初始值和步骤 4 中得到的平滑图像块作为图像的初始值 \mathbf{x}^0 ,对每个非平滑图像块按以下四个步骤迭代 K 次:

- (1)如果迭代次数 k 满足条件: $\text{mod}(k, 4) = 1$,则根据式(12)计算与图像块 \mathbf{x}_i 相似的图像块 \mathbf{x}_i^s 和对应的归一化权重系数 b_i^s ,用相似图像块的线性组合估计 \mathbf{x}_i' ,否则执行(2)*;
- (2)根据式(18)更新当前图像块的估计值 \mathbf{x}_i^{k+1} ;
- (3)根据式(16)求解稀疏系数 α_i^{k+2} ;
- (4)根据式(17)对系数进行稀疏逆变换得到 \mathbf{x}_i^{k+2} ;

步骤 7 图像块的估计值加上各自的均值,重新排列得到重构的图像.

5 实验结果

为便于与文献[13]中的结果进行比较,本文选用与文献[13]中相同的五幅尺寸为 512×512 标准灰度图像: Lena, Barbara, Peppers, Hill, Mandrill. 在实验中分别选择 10%、20%、30%、40% 四种采样率,图像块大小为 8×8 .

本文从两个角度与文献[13]中算法进行比较,表 1 中的数据是同一幅图像在相同采样率下的重构结果比

较,表 2 中的数据是在达到同样重构效果情况下所需的采样率的比较.表中 BCS-SPL-DDWT 为文献[13]提出的基于复数小波和分块压缩的成像算法,其中 BCS-SPL-DDWT8 表示图像块的大小为 8×8 ,BCS-SPL-DDWT32 表示图像块大小为 32×32 . BCS-SPL-DDWT 算法为近年来图像重构效果较为优秀的分块压缩成像算法之一,其源代码可从 <http://www.ece.msstate.edu/~fowler/BCSS-PL/> 下载.表中 Dic 和 Dic + NL 为本文提出的算法,其中 Dic 表示平滑图像块用正交 DCT 字典,非平滑部分用冗余字典的重构方法;Dic + NL 表示平滑图像块用正交 DCT 字典,对非平滑图像块采用冗余字典和非局部相似性的重构算法.从本文方法计算出的结果中可以看出,在非平滑图像块的重构过程中加入非局部相似性的先验知识后,Barbara, Lena, Pepper, Mandrill, Hill 的重构结果的平均 PSNR 值分别提高了 0.56dB,0.15dB,0.14dB,0.24dB,0.34dB,表明非局部相似性的先验知识可以有效提高图像的重构质量.

表 1 图像重构质量比较(表中 Aver 表示在不同的采样率下重构效果的平均 PSNR 值,DDWT32 表示算法 BCS-SPL-DDWT32, DDWT8 表示算法 BCS-SPL-DDWT8.)

Image	抽样率	10%	20%	30%	40%	Aver
Barbara	DDWT8	22.71	24.08	25.62	27.28	24.92
	DDWT32	22.85	24.29	25.92	27.50	25.14
	Dic	22.93	26.07	29.21	32.27	27.62
	Dic + NL	23.23	26.71	30.00	32.79	28.18
Lena	DDWT8	27.73	31.06	33.16	35.01	31.74
	DDWT32	28.31	31.37	33.50	35.20	32.10
	Dic	29.07	33.23	35.60	36.47	33.59
	Dic + NL	29.24	33.53	35.68	36.49	33.74
Peppers	DDWT8	28.38	31.32	32.78	34.01	31.62
	DDWT32	28.88	31.44	32.89	34.06	31.82
	Dic	28.76	32.23	33.99	34.73	32.43
	Dic + NL	28.91	32.51	34.08	34.78	32.57
Mandrill	DDWT8	22.74	24.87	26.90	28.77	25.82
	DDWT32	22.94	24.87	26.69	28.42	25.73
	Dic	22.12	25.08	27.60	30.92	26.43
	Dic + NL	22.33	25.41	27.95	30.98	26.67
Hill	DDWT8	26.67	28.82	30.36	31.75	29.40
	DDWT32	26.96	28.93	30.45	31.79	29.53
	Dic	26.29	29.35	31.16	32.93	29.93
	Dic + NL	26.53	29.76	31.57	33.20	30.27

本文的重构结果与文献[13]中 BCS-SPL-DDWT8 的重构结果相比(以平均 PSNR 值为标准),Barbara, Lena, Peppers, Mandrill, Hill 分别提高了 3.26dB, 2.00dB, 0.95dB, 0.85dB, 0.87dB. 与 BCS-SPL-DDWT32 的重构结

* 注:当图像块的估计值 \mathbf{x}_i^k 与上一次的估计值 \mathbf{x}_i^{k-1} 相比变化比较小时,相似图像块 \mathbf{x}_i^s 和权重系数 b_i^s 变化也很小,而且考虑到算法的运行时间问题,因此每隔 4 次重新计算 \mathbf{x}_i^s 和 b_i^s

果相比, Barbara 图像重构结果的平均 PSNR 值提高了 3.04dB, Lena, Peppers, Mandrill, Hill 分别提高了 1.64dB, 0.75dB, 0.94dB, 0.74dB. 五幅图像中, 本文方法的重构效果与文献[13]中的方法相比, 都有不同程度的提高, Barbara 图像的重构结果差别最为明显, Hill 图像的重构结果差别最小. 从图 3 显示的 Barbara 局部图像中可以看出本文算法重构图像细节比其它两种算法更清晰.

表 2 相同重构质量需要的采样率比较

Barbara	重构结果 (dB)	24.29	25.92	27.50
	DDWT32	20%	30%	40%
	Dic + NL	13%	17%	22%
Lena	重构结果 (dB)	31.37	33.50	35.20
	DDWT32	20%	30%	40%
	Dic + NL	13%	20%	28%
Peppers	重构结果 (dB)	31.44	32.89	34.06
	DDWT32	20%	30%	40%
	Dic + NL	16%	22%	30%
Mandrill	重构结果 (dB)	24.87	26.69	28.42
	DDWT32	20%	30%	40%
	Dic + NL	18%	25%	32%
Hill	重构结果 (dB)	28.93	30.45	31.79
	DDWT32	20%	30%	40%
	Dic + NL	17%	24%	32%

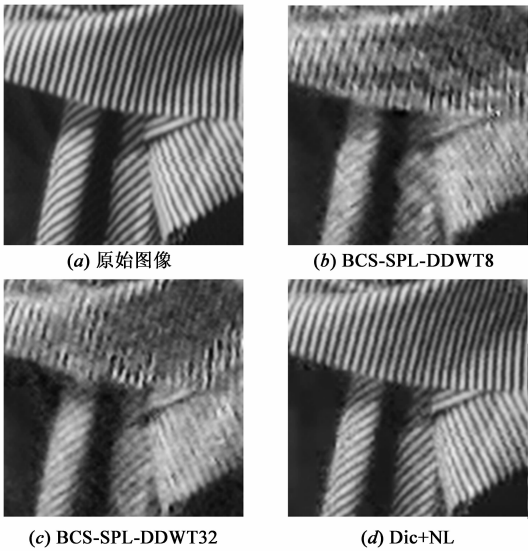


图3 采样率为30%时, Barbara图像的重构结果(局部放大)

表 2 与表 1 选择的图像相同, 表中的数据是在达到相同重构效果的情况下, 两种方法所需采样率的比较. 表 2 中的数据表明在达到相同重构效果的情况下, 本文算法所需的采样率更低. 如 Lena 图像重构的 PSNR 值为 33.50dB 时, 文献[13]中 BCS-SPL-DDWT32 算法的采样率为 30%, 而本文算法只需要 20% 的采样率就可以达到相同的效果, 降低了 10% 的采样率.

6 结论

本文根据图像块观测向量的能量分布特征提出了

自适应采样的方法, 将图像的随机投影值分成两部分并且对平滑部分观测向量进行二次采样. 在重构时充分利用了图像在字典下的稀疏表示原理和非局部相似性的先验知识. 经实验证明本文算法的重构质量与文献[13]中方法得到的结果相比, 无论是从视觉效果还是从客观的评价标准(以 PSNR 值作为衡量标准)方面都有明显提高. 在重构过程中充分利用图像的先验知识可以有效提高重构质量, 如何将更多的先验知识应用到压缩成像中是将来要继续研究的方向.

参考文献

[1] E J Candes, M B Wakin. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21 – 30.

[2] D L Donoho. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 – 1306.

[3] 石光明, 刘丹华, 高大化, 刘哲, 林杰, 王良君. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070 – 1081.

Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, Gao Da-hua, Liu Zhe, Lin Jie, Wang Liang-jun. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070 – 1081. (in Chinese)

[4] 杨海蓉, 张成, 丁大为, 韦穗. 压缩传感理论与重构算法[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 142 – 148.

Yang Hai-rong, Zhang Cheng, Ding Da-wei, Wei Sui. The theory of compressed sensing and reconstruction algorithm[J]. Acta Electronica Sinica 2011, 39(1): 142 – 148. (in Chinese)

[5] R G Baraniuk. Compressive sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118 – 121.

[6] E J Candes, J Romberg, T Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489 – 509.

[7] W Bajwa, J Haupt, A Sayeed, R Nowak. Compressive wireless sensing[A]. Proceedings of the fifth International Conference on Information Processing in Sensor Networks (SN '06)[C]. New York, USA: ACM, 2006. 134 – 142.

[8] M Lustig, D L Donoho, J M Pauly. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging[J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2007, 58(6): 1182 – 1195.

[9] S S Chen, D L Donoho, M A Saunders. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001, 43(1): 129 – 159.

[10] J A Tropp, A C Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655 – 4666.

[11] T T Do, L Gan, N Nguyen, T D Tran. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing

- [A]. Proceedings of the 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers[C]. Pacific Grove, California, 2008. 581 – 587.
- [12] Lu Gan. Block compressed sensing of natural images[A]. Proceedings of the 15th International Conference on Digital Signal Processing[C]. Cardiff, UK, 2007. 403 – 406.
- [13] S Mun, J E Fowler. Block compressed sensing of images using directional transforms[A]. Proceedings of the 16th International Conference on Image Processing[C]. Cairo, Egypt, 2009. 3021 – 3024.
- [14] M F Duarte, M B Wakin, R G Baraniuk. Fast reconstruction of piecewise smooth signals from incoherent projections[A]. In Workshop on Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations[C]. Rennes, France, 2005. 695 – 698.
- [15] E Candes, J Romberg, T Tao. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207 – 1223.
- [16] T T Do, T D Tran, Lu Gan. Fast compressive sampling with structurally random matrices[A]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing[C]. Las Vegas, NV, 2008. 3369 – 3372.
- [17] I Daubechies, M Defrise, C DeMol. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(11): 1413 – 1457.
- [18] 练秋生, 陈书贞. 基于解析轮廓波变换的图像稀疏表示及其在压缩传感中的应用[J]. 电子学报, 2010, 38(6): 1293 – 1298.
Lian Qiu-sheng, Chen Shu-zhen. Sparse image representation using the analytic Contourlet transform and its application on compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(6): 1293 – 1298. (in Chinese)
- [19] R Rubinstein, A M Bruckstein, M Elad. Dictionary for sparse representation modeling[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1045 – 1057.
- [20] M Aharon, M Elad, A Bruckstein. K-SVD: An algorithm for designing over complete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transaction. on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311 – 4322.
- [21] Dong Wei-sheng, Zhang Lei, Shi Guang-ming, Wu Xiao-lin. Image deblurring and super-resolution by adaptive sparse domain selection and adaptive regularization[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(7): 1838 – 1857.
- [22] B Efron, T Hastie, I Johnstone, R Tibshirani. Least angle regression[J]. The Annals of Statistics, 2004, 32(2): 407 – 499.

作者简介



练秋生 男, 1969 年 8 月生于江西遂川. 博士, 现为燕山大学信息科学与工程学院教授/博士生导师. 获省科技进步二等奖二项, 发表论文三十余篇. 主要研究方向为图像处理, 压缩感知及多尺度几何分析等.

E-mail: lianqs@ysu.edu.cn



周 婷 女, 1986 年 8 月生于河北衡水. 现为燕山大学信息科学与工程学院硕士研究生. 主要研究方向为图像处理, 压缩感知等.

E-mail: zhouting1986.ok@163.com