

# 基于可靠性累积概率的球形译码排序

曹海燕<sup>1</sup>, 李 君<sup>2</sup>, 李光球<sup>1</sup>

(1. 杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江杭州 310018; 2. 中国计量学院信息工程学院, 浙江杭州 310018)

**摘 要:** 球形译码的信号顺序对译码的复杂度有很大的影响. 本文提出了一种新的基于可靠性累积概率的排序算法, 该算法以迫零解作为参考软信息, 定义各符号与迫零解之差的累积概率作为信号的可靠性度量, 译码符号顺序以累积概率从大到小进行, 综合考虑了信道状态、接收向量以及迫零算法对噪声的放大影响. 仿真结果表明, 该算法大大降低了球形译码算法的计算复杂度.

**关键词:** 球形译码; 排序; 迫零解; 可靠性

**中图分类号:** TN911

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2012) 07-1455-05

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.07.027

## Ordering Scheme for Sphere Decoding Based on Accumulated Probability of Reliability

CAO Hai-yan<sup>1</sup>, LI Jun<sup>2</sup>, LI Guang-qiu<sup>1</sup>

(1. Communication Engineering College, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

2. Information Engineering College, China Jiliang University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China)

**Abstract:** The decoding order has a deep impact on the complexity of sphere detection. A new ordering scheme for sphere decoding algorithm is presented in this paper which is based on the reliability defined by the accumulated probability of the difference between symbol element and the zero forcing solution. The proposed ordering scheme takes into account the channel states, the receiver signal and the effect of the noise amplification to get the decoding order according to the probability. The simulation results show that the proposed scheme can achieve a significant complexity reduction.

**Key words:** sphere decoding; ordering; zero forcing solution; reliability

## 1 引言

在 MIMO 系统的信号检测算法中, 最大似然检测的计算复杂度随着发射天线数及调制星座点数的增加而呈指数增长, 这使得它难以应用在实际系统中. 于是出现了一些次优的检测算法, 如迫零 (ZF, Zero Forcing) 算法、最小均方估计 (MMSE, Minimum Mean Square Estimate) 算法、串行干扰抵消算法等, 这些算法的复杂度较低, 但其误比特率性能较差.

球形译码 (SD, Sphere Decoding) 是一种能得到最大似然检测性能的低复杂度检测算法<sup>[1]</sup>. 它是通过设定一个以接收向量为中心的超球, 仅搜索超球内的格点来找到最大似然解, 使其在很大的信噪比范围内具有多项式复杂度. 但在低信噪比范围内或调制阶数较高时, 球形译码算法的复杂度仍然是很高的. 要降低球形译码算法的复杂度必须进一步缩小搜索空间, 而搜索空间的大小

与信号的检测顺序是密切相关的, 因此可以通过对信道矩阵的列进行重排来改变信号的搜索顺序. 目前, 球形译码的检测顺序算法主要有三类: ①依信道矩阵的列范数排; ②基于串行干扰消除的嵌入 QR 分解排序; ③基于 ZF 或 MMSE 估计值的排序. 文献[2]以信道矩阵的列范数大小作为信号排序的依据, 文献[3, 4]则是将用于 V-BLAST<sup>[5]</sup>中的串行干扰消除的检测顺序<sup>[6]</sup>运用到球形译码中, 降低了球形译码的平均复杂度, 但这两种算法都只考虑了信道状态, 因而性能较差, 且 V-BLAST 排序预处理算法本身的计算复杂度非常高. 文献[7~10]将排序算法嵌入在 QR 分解的过程中, 其中文献[7]只考虑了信道状态, 性能较差; 文献[8~10]则综合考虑了信道状态与接收向量, 使其性能得到了进一步的改善, 但其预处理的复杂度非常高. 文献[11~13]中提出用迫零解的初始估计值作为参考确定发射向量的可靠性, 以此来对信道矩阵进行排序可以进一步降低复杂度, 但没



理过程,是试图确定一个更优的排列  $\pi$ ,使得树状搜索按照  $s_{\pi(m)}, s_{\pi(m-1)}, \dots, s_{\pi(1)}$  的顺序进行球形译码的复杂度低于按照  $s_m, s_{m-1}, \dots, s_1$  的原始顺序进行译码的复杂度. 设排列  $\pi$  对应正交排列矩阵  $\mathbf{P}_\pi$ , 则接收信号  $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w} = \mathbf{H}\mathbf{P}_\pi^T \mathbf{P}_\pi \mathbf{s} + \mathbf{w}$ , 对  $\mathbf{H}\mathbf{P}_\pi^T$  作 QR 分解后进行球形树状检测, 则检测顺序由原始的  $s_m, s_{m-1}, \dots, s_1$  变为  $s_{\pi(m)}, s_{\pi(m-1)}, \dots, s_{\pi(1)}$ . 由此也可以看出, 这种预处理方式只是改变信号的检测顺序, 影响检测的复杂度, 对检测的性能没有任何的影响<sup>[8]</sup>.

通过设置某种准则确定每个符号的接收可靠性度量可以优化信号的检测顺序. 目前三类排序算法中, 第一类排序的预处理简单, 但对于降低译码复杂度的效果较差; 第二类排序的预处理复杂度高, 但效果较好; 第三类效果与第二类相当, 且预处理简单, 它是以星座点与 ZF 解之间的绝对距离作为可靠性度量, 但没有考虑在求迫零解时对噪声的放大而导致所得的可靠性降低. 本文对此进行了改进, 综合考虑了接收向量的信息、信道状态信息以及对噪声放大的影响因素.

设在信道矩阵  $\mathbf{H}$  已知时, ZF 解向量为:

$$\mathbf{s}_{zf} = \mathbf{H}^+ \mathbf{y} \quad (8)$$

其中  $\mathbf{H}^+$  表示  $\mathbf{H}$  的 Moore-Penrose 逆矩阵. 将式(8)展开可以得到 ZF 解向量中的每个元素为:

$$s_{zf}(i) = s_i + (\mathbf{H}^+)_i \mathbf{w} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

其中是某个发送的信号星座点,  $(\mathbf{H}^+)_i \mathbf{w}$  则是均值为 0, 方差为  $\|(\mathbf{H}^+)_i\|^2 \sigma^2$  的高斯噪声,  $\|(\mathbf{H}^+)_i\|$  表示  $\mathbf{H}^+$  矩阵的第  $i$  行的范数. 因此, 对于每个  $i \neq k$ ,  $s_{zf}(i)$  和  $s_{zf}(k)$  所经历的噪声环境是不同的. 此时, ZF 解向量的第  $i$  个随机变量元素  $s_{zf}(i)$  是服从均值为  $s_i$ , 方差为  $\|(\mathbf{H}^+)_i\|^2 \sigma^2$  的高斯分布, 即噪声放大系数为  $\|(\mathbf{H}^+)_i\|$ , 根据契比雪夫不等式可以得到:

$$P(\|s_{zf}(i) - s_i\| \geq \epsilon) \leq \frac{\|(\mathbf{H}^+)_i\|^2 \sigma^2}{\epsilon^2} \quad (10)$$

其中  $P(\cdot)$  表示概率. 从式(10)我们可以知道, 随机变量元素  $s_{zf}(i)$  与其均值的绝对距离越大的可能性越小, 距离越大则可靠性越低, 但受其方差不同的影响而使得即使绝对距离相同的情况下, 其可靠性依然是不同的. 因此, 仅仅如文献[11~13]以星座点与 ZF 解之间的绝对距离作为可靠性度量来判断信号的可靠性是不够充分的.

综上分析, 为了充分的考虑噪声放大的影响因素, 我们定义可靠性度量为:

$$P_X(X \leq \|s_{zf}(i) - s_i\|) = F_{N(0, \|(\mathbf{H}^+)_i\|^2 \sigma^2)}(\|s_{zf}(i) - s_i\|) \quad (11)$$

其中随机变量  $X$  是均值为 0 方差为  $\|(\mathbf{H}^+)_i\|^2 \sigma^2$  的高斯分布,  $F_{N(0, \|(\mathbf{H}^+)_i\|^2 \sigma^2)}(\cdot)$  表示该高斯分布的累积分

布函数,  $s_{zf}(i)$  为 ZF 解向量中的第  $i$  个具体值. 基于此定义的可靠性度量, 本文球形译码排序算法的具体流程如下:

(1) 根据式(8)计算 ZF 解向量  $\mathbf{s}_{zf}$ ;

(2) 对于 ZF 解向量  $\mathbf{s}_{zf}$  的每个元素  $s_{zf}(i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 计算信号星座点与 ZF 解  $s_{zf}(i)$  的距离, 并按其距离值从小到大排序, 即:

$$\|s_i^{(1)} - s_{zf}(i)\| \leq \|s_i^{(2)} - s_{zf}(i)\| \leq \dots \leq \|s_i^{(L)} - s_{zf}(i)\| \quad (12)$$

(3) 取式(12)中的第 2 项, 即取与 ZF 解次近的距离值, 利用式(11)计算出每层元素的可靠性度量:

$$\text{reliability}(s_i) = F_{N(0, \|(\mathbf{H}^+)_i\|^2 \sigma^2)}(\|s_{zf}(i) - s_i^{(2)}\|) \quad (13)$$

(4) 将可靠性度量从小到大排序, 则球形译码的顺序按照可靠性度量从大到小进行.

算法中取与 ZF 解次近的距离值计算可靠性度量是根据球形译码的最早裁剪原则<sup>[10,12,13]</sup>, 尽早的判断与 ZF 解次近的星座点是否在搜索的范围内以便尽早的做出裁剪.

## 5 仿真结果与分析

我们通过仿真将本文排序策略的译码复杂度与嵌套 QR 分解排序<sup>[8~10]</sup> (第 2 类排序) 以及只以星座点与 ZF 解之间的绝对距离作为可靠性度量排序<sup>[11~13]</sup> (第 3 类排序) 的译码复杂度进行了比较. 在进行球形译码仿真中, 我们采用了 SE 搜索策略, 计算复杂度以通用的平均访问的节点个数度量<sup>[11]</sup>. 我们比较了  $4 \times 4$  的 MIMO 系统和  $8 \times 8$  的 MIMO 系统, 调制方式采用  $L^2$ -QAM 调制, 在此, 分别取  $L = 4, L = 8$  两种调制方式.

图 2 和图 4 分别为  $4 \times 4$  和  $8 \times 8$  MIMO 系统中 16QAM 和 64QAM 调制下不同排序策略的误符号率性能图, 可以看出, 由于排序算法只是对球形译码算法进行了预处理, 只改变搜索顺序, 对其性能无任何影响.

图 3 与图 5 分别显示了  $4 \times 4$  和  $8 \times 8$  MIMO 系统中

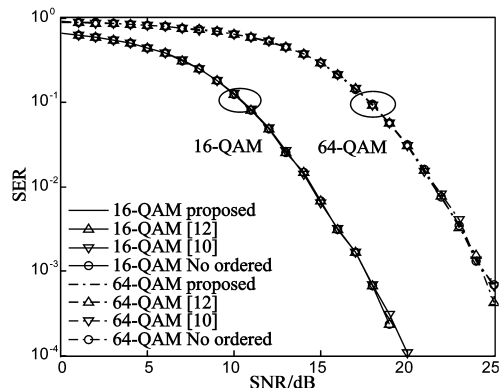


图2  $4 \times 4$  MIMO 系统中不同排序策略的误符号率性能

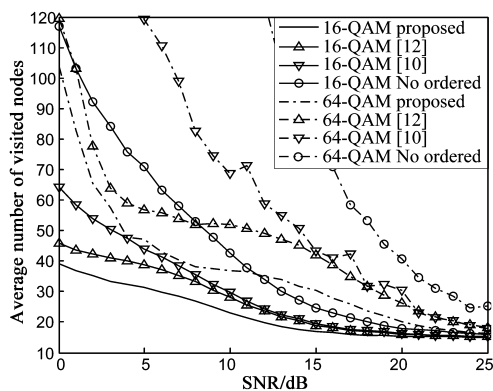


图3 4×4MIMO系统中不同排序策略的检测复杂度

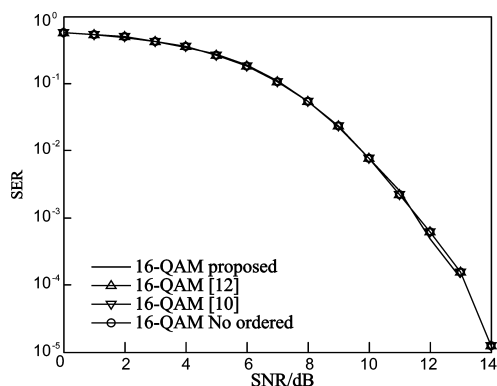


图4 8×8MIMO系统中不同排序策略的误符号率性能

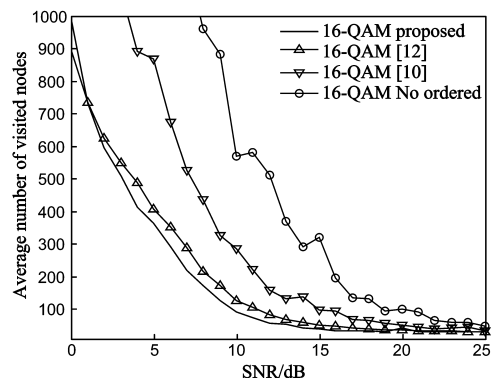


图5 8×8MIMO系统中不同排序策略的检测复杂度

16QAM 和 64QAM 调制下不同排序策略的检测复杂度比较.从图中可以看出,经过排序预处理的检测复杂度相比于未排序的检测复杂度均有不同程度的降低,特别是在低信噪比区域,而本文的排序策略始终优于第2和第3类排序.对于 4×4 16-QAM 系统,本文排序的检测复杂度比第2类排序的检测复杂度在 10dB 信噪比下减少接近 20%左右,而比第3类排序减少 15%左右.64QAM 调制下则分别能减少近 50%和 25%.对于 8×8 16-QAM 系统,则分别能减少 67%和 20%左右.

从仿真结果中可以看出,本文所提出的排序算法对于降低球形译码算法的复杂度有很好的优化效果,特别是在低信噪比范围内和调制阶数较高时,该算法

的优势更为明显.

## 6 结束语

球形译码算法是一种准最大似然的快速 MIMO 检测算法,但在低信噪比范围内或调制阶数较高时,其复杂度仍然是很高的.本文提出了一种新的基于可靠性累积概率的排序算法,该算法以迫零解作为参考软信息,定义各符号与迫零解之差的累积概率作为信号的可靠性度量,译码符号顺序以累积概率从大到小进行.本文综合考虑了信道状态、接收向量以及迫零算法对噪声的放大影响,使得信号的可靠性度量更为充分合理.仿真结果表明,与其它的排序算法相比,本文算法的检测复杂度是最低的,特别是在低信噪比下和调制阶数较高时.

## 参考文献

- [1] 张翼,张灿,丁赤飏,涂国防. PSK 调制下空频块码的低复杂度复数球形译码[J]. 电子学报, 2008, 36(4): 819–823. ZHANG Yi, ZHANG Can, DING Chi-biao, TU Guo-fang. Low complexity complex sphere decoding for space-frequency block codes with PSK modulation[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(4): 819–823. (in Chinese)
- [2] M O Damen, H E Gamal, G Caire. On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(10): 2389–2402.
- [3] L G Barbero, J S Thompson. Fixing the complexity of the sphere decoder for MIMO detection[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(6): 2131–2141.
- [4] Yuehua DING, Yide WANG, J F Diouris. Robust fixed complexity sphere decoder[A]. IEEE GLOCOM'10[C]. Miami, 2010. 1–5.
- [5] 丁子哲, 张贤达. 基于串行干扰消除的 V-BLAST 检测[J]. 电子学报, 2007, 35(6A): 19–24. DING Zi-zhe, ZHANG Xian-da. V-BLAST detection based on successive interference cancellation[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6A): 19–24. (in Chinese)
- [6] 陈亮, 李建东. 新型基于 QR 分解的低复杂度 MIMO 迭代接收机[J]. 电子学报, 2007, 35(6A): 25–29. CHEN Liang, LI Jiang-dong. A low complexity QR factorization based iterative receiver for MIMO systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6A): 25–29. (in Chinese)
- [7] A Wiesel, X Mestres, A Pages, J R Fonollosa. Efficient implementation of sphere demodulation[A]. IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications[C]. Rome, Italy, 2003. 36–40.
- [8] Yongmei Dai, Zhiyuan Yan. Efficient ordering schemes for sphere decoder[A]. IEEE Workshop on Signal Processing Sys-

- tems'08[C]. Washington DC, 2008. 146 – 150.
- [9] Xuebin Wu, Yongmei Dai, Zhiyuan Yan, Ying Wang. Improving the reliability of the k-best algorithm for MIMO detection with ordering[A]. IEEE WOCC'10[C]. Shanghai, 2010. 1 – 5.
- [10] Xuebin Wu, Yongmei Dai, Ying Wang, Zhiyuan Yan. Efficient ordering schemes for high-throughput MIMO detectors[J]. Journal of Signal Processing System, 2011, 64(1): 61 – 74.
- [11] F Shayegh, M R Soleymani. Low complexity imple-mentations of sphere decoding for MIMO detection[A]. IEEE CCECE'08[C]. Canada, 2008. 821 – 825.
- [12] 李庆坤, 马红光, 李正声, 左广霞. 一种低复杂度的 MIMO 预处理球形译码算法[J]. 信号处理, 2009, 25(12): 1867 – 1870.
- LI Qing-kun, MA Hong-guang, LI Zheng-sheng, ZHOU Guang-xia. A low complexity pre-processed sphere decoding algorithm for MIMO System[J]. Signal Processing, 2009, 25(12): 1867 – 1870. (in Chinese)
- [13] R A Trujillo, V M Garcia, A M Vidal, S Roger, A Gonzalez. A gradient-based ordering for MIMO decoding[A]. IEEE IS-SPIT'09[C]. Ajman, United Arab Emirates, 2009. 5 – 8.
- [14] U Fincke, M Pohst. Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis[J]. Math Computation, 1985, 44: 463 – 471.

- [15] C P Schnorr, M Euchner. Lattice basis reduction: improved practical algorithms and solving subset sum problems[J]. Math Programm, 1994, 66: 181 – 191.

### 作者简介



**曹海燕** 女, 博士、副教授, 1975 年 8 月出生于安徽枞阳, 2006 年毕业于华南理工大学通信与信息系统专业, 获博士学位, 2006 年进入杭州电子科技大学通信工程学院, 主要从事无线通信系统的信道编码、信号检测、LTE 物理层标准等方面的研究。

E-mail: caohy2001@sohu.com



**李 君** 男, 博士、副教授, 1977 年 2 月出生在江西南昌, 2005 年毕业于华南理工大学通信与信息系统专业, 获博士学位, 2005 年进入中兴通讯股份有限公司上海研究所工作, 2007 年进入中国计量学院信息工程学院, 主要从事无线通信系统的信道编码、信号检测、LTE 物理层标准等方面的研究。

E-mail: roage.li@gmail.com