

基于 TDOAs 与 GROAs 的多信号源被动定位

郝本建¹, 李 赞¹, 任 梅¹, 司江勃¹, 刘 磊²

(1. 西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室, 陕西西安 710071; 2. 民航西北地区空中交通管理局通信号航监视部, 陕西西安 710082)

摘 要: 为提高感知节点位置模糊条件下多目标被动定位结果精度, 提出基于 TDOAs 与 GROAs 的混合定位代数闭式解算法, 该算法联合估计未知信号源位置与带误差感知节点位置, 利用 TDOAs 与 GROAs 所包含的相同感知节点位置误差信息提升定位精度, 并推导得到基于 TDOAs 与 GROAs 多目标混合定位的克拉美罗下界(CRLB), 仿真结果表明, 所提算法能较好的达到 CRLB, 并且 GROAs 信息的引入给多目标定位精度带来明显性能提升。

关键词: 到达时间差; 到达增益比; 多信号源; 被动定位; 感知节点位置模糊

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2012)12-2374-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.12.004

Passive Multiple Disjoint Sources Localization Using TDOAs and GROAs

HAO Ben-jian¹, LI Zan¹, REN Yun-mei¹, SI Jiang-bo¹, LIU Lei²

(1. State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China;

2. CNS, Northwest Regional Air Traffic Management Bureau of CAAC, Xi'an, Shaanxi 710082, China)

Abstract: We proposed a hybrid closed-form solution algorithm based on TDOAs and GROAs to improve multiple disjoint sources localization accuracy with erroneous sensor positions. The algorithm jointly estimates the unknown sources and sensor positions, and then take the advantage that the TDOAs and GROAs from different sources have the same sensor position displacements to enhance the position accuracy. We also derived the Cramér-Rao lower bound (CRLB) of multiple source location estimate using both TDOAs and GROAs. Simulations show that the proposed solution is able to reach the CRLB accuracy very well, and the localization accuracy improvements contributed by GROA measurements are significant.

Key words: time differences of arrival (TDOAs); gain ratios of arrival (GROAs); multiple sources; passive localization; sensor location uncertainties

1 引言

随着信息技术、通信技术和无线电业务的迅速发展, 信号源定位技术作为信号处理领域的重要研究内容, 已在电磁频谱监测、雷达^[1]、传感器网络^[2]、无线通信^[3]等领域得到大量研究及广泛应用, 但基于传感器网络的信号源无源被动定位技术作为定位研究的重要内容尚存在众多问题。一方面过去研究所出现的众多定位算法, 大多基于感知节点位置精确可知条件下进行定位, 但在实际应用中, 用来定位的感知节点位置信息未必可精确捕获, 例如传感网络在某区域随机布设条件下, 节点位置的测量多存在测量误差, 即便感知节点初始位置可精确测得, 但由于节点移动会造成位置偏移, Y. Rockah 与 P. M. Schultheiss 指出, 基于传感网的信号源定位精度会由于感知节点位置信息的微小误差而严重

恶化, 大多数算法很难达到克拉美罗 (CRLB) 下界精度, 特别是在感知节点距离小于 1000m 的小尺度定位场景条件下, 恶化情况更加显著; 另一方面, 实际定位应用中常需对多个不相关信号源进行同时定位, 之前针对单目标定位的众多算法无法直接扩展到多目标情形, 需要研究多目标协同定位应用的专用算法; 此外, 可用来定位的信号信息包括时域、频域、能域、空域中的多种, 现有算法大多基于单域信息, 在感知节点存在位置误差条件下, 面对多目标协同定位需求, 如何联合应用多域定位信息以提升定位准确性已成为国内外研究的热点与难点。

分析国内外研究现状我们发现, 无源被动定位的最常用技术是通过测量信号到达感知节点时间差值 (TDOAs), 求解非线性方程组获得目标位置信息^[4]; 针对感知节点存在位置误差的问题, Rockah 和 Schultheiss、

收稿日期: 2011-09-16; 修回日期: 2012-04-27

基金项目: 国家新一代宽带移动通信网科技重大专项 (No. 2010ZX03006-002-04); 国家自然科学基金 (No. 61072070); 教育部博士学科点基金 (No. 20110203110011); ISN 国家重点实验室自主课题 (No. ISN1101002); 陕西省科技新星 (No. 2011KJXX14); 高等学校学科创新引智计划 (No. B08038); 长江学者和创新团队发展计划 (No. IRT0852)

Chen 等研究了多种信号到达方向 (DOA) 估计的抗感知节点位置误差方法,但这些方法只是针对 DOA 估计精度的提升进行研究,并没有对定位进行分析;文献[5]通过引入感知节点位置误差统计信息,推导给出闭式定位算法以提升性能,但该方法只针对单目标情况,且虽然可达到 CRLB 性能,但总体而言相对没有感知节点位置误差的情况性能差得多;Le Yang 和 K. C. HO 分别在文献[6]与文献[7]中提出在校准源位置确切可知与存在误差两种情况下,利用校准源信号来消除感知节点位置误差的方法,该方法通过对校准源信号与被定位信号的同时捕获来消除由于感知节点位置误差所引入的被定位信号的 TDOAs 信息误差,但这种方法需要人为额外添加校准源设备,校准源位置的不合理反而会引入其它误差;此外,Le Yang 和 K. C. HO 在文献[8]中提出了一种在感知节点位置存在误差情况下对多个信号源协同定位的代数闭式解,但此方法并未利用除 TDOAs 外的其它信号信息以提升定位准确度。

近年来,能域信息受到定位研究领域的广泛关注,能域信息可用来进行定位的原因是因为,不同空间分布的感知节点接收到的信号能量强度与信号源到达感知节点的距离平方成反比,从而不同感知节点接收信号强度的差异性可用来进行定位;虽然 Sheng 和 Hu^[9]、Blatt 和 Hero^[10]已经提出了通过传感器网络基于信号强度估计进行目标定位的不同算法,但这些研究都仅采用了信号强度估计来进行定位,并未联合其它定位信息;最近,Cui 等在文献[11]中尝试综合利用 TDOA 测量信息与 ILD 测量信息来联合定位声源目标,该技术仅适用于两个感知节点的二维定位;K. C. Ho 与 Ming Sun^[12]将联合定位扩展到使用四个或多于四个感知节点的三维定位场景,除 TDOAs 信息外,采用信号到达增益比 (GROAs) 提升定位精确度,但其研究仅适用于单信号源定位,且要求感知节点位置精确可知。

因此,本文我们主要考虑在感知节点位置误差条件下,联合时域 TDOAs 定位信息与能域 GROAs 定位信息,对多个不相关信号源的协同定位问题. 本文首先给出典型定位模型,并基于此模型提出联合 TDOAs 与 GROAs 针对多目标定位的代数闭式解;其次,通过计算机仿真验证本文算法针对两个信号源进行定位时,相比于仅采用 TDOAs 定位算法的优越性,在不同的信号带宽、信噪比及感知节点位置误差强度条件下对算法性能进行研究。

2 基于传感器网络的多目标三维协同定位场景

2.1 定位场景几何分布

本文所采用定位场景是基于 $M, M \geq 4$ 个感知节点

所组成的传感器网络面向 $N, N \geq 2$ 个固定待定位信号源的三维立体定位,所采用定位场景沿用文献[5~8]所采用的经典定位场景模型,其示意图如图 1 所示. 本文所做研究基于以下假设条件:被定位目标位置均固定不变;被定位多个信号之间或者不在同一频段,或者不在同一时间测量得到,可以同时监测计算同一信号的 TDOA 与 GROA,且 TDOA 测量与 GROA 测量之间相互独立,误差之间相互独立;被定位信号与噪声之间相互独立,不同感知节点接收噪声之间相互独立,被定位信号与噪声均为零均值的高斯随机过程;感知节点坐标已知,但存在误差,节点间保持精确时钟同步,以感知节点 1 为参考节点;无线信号传输信道为加性高斯白噪声信道,信道传播衰落系数用 n 表示,同文献[5~8],同一信号传输过程不存在多径效应及干扰问题。

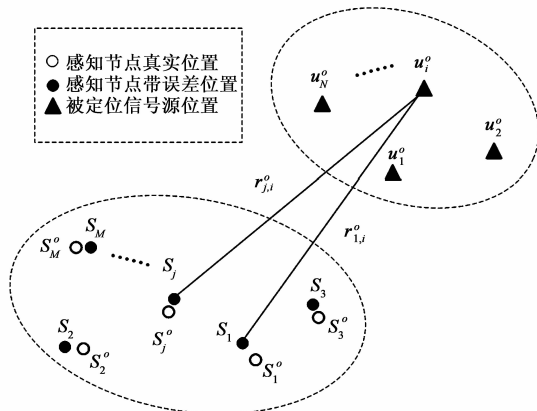


图1 信号源定位场景几何分布示意图

图 1 所定义定位场景中, N 个待定位信号源的真实位置坐标用 $u_i^o = [x_{u,i}^o, y_{u,i}^o, z_{u,i}^o]^T$ 表示, 信号源发射信号被由 M 个固定感知节点组成的阵列接收, 感知节点真实坐标用 $s_j^o = [x_{s,j}^o, y_{s,j}^o, z_{s,j}^o]^T$ 表示, $s^o = [s_1^{oT}, s_2^{oT}, \dots, s_M^{oT}]^T$, 用于定位处理的感知节点位置坐标存在随机误差, 其坐标记为 $s_j = [x_{s,j}, y_{s,j}, z_{s,j}]^T$. 通过 s_j 构成 $3M \times 1$ 维感知节点位置矢量 $s = [s_1^T, s_2^T, \dots, s_M^T]^T$, s 的位置误差为:

$$\Delta s = s - s^o \quad (1)$$

其中, $\Delta s = [\Delta s_1^T, \Delta s_2^T, \dots, \Delta s_M^T]^T$, Δs_j 是 s_j 的位置误差, Δs 建模为零均值高斯随机矢量, 协方差矩阵记为 Q_β .

2.2 多信号源 TDOAs 与 GROAs 定义

定义 1^[8] 感知节点接收到的多个信号源发射的信号定义为:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \sum_{i=1}^N s_i(t) + \xi_1(t) \\ x_j(t) &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{g_{j1,i}} s_i(t - d_{j1,i}) + \xi_j(t), j = 2, 3, \dots, M \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $s_i(t)$ 表示第 i 个信号源的发射信号, $\xi_j(t)$ 表示第 j 个感知节点的接收噪声。

定义 2^[8] 式(2)中 $d_{j1,i}$ 定义为第 j 个感知节点接收到的第 i 个信号相对于参考节点的到达时间差 TDOA, 则同一信号源 $\mathbf{d}_i = [d_{21,i}, d_{31,i}, \dots, d_{M1,i}]^T$, N 个信号源 $\mathbf{d} = [\mathbf{d}_1^T, \mathbf{d}_2^T, \dots, \mathbf{d}_N^T]^T$ 。

定义 3^[8] 将 \mathbf{d} 乘以信号传播速度 c 所得结果定义为到达距离差(RDOA)矢量 \mathbf{r} :

$$\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1^{\text{OT}}, \mathbf{r}_2^{\text{OT}}, \dots, \mathbf{r}_N^{\text{OT}}]^T + [\Delta \mathbf{r}_1^T, \Delta \mathbf{r}_2^T, \dots, \Delta \mathbf{r}_N^T]^T = \mathbf{r}^0 + \Delta \mathbf{r} \quad (3)$$

$\Delta \mathbf{r}$ 建模为零均值高斯随机矢量, 协方差矩阵为 \mathbf{Q}_a 。

定义 4^[12] 式(2)中 $g_{j1,i}$ 定义为第 j 个感知节点接收到的第 i 个信号相对于参考节点的到达增益比 GROA, 同一信号源 i 的 GROA 矢量 $\mathbf{g}_i = [g_{21,i}, g_{31,i}, \dots, g_{M1,i}]^T$, N 个信号源的 GROA 矢量 $\mathbf{g} = [\mathbf{g}_1^T, \mathbf{g}_2^T, \dots, \mathbf{g}_N^T]^T$ 。根据声学及微波^[7]传播理论, 损耗因子与信号源 i 到感知节点 j 之间距离的 n 次方成正比, 在此为研究简化将 n 设定为恒定值 1, \mathbf{g} 可表示为

$$\mathbf{g} = [\mathbf{g}_1^{\text{OT}}, \mathbf{g}_2^{\text{OT}}, \dots, \mathbf{g}_N^{\text{OT}}]^T + [\Delta \mathbf{g}_1^T, \Delta \mathbf{g}_2^T, \dots, \Delta \mathbf{g}_N^T]^T = \mathbf{g}^0 + \Delta \mathbf{g} \quad (4)$$

$\Delta \mathbf{g}$ 建模为零均值高斯随机矢量, 协方差矩阵为 \mathbf{Q}_g 。

式(2)通过 TDOAs 与 GROAs 包含了信号源的位置信息, 若将信号源 i 与感知节点 j 的真实距离表示为 $r_{j,i}^0 = \|\mathbf{u}_i^0 - \mathbf{s}_j\|$, 则

$$r_{j1,i}^0 = r_{ji}^0 - r_{1,i}^0, g_{j1,i}^0 = r_{ji}^0 / r_{1,i}^0 \quad (5)$$

传统的信号源定位方法忽略了 GROAs 而只是采用 RDOAs, 本文将研究在感知节点位置误差的情况下, 综合采用 GROAs 与 RDOAs 进行多个不相关信号源同时定位的性能提升幅度, 不失一般性, 第 3 节与第 4 节将考虑针对两个不相关信号源进行定位(即 $N=2$, $\mathbf{u}^0 = [\mathbf{u}_1^{\text{OT}}, \mathbf{u}_2^{\text{OT}}]^T$, $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1^T, \mathbf{r}_2^T]^T$, $\mathbf{g} = [\mathbf{g}_1^T, \mathbf{g}_2^T]^T$)的情况。

3 多目标三维协同定位代数闭式解

信号源定位过程实际是对所建立的 RDOA 非线性定位方程组与 GROA 非线性定位方程组的求解过程, 但感知节点位置误差 $\Delta \mathbf{s}$ 、RDOA 测量误差 $\Delta \mathbf{r}$ 、GROA 测量误差 $\Delta \mathbf{g}$ 的存在使得非线性方程组的求解并不简单, 在此引入信号源虚拟位置概念将非线性方程组转换为伪线性方程组进行求解, 其定义如下:

定义 5 通过 \mathbf{r} 和 \mathbf{g} 进行信号源初定位方法^[5]获得的, 用来进行非线性方程线性转换的结果称为信号源虚拟位置, 用 $\tilde{\mathbf{u}}_i$, $i=1, 2$ 表示, 相对于信号源真实位置 \mathbf{u}_i^0 的偏差记为:

$$\Delta \tilde{\mathbf{u}}_i = \tilde{\mathbf{u}}_i - \mathbf{u}_i^0 \quad (6)$$

3.1 定位方程建立及伪线性化处理

定理 1 由文献[8]推导可知, 感知节点位置存在错误情况下, 对目标联合被动定位信号到达距离差 RDOA 线性化方程为:

$$\begin{aligned} \xi_{1,d,i}(j-1) &\triangleq 2r_{j1,i}^0 \Delta r_{j1,i} \\ &= \eta_{j,i} - 2(\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \Delta \tilde{\mathbf{u}}_i + 2r_{j1,i} \hat{r}_{1,i}^0 \\ &\quad - 2(\tilde{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_j)^T \Delta \mathbf{s}_j \\ &\quad + 2[r_{j1,i} \boldsymbol{\rho}_{\tilde{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1} + (\tilde{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1)^T] \Delta \mathbf{s}_1 \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\eta_{j,i} = r_{j1,i}^2 - \mathbf{s}_j^T \mathbf{s}_j + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 + 2(\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1)^T \tilde{\mathbf{u}}_i \quad (8)$$

$\boldsymbol{\rho}_{\tilde{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1} = (\tilde{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1) / (\|\tilde{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1\|)$ 表示 \mathbf{s}_1 到 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ 的单位矢量, $\hat{r}_{1,i}^0$ 表示信号源 i 到感知节点 1 误差位置的距离, 定义为:

$$\hat{r}_{1,i}^0 = \|\mathbf{u}_i^0 - \mathbf{s}_1\| \quad (9)$$

定理 2 同文献[12]推导过程, 感知节点位置存在错误情况下, 对目标联合被动定位信号到达增益比 GROA 线性化方程可推导得到为:

$$\begin{aligned} \xi_{1,g,i}(j-1) &\triangleq \Delta r_{j1,i} - r_{1,i}^0 \Delta g_{j1,i} \\ &= r_{j1,i} - (g_{j1,i} - 1) \hat{r}_{1,i}^0 - (g_{j1,i} - 1) \boldsymbol{\rho}_{\tilde{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1}^T \Delta \mathbf{s}_1 \end{aligned} \quad (10)$$

至此, 引入信号源虚拟位置后, 式(7)、(10)变为 $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_i$, $\Delta \mathbf{s}_j$, $\Delta \mathbf{s}_1$ 以及 $\hat{r}_{1,i}^0$ 的线性方程, 因为 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ 已知, 求解 $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_i$ 也就是求解 \mathbf{u}_i^0 。

3.2 加权最小二乘求解方程矩阵构建及求解

得到定位求解所用的伪线性方程组, 通过构建加权最小二乘(WLS)求解方程矩阵便可利用通用 WLS 求解公式得到定位结果。收集信号源 i 的位置参数构成矢量 $\boldsymbol{\varphi}_i^0 = [\boldsymbol{\theta}_i^{\text{OT}}, \boldsymbol{\theta}_i^{\text{OT}}, \Delta \mathbf{s}^T]^T$, 其中 $\boldsymbol{\theta}_i^0 = [\Delta \tilde{\mathbf{u}}_i^T, \hat{r}_{1,i}^0]^T$ 。

因 $j=2, 3, \dots, M$, $i=1, 2$, 式(7)共代表 $2(M-1)$ 个方程, 将其放在一起得到 RDOA 矩阵方程:

$$\xi_{1,d} = \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,1} & \mathbf{0}_{(M-1) \times 4} & \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{0}_{(M-1) \times 4} & \mathbf{G}_{1,2} & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_1^0 \quad (11)$$

式(11)中 \mathbf{B}_1 、 $\boldsymbol{\eta}_i$ 、 $\mathbf{G}_{1,i}$ 、 \mathbf{D}_i ($i=1, 2$) 的定义同文献[8]。

式(10)也因 $j=2, 3, \dots, M$, $i=1, 2$ 共代表 $2(M-1)$ 个方程, 将其放在一起得到 GROA 矩阵方程:

$$\begin{aligned} \xi_{1,g} &= \Delta \mathbf{r} - \mathbf{C}_1^0 \Delta \mathbf{g} \\ &= \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{g}_1 - 1 & \mathbf{0} & \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{g}_2 - 1 & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_1^0 \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{C}_1^0 = \text{diag}(r_{1,1}^0 \mathbf{I}_{(M-1) \times (M-1)}, r_{1,2}^0 \mathbf{I}_{(M-1) \times (M-1)}) \quad (13)$$

$$\mathbf{r}_i = [r_{21,i}, r_{31,i}, \dots, r_{M1,i}]^T, i=1, 2 \quad (14)$$

$$\mathbf{g}_i = [g_{21,i}, g_{31,i}, \dots, g_{M1,i}]^T, i=1, 2 \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_i[j-1, :] = [(g_{j1,i} - 1) \boldsymbol{\rho}_{\tilde{\mathbf{u}}_i, \mathbf{s}_1}^T], i=1, 2 \quad (16)$$

从式(6)与式(9)我们得到 $\hat{r}_{1,i}^o = \|\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1\| = \|(\tilde{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1) - \Delta\tilde{\mathbf{u}}_i\|$, 因此 $\boldsymbol{\varphi}_1^o$ 中未知量 $\Delta\tilde{\mathbf{u}}_i$ 与 $\hat{r}_{1,i}^o$ 之间实际相互关联,但在式(11)与式(12)中,将 $\Delta\tilde{\mathbf{u}}_i$ 与 $\hat{r}_{1,i}^o$ 看成独立变量以便可采用线性估计技术得到 $\boldsymbol{\varphi}_1^o$, 下一步将利用 $\Delta\tilde{\mathbf{u}}_i$ 与 $\hat{r}_{1,i}^o$ 之间关系来提升定位精度。

如 2.1 节所述, $\Delta\mathbf{s}$ 为均值为零, 方差矩阵为 \mathbf{Q}_β 的随机矢量, 为利用这些信息, 从 $\mathbf{0}_{3M \times 1} = \mathbf{0}_{3M \times 1}$ 两侧减去 $\Delta\mathbf{s}$ 得到

$$\begin{aligned} -\Delta\mathbf{s} &= \mathbf{0}_{3M \times 1} - \Delta\mathbf{s} \\ &= \mathbf{0}_{3M \times 1} - [\mathbf{0}_{3M \times 4}, \mathbf{0}_{3M \times 4}, \mathbf{I}_{3M \times 3M}] \boldsymbol{\varphi}_1^o \end{aligned} \quad (17)$$

上述后侧以 $\boldsymbol{\varphi}_1^o$ 为参数, 左侧项理解为方程随机误差, 将式(11), 式(12)与式(17)放在一起得到 $\boldsymbol{\varphi}_1^o$ 的求解方程:

$$\boldsymbol{\xi}_1 = [\boldsymbol{\xi}_{1,d}^T, \boldsymbol{\xi}_{1,g}^T, -\Delta\mathbf{s}]^T = \mathbf{h}_1 - \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\varphi}_1^o \quad (18)$$

其中 $\mathbf{h}_1 = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T, \mathbf{r}_1^T, \mathbf{r}_2^T, \mathbf{0}_{3M \times 1}^T]^T$, 且

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,1} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_{1,2} & \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{g}_1 - 1 & \mathbf{0} & \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{g}_2 - 1 & \mathbf{E}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (19)$$

因此, 式(18)的加权最小二乘解(WLS)^[10]为:

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = [\boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T, \Delta\hat{\mathbf{s}}^T]^T = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_1 \quad (20)$$

其中 $\boldsymbol{\theta}_i$ 与 $\Delta\hat{\mathbf{s}}$ 分别为未知量 $\boldsymbol{\theta}_i^o$ 与 $\Delta\mathbf{s}$ 的估计值, 加权矩阵为:

$$\mathbf{W}_1 = E[\boldsymbol{\xi}_1 \boldsymbol{\xi}_1^T]^{-1} \quad (21)$$

利用式(11), (12)与(17)分别定义的 $\boldsymbol{\xi}_{1,d}$, $\boldsymbol{\xi}_{1,g}$ 和 $-\Delta\mathbf{s}$, 得到 $\boldsymbol{\xi}_1 = \mathbf{F}_1^o [\Delta\mathbf{r}, \Delta\mathbf{g}, -\Delta\mathbf{s}]^T$, 其中

$$\mathbf{F}_1^o = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^o & \mathbf{0}_{2(M-1) \times 1} & \mathbf{0}_{3M \times 1} \\ \mathbf{1}_{2(M-1) \times 1} & -\mathbf{C}_1^o & \mathbf{0}_{3M \times 1} \\ \mathbf{0}_{2(M-1) \times 1} & \mathbf{0}_{2(M-1) \times 1} & \mathbf{1}_{3M \times 1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_1 &= \mathbf{F}_1^{o-T} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{rr} & \mathbf{Q}_{rg} & -\mathbf{Q}_{rs} \\ \mathbf{Q}_{gr} & \mathbf{Q}_{gg} & -\mathbf{Q}_{gs} \\ -\mathbf{Q}_{sr} & -\mathbf{Q}_{sg} & \mathbf{Q}_{ss} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{F}_1^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{L} + \mathbf{B}_1^{o-T} \mathbf{X} \mathbf{B}_1^{o-1} & -\mathbf{B}_1^{o-T} \mathbf{X} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{X} \mathbf{B}_1^{o-1} & \mathbf{X} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_\beta^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\mathbf{X} = \mathbf{C}_1^{o-T} \mathbf{Q}_\gamma^{-1} \mathbf{C}_1^{o-1}$, $\mathbf{L} = \mathbf{B}_1^{o-T} \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \mathbf{B}_1^{o-1}$.

下面分析 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 的精确度, 将式(18)代入到式(20)中得到

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = \boldsymbol{\varphi}_1^o + \Delta\boldsymbol{\varphi}_1 \quad (24)$$

其中估计误差 $\Delta\boldsymbol{\varphi}_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \boldsymbol{\xi}_1$, 因此通过式(24)以及 $\boldsymbol{\varphi}_1^o$ 未知矢量的确定性可知 $\text{cov}(\boldsymbol{\varphi}_1) =$

$\text{cov}(\Delta\boldsymbol{\varphi}_1)$, 但因 \mathbf{G}_1 与 $\boldsymbol{\xi}_1$ 均包含了 $\Delta\mathbf{r}, \Delta\mathbf{g}$ 以及 $\Delta\mathbf{s}$, 很难直接评估 $\text{cov}(\Delta\boldsymbol{\varphi}_1)$; 在这些误差均较小的条件下, \mathbf{G}_1 误差可忽略, 估计误差 $\Delta\boldsymbol{\varphi}_1$ 与方程误差 $\boldsymbol{\xi}_1$ 成线性比例, 因为如前所述 $\Delta\mathbf{r}, \Delta\mathbf{g}$ 以及 $\Delta\mathbf{s}$ 为零均值的, $E[\Delta\boldsymbol{\varphi}_1] = 0$, 并且 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 为近似无偏估计, 因此, 在低噪声情况下, 通过式(21)可知协方差矩阵 $\Delta\boldsymbol{\varphi}_1$ 近似等于

$$\text{cov}(\boldsymbol{\varphi}_1) = \text{cov}(\Delta\boldsymbol{\varphi}_1) \simeq E[\Delta\boldsymbol{\varphi}_1 \Delta\boldsymbol{\varphi}_1^T] \simeq (\mathbf{G}_1^{oT} \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1^o)^{-1} \quad (25)$$

从式(20)与(24)可知, $[\boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T]^T$ 的估计误差为 $\Delta\boldsymbol{\varphi}_1(1:8)$, 因此

$$\begin{aligned} \text{cov}([\boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T]^T) &= E[\boldsymbol{\varphi}_1(1:8) \cdot \boldsymbol{\varphi}_1(1:8)^T] \\ &\simeq E[\Delta\boldsymbol{\varphi}_1(1:8) \cdot \Delta\boldsymbol{\varphi}_1(1:8)^T] \end{aligned} \quad (26)$$

$\boldsymbol{\varphi}_1$ 中最后 $3M$ 个元素为 $\Delta\hat{\mathbf{s}}$, 因此可通过校准 \mathbf{s} 来更新感知节点位置矢量 $\hat{\mathbf{s}}$

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s} - \Delta\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^o + (\Delta\mathbf{s} - \Delta\hat{\mathbf{s}}) \quad (27)$$

上式最右侧括号内项为感知节点位置优化后误差残留部分, 因 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 为无偏估计, 该残留部分均值为零, 因此在低噪声条件下, $\hat{\mathbf{s}}$ 的协方差矩阵等于残留误差 $(\Delta\mathbf{s} - \Delta\hat{\mathbf{s}})$ 的协方差矩阵, 也等于 $\text{cov}(\Delta\hat{\mathbf{s}})$. 从 $\boldsymbol{\theta}_i^o = [\Delta\tilde{\mathbf{u}}_i^T, \hat{r}_{1,i}^o]^T$ 可知 $\boldsymbol{\theta}_i(1:3)$ 为 $\Delta\tilde{\mathbf{u}}_i$ 的估计值, 在式(6)中从 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ 中减去 $\boldsymbol{\theta}_i(1:3)$ 得到两个信号源 \mathbf{u}_1^o 与 \mathbf{u}_2^o 的位置估计值

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \tilde{\mathbf{u}}_i - \boldsymbol{\theta}_i(1:3), i = 1, 2 \quad (28)$$

3.3 定位结果优化

3.2 节中进行信号源位置估计的同时, 也估计得到了某中间参数即第 i 个信号源与参考感知节点 \mathbf{s}_1 之间的距离 $\boldsymbol{\theta}_i(4)$, 在此通过该值优化定位结果 $\hat{\mathbf{u}}_i$. 由式(6)将 $\tilde{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i^o + \Delta\tilde{\mathbf{u}}_i$ 替代, 可将式(28)中 $\hat{\mathbf{u}}_i$ 表示为

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i^o - (\boldsymbol{\theta}_i(1:3) - \Delta\tilde{\mathbf{u}}_i) = \mathbf{u}_i^o - \Delta\boldsymbol{\theta}_i(1:3) \quad (29)$$

如文献[8]所示, 将式(29)进行处理得到

$$\begin{aligned} -2(\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1) \odot \Delta\boldsymbol{\theta}_i(1:3) &= (\hat{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1) \odot (\hat{\mathbf{u}}_i - \mathbf{s}_1) \\ &\quad - (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1) \odot (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1) \end{aligned} \quad (30)$$

$$2\hat{r}_{1,i}^o \Delta\boldsymbol{\theta}_i(4) \simeq \boldsymbol{\theta}_i^2(4) - (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1)^T (\mathbf{u}_i^o - \mathbf{s}_1) \quad (31)$$

因此得到矩阵方程:

$$\boldsymbol{\xi}_2 = \mathbf{h}_2 - \mathbf{G}_2 \boldsymbol{\varphi}_2^o \quad (32)$$

其中 $\mathbf{h}_2, \mathbf{G}_2$ 的定义如文献[8]所示.

未知参数矢量 $\boldsymbol{\varphi}_2^o$ 定义为

$$\boldsymbol{\varphi}_2^o = [((\mathbf{u}_1^o - \mathbf{s}_1) \odot (\mathbf{u}_1^o - \mathbf{s}_1))^T, ((\mathbf{u}_2^o - \mathbf{s}_1) \odot (\mathbf{u}_2^o - \mathbf{s}_1))^T]^T \quad (33)$$

方程误差矢量 $\boldsymbol{\xi}_2$ 等于

$$\boldsymbol{\xi}_2 = \mathbf{B}_2 [\Delta\boldsymbol{\theta}_1^T, \Delta\boldsymbol{\theta}_2^T]^T = \mathbf{B}_2 \Delta\boldsymbol{\varphi}_1(1:8) \quad (34)$$

其中矩阵 \mathbf{B}_2 的定义如文献[8]所示.

因此, 式(32)的 WLS 解^[10]为

$$\boldsymbol{\varphi}_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2 \quad (35)$$

$\boldsymbol{\varphi}_2$ 的协方差矩阵为

$$\text{cov}(\boldsymbol{\varphi}_2) = (\mathbf{G}_2^{\text{oT}} \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \quad (36)$$

加权矩阵 \mathbf{W}_2 通过式(34)可得

$$\mathbf{W}_2 = E[\boldsymbol{\xi}_2 \boldsymbol{\xi}_2^{\text{T}}]^{-1} \simeq (\mathbf{B}_2 \text{cov}([\boldsymbol{\theta}_1^{\text{T}}, \boldsymbol{\theta}_2^{\text{T}}]^{\text{T}}) \mathbf{B}_2^{\text{T}})^{-1} \quad (37)$$

由式(33) $\boldsymbol{\varphi}_2^{\circ}$ 的定义可知,两个信号源的最终位置估计值为

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \text{diag}(\text{sign}(\hat{\mathbf{u}}_1 - \mathbf{s}_1)) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \text{diag}(\text{sign}(\hat{\mathbf{u}}_2 - \mathbf{s}_1)) \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \sqrt{\boldsymbol{\varphi}_2} + \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

由式(38)可得 $(\mathbf{u} - [\mathbf{s}_1^{\text{T}}, \mathbf{s}_1^{\text{T}}]^{\text{T}}) \odot (\mathbf{u} - [\mathbf{s}_1^{\text{T}}, \mathbf{s}_1^{\text{T}}]^{\text{T}}) = \boldsymbol{\varphi}_2$, 此外 $\mathbf{u} = \mathbf{u}^{\circ} + \Delta \mathbf{u}$ 、 $\boldsymbol{\varphi}_2 = \boldsymbol{\varphi}_2^{\circ} + \Delta \boldsymbol{\varphi}_2$, 代入乘开并忽略 $\Delta \mathbf{u} \odot \Delta \mathbf{u}$ 得到:

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{B}_3^{-1} \Delta \boldsymbol{\varphi}_2 \quad (39)$$

其中 $\mathbf{B}_3 = 2 \text{diag}(\mathbf{u}^{\circ} - [\mathbf{s}_1^{\text{T}}, \mathbf{s}_1^{\text{T}}]^{\text{T}})$, 因此所提算法的定位精度为

$$\text{cov}(\mathbf{u}) = \mathbf{B}_3^{-1} \text{cov}(\boldsymbol{\varphi}_2) \mathbf{B}_3^{-\text{T}} \quad (40)$$

综上所述,计算信号源 \mathbf{u}_1 与 \mathbf{u}_2 位置估计值的过程如下:(1)通过 RDOA 测量模型、GROA 测量模型与感知节点位置信息生成模型捕获定位信息 \mathbf{r} 、 \mathbf{g} 与 $\Delta \mathbf{s}$;(2)由式(20)得到 $\boldsymbol{\varphi}_1$, 其中 \mathbf{W}_1 由式(23)给出;(3)通过式(26)得到 $\text{cov}([\boldsymbol{\theta}_1^{\text{T}}, \boldsymbol{\theta}_2^{\text{T}}]^{\text{T}})$;(4)由式(35)计算 $\boldsymbol{\varphi}_2$, 其中 \mathbf{W}_2 由式(37)给出;(5)最终通过式(38)得到定位估计值。

4 克拉美罗下界推导及性能分析

4.1 克拉美罗下界推导

综合利用 TDOAs 与 GROAs 信息进行多目标定位时, $\Delta \mathbf{r}$ 、 $\Delta \mathbf{g}$ 以及 $\Delta \mathbf{s}$ 都会给定位 Cramér-Rao 下界(CRLB)带来影响,为深入研究 GROAs 对 CRLB 带来的性能提升,我们现从组合矢量 $\mathbf{V} = [\mathbf{r}^{\text{T}}, \mathbf{g}^{\text{T}}, \mathbf{s}^{\text{T}}]^{\text{T}}$ 的概率密度函数(PDF)开始推导 CRLB, 因为 \mathbf{r} 、 \mathbf{g} 和 \mathbf{s} 为高斯分布且相互独立,则矢量 $\mathbf{V} = [\mathbf{r}^{\text{T}}, \mathbf{g}^{\text{T}}, \mathbf{s}^{\text{T}}]^{\text{T}}$ 是协方差矩阵为块对角矩阵的高斯随机矢量,块对角协方差矩阵的对角块分别为 \mathbf{Q}_α 、 \mathbf{Q}_γ 和 \mathbf{Q}_β , 将 PDF 相对于 $\boldsymbol{\Phi} = [\mathbf{u}^{\text{oT}}, \mathbf{s}^{\text{oT}}]^{\text{T}}$ 进行参数化处理将得到 \mathbf{u}° 的 CRLB(\mathbf{u}°)。

数据矢量 $\mathbf{V} = [\mathbf{r}^{\text{T}}, \mathbf{g}^{\text{T}}, \mathbf{s}^{\text{T}}]^{\text{T}}$ 概率密度函数的对数为:

$$\begin{aligned} \ln f(\mathbf{V}; \boldsymbol{\Phi}) &= \ln f(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Phi}) + \ln f(\mathbf{g}; \boldsymbol{\Phi}) + \ln f(\mathbf{s}; \boldsymbol{\Phi}) \\ &= k_1 - \frac{1}{2}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^{\circ})^{\text{T}} \mathbf{Q}_\alpha^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^{\circ}) \\ &\quad + k_2 - \frac{1}{2}(\mathbf{g} - \mathbf{g}^{\circ})^{\text{T}} \mathbf{Q}_\gamma^{-1}(\mathbf{g} - \mathbf{g}^{\circ}) \\ &\quad + k_3 - \frac{1}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{s}^{\circ})^{\text{T}} \mathbf{Q}_\beta^{-1}(\mathbf{s} - \mathbf{s}^{\circ}) \end{aligned} \quad (41)$$

其中 $k_1 = -\ln((2\pi)^{2(M-1)} |\mathbf{Q}_\alpha|)/2$, $k_2 =$

$$-\ln((2\pi)^{2(M-1)} |\mathbf{Q}_\gamma|)/2, k_3 = -\ln((2\pi)^{3M} |\mathbf{Q}_\beta|)/2.$$

Fisher 信息矩阵为

$$\text{FIM}(\boldsymbol{\Phi}) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{V}; \boldsymbol{\Phi})}{\partial \boldsymbol{\Phi} \partial \boldsymbol{\Phi}^{\text{T}}}\right] \quad (42)$$

因此:

$$\text{CRLB}(\boldsymbol{\Phi}) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{V}; \boldsymbol{\Phi})}{\partial \boldsymbol{\Phi} \partial \boldsymbol{\Phi}^{\text{T}}}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^{\text{T}} & \mathbf{Z} \end{bmatrix}^{-1} \quad (43)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= -E\left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{V}; \boldsymbol{\Phi})}{\partial \mathbf{u}^{\circ} \partial \mathbf{u}^{\circ \text{T}}}\right] \\ &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}^{\circ}}{\partial \mathbf{u}^{\circ}}\right)^{\text{T}} \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{r}^{\circ}}{\partial \mathbf{u}^{\circ}}\right) + \left(\frac{\partial \mathbf{g}^{\circ}}{\partial \mathbf{u}^{\circ}}\right)^{\text{T}} \mathbf{Q}_\gamma^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{g}^{\circ}}{\partial \mathbf{u}^{\circ}}\right) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= -E\left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{V}; \boldsymbol{\Phi})}{\partial \mathbf{u}^{\circ} \partial \mathbf{s}^{\circ \text{T}}}\right] \\ &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}^{\circ}}{\partial \mathbf{u}^{\circ}}\right)^{\text{T}} \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{r}^{\circ}}{\partial \mathbf{s}^{\circ}}\right) + \left(\frac{\partial \mathbf{g}^{\circ}}{\partial \mathbf{u}^{\circ}}\right)^{\text{T}} \mathbf{Q}_\gamma^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{g}^{\circ}}{\partial \mathbf{s}^{\circ}}\right) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= -E\left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{V}; \boldsymbol{\Phi})}{\partial \mathbf{s}^{\circ} \partial \mathbf{s}^{\circ \text{T}}}\right] \\ &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}^{\circ}}{\partial \mathbf{s}^{\circ}}\right)^{\text{T}} \mathbf{Q}_\alpha^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{r}^{\circ}}{\partial \mathbf{s}^{\circ}}\right) + \left(\frac{\partial \mathbf{g}^{\circ}}{\partial \mathbf{s}^{\circ}}\right)^{\text{T}} \mathbf{Q}_\gamma^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{g}^{\circ}}{\partial \mathbf{s}^{\circ}}\right) + \mathbf{Q}_\beta^{-1} \end{aligned} \quad (46)$$

$\partial \mathbf{r}^{\circ} / \partial \mathbf{u}^{\circ}$ 为 $2(M-1) \times 6$ 维矩阵:

$$\left(\partial \mathbf{r}^{\circ} / \partial \mathbf{u}^{\circ}\right) = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{r}_1^{\circ} / \partial \mathbf{u}_1^{\circ} & \mathbf{0}_{(M-1) \times 3} \\ \mathbf{0}_{(M-1) \times 3} & \partial \mathbf{r}_2^{\circ} / \partial \mathbf{u}_2^{\circ} \end{bmatrix} \quad (47)$$

其中 \mathbf{r}_i° , $i = 1, 2$ 包含了由 \mathbf{u}_i° 得到的 RDOA 真实值, $\partial \mathbf{r}_i^{\circ} / \partial \mathbf{u}_i^{\circ}$ 的第 $j-1$ 行为:

$$\left(\partial \mathbf{r}_{j1}^{\circ} / \partial \mathbf{u}_i^{\circ}\right)^{\text{T}} = [\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^{\circ}, \mathbf{s}_j^{\circ}}^{\text{T}} - \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^{\circ}, \mathbf{s}_1^{\circ}}^{\text{T}}] \quad (48)$$

$(\partial \mathbf{g}^{\circ} / \partial \mathbf{u}^{\circ})$ 同样为 $2(M-1) \times 6$ 维矩阵:

$$\left(\partial \mathbf{g}^{\circ} / \partial \mathbf{u}^{\circ}\right) = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{g}_1^{\circ} / \partial \mathbf{u}_1^{\circ} & \mathbf{0}_{(M-1) \times 3} \\ \mathbf{0}_{(M-1) \times 3} & \partial \mathbf{g}_2^{\circ} / \partial \mathbf{u}_2^{\circ} \end{bmatrix} \quad (49)$$

其中 \mathbf{g}_i° , $i = 1, 2$ 包含了由 \mathbf{u}_i° 得到的 GROA 真实值, $\partial \mathbf{g}_i^{\circ} / \partial \mathbf{u}_i^{\circ}$ 的第 $j-1$ 行为:

$$\left(\partial \mathbf{g}_{j1}^{\circ} / \partial \mathbf{u}_i^{\circ}\right)^{\text{T}} = \left[\frac{\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^{\circ}, \mathbf{s}_j^{\circ}}^{\text{T}} - \mathbf{g}_{j1}^{\circ}}{\mathbf{r}_{1,i}^{\circ}}\right] \quad (50)$$

$(\partial \mathbf{r}^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ})$ 为 $2(M-1) \times 3M$ 维矩阵:

$$\left(\partial \mathbf{r}^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ}\right) = [(\partial \mathbf{r}_1^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ})^{\text{T}}, (\partial \mathbf{r}_2^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ})^{\text{T}}]^{\text{T}} \quad (51)$$

由 \mathbf{s}° 的定义可知 $\partial \mathbf{r}_i^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ}$ 的第 $j-1$ 行为:

$$\left(\partial \mathbf{r}_{j1}^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ}\right)^{\text{T}} = [\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^{\circ}, \mathbf{s}_1^{\circ}}^{\text{T}}, \mathbf{0}_{3(j-2) \times 1}^{\text{T}}, -\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^{\circ}, \mathbf{s}_j^{\circ}}^{\text{T}}, \mathbf{0}_{3(M-j) \times 1}^{\text{T}}]^{\text{T}} \quad (52)$$

$(\partial \mathbf{g}^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ})$ 为 $2(M-1) \times 3M$ 维矩阵:

$$\left(\partial \mathbf{g}^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ}\right) = [(\partial \mathbf{g}_1^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ})^{\text{T}}, (\partial \mathbf{g}_2^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ})^{\text{T}}]^{\text{T}} \quad (53)$$

$\partial \mathbf{g}_i^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ}$ 的第 $j-1$ 行为:

$$\begin{aligned} &(\partial \mathbf{g}_{j1}^{\circ} / \partial \mathbf{s}^{\circ})^{\text{T}} \\ &= \left[\frac{\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^{\circ}, \mathbf{s}_1^{\circ}}^{\text{T}} \cdot \mathbf{g}_{j1}^{\circ}}{\mathbf{r}_{1,i}^{\circ}}, \mathbf{0}_{3(j-2) \times 1}^{\text{T}}, \frac{-\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{u}_i^{\circ}, \mathbf{s}_j^{\circ}}^{\text{T}}}{\mathbf{r}_{1,i}^{\circ}}, \mathbf{0}_{3(M-j) \times 1}^{\text{T}}\right]^{\text{T}} \end{aligned} \quad (54)$$

因此, $\text{CRLB}(\Phi)$ 是 $(6+3M) \times (6+3M)$ 维矩阵, 其左上角 (6×6) 维块矩阵为未知信号源 \mathbf{u}^o 位置矢量的 $\text{CRLB}(\mathbf{u}^o)$, 通过分块矩阵求逆公式^[13], 得到:

$$\begin{aligned} \text{CRLB}(\mathbf{u}^o) &= (\mathbf{X} - \mathbf{Y}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{Y}^T)^{-1} \\ &= \mathbf{X}^{-1} + \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y}(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}^T\mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y})^{-1}\mathbf{Y}^T\mathbf{X}^{-1} \end{aligned} \quad (55)$$

分析上式可知, \mathbf{X}^{-1} 中只包含了待估计目标 $\Phi = [\mathbf{u}^{oT}, \mathbf{s}^{oT}]^T$ 中 \mathbf{u}^o 的信息, 感知节点误差引入的信息全包含在 \mathbf{Y} 与 \mathbf{Z} 中, 因此上式中 \mathbf{X}^{-1} 为当感知节点位置不存在误差时联合采用 TDOAs 与 GROAs 定位的 $\text{CRLB}(\mathbf{u}^o)'$, 第二项为由于感知节点位置误差所引入的 CRLB 损失量 $\Delta\text{CRLB}(\mathbf{u}^o)$, $\text{CRLB}(\Phi)$ 的迹为 TDOAs 与 GROAs 联合定位任何无偏估计可达到的最佳 MSE.

4.2 所提算法 CRLB 性能分析

当 $\Delta\mathbf{r}$ 、 $\Delta\mathbf{g}$ 以及 $\Delta\mathbf{s}$ 相对较小时, 所提出算法解为无偏估计, 将式(40)、(36)、(37)、(25)、(26)、(19)和(23)连续代入并简化得到:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\mathbf{u}) &\simeq [(\mathbf{G}_3^T\mathbf{Q}_\alpha^{-1}\mathbf{G}_3 + \mathbf{G}_5^T\mathbf{Q}_\gamma^{-1}\mathbf{G}_5) \\ &\quad - (\mathbf{G}_3^T\mathbf{Q}_\alpha^{-1}\mathbf{G}_4 + \mathbf{G}_5^T\mathbf{Q}_\gamma^{-1}\mathbf{G}_6) \\ &\quad \cdot (\mathbf{Q}_\beta^{-1} + \mathbf{G}_4^T\mathbf{Q}_\alpha^{-1}\mathbf{G}_4 + \mathbf{G}_6^T\mathbf{Q}_\gamma^{-1}\mathbf{G}_6) \\ &\quad \cdot (\mathbf{G}_3^T\mathbf{Q}_\alpha^{-1}\mathbf{G}_4 + \mathbf{G}_5^T\mathbf{Q}_\gamma^{-1}\mathbf{G}_6)]^{-1} \end{aligned} \quad (56)$$

其中 $\mathbf{G}_3 = \mathbf{B}_1^{-1}\mathbf{H}\mathbf{B}_2^{-1}\mathbf{G}_2\mathbf{B}_3$, $\mathbf{G}_4 = -\mathbf{B}_1^{-1}[\mathbf{D}_1^T, \mathbf{D}_2^T]^T$, $\mathbf{G}_5 = \mathbf{C}_1^{-1}(\mathbf{B}_1^{-1}\mathbf{H}\mathbf{B}_2^{-1}\mathbf{G}_2\mathbf{B}_3 - \mathbf{E}) = \mathbf{C}_1^{-1}(\mathbf{G}_3 - \mathbf{E})$, $\mathbf{G}_6 = \mathbf{C}_1^{-1}\mathbf{B}_1^{-1}[\mathbf{D}_1^T, \mathbf{D}_2^T]^T\mathbf{N}^T$, 其中 $\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{G}_{1,1}, \mathbf{G}_{1,2})$, $\mathbf{E} = \text{diag}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2)$, $\mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2)$, $\mathbf{N}_i = [\mathbf{g}_i\mathbf{Z}, \text{diag}([1, 1, 1])]$, 比较式(56)中 $\text{cov}(\mathbf{u})$ 与式(55)中 $\text{CRLB}(\mathbf{u}^o)$ 可知它们具有相同的表达形式, 若满足以下两个条件: $|\Delta r_{j1,i}|/r_{j,i}^o \simeq 0$; $|\Delta s_j|/r_{j,i}^o \simeq 0$, 则

$$\text{cov}(\mathbf{u}) \simeq \text{CRLB}(\mathbf{u}^o) \quad (57)$$

式(57)推导过程过于复杂, 在此不作陈述.

5 算法仿真及性能分析

在感知节点位置存在误差情况下, 我们考虑通过随机布设的 $M=6$ 个感知节点来定位两个信号源的场景进行算法性能仿真分析. 第一组感知节点真实位置为 $\mathbf{s}_1^o = [0, 0, 100]^T$, $\mathbf{s}_2^o = [400, 0, 0]^T$, $\mathbf{s}_3^o = [0, 500, 0]^T$, $\mathbf{s}_4^o = [350, 200, 100]^T$, $\mathbf{s}_5^o = [-100, -100, -100]^T$, $\mathbf{s}_6^o = [120, 140, 150]^T$; RDOA 测量值、GROA 测量值、感知节点误差位置分别通过在其真实值中添加协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_\alpha = \sigma_r^2\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{Q}_\gamma = \sigma_g^2\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{Q}_\beta = \sigma_s^2\mathbf{J}$ 的零均值高斯误差生成, \mathbf{J} 为 $N(M-1) \times N(M-1)$ 维块对角矩阵, 每个对角块为对角元素等于 1, 所有其它元素等于 0.5 的 $(M-1) \times (M-1)$ 维对角阵^[8], σ_r^2 , σ_g^2 与 σ_s^2 分别是 RDOA 测量值、GROA 测量值与感知节点位置的误差功率. 在此仿真中, 考虑对两种场景信号源进行定位^[8]: 位于 $\mathbf{u}_1^o =$

$[500, 650, 550]^T\text{m}$, $\mathbf{u}_2^o = [-350, 450, 400]^T\text{m}$ 的两个近场源; 位于 $\mathbf{u}_3^o = [-125, -120, -40]^T\text{m}$, $\mathbf{u}_4^o = [50, -130, 80]^T\text{m}$ 的两个内场源.

本文所有仿真用来性能分析的算法定位精度通过

$\text{MSE}(\mathbf{u}) = \sum_{l=1}^L \|\mathbf{u}^{(l)} - \mathbf{u}^o\|^2/L$ 来计算, 其中 $\mathbf{u}^{(l)}$ 为第 l 次蒙特卡洛仿真得到多个信号源位置的估计值, \mathbf{u}^o 为多个信号源真实位置, $L=10^4$ 为仿真运行次数. 信号带宽 ω_o 与观察时间 T 满足使得数据样本数为 $T\omega_o/\pi = 200000$ 的条件, 其中 ω_o/π 为以 Hz 为单位的采样频率.

5.1 GROA 对定位精度的提升

此仿真比较本文所提出综合采用 RDOA 与 GROA 信息定位算法比仅采用 RDOA 信息定位算法的定位精度提升程度. 首先给出所提出算法的 CRLB 性能分析及在感知节点位置误差功率 σ_s^2 固定为 1 时, 比较定位精度随 SNR 增加的变化情况.

感知节点位置误差功率 σ_s^2 固定为 1, 当信号与噪声均为白色且带宽因子 $c/\omega_o = 80\text{m}$ 时, 采用本文所提算法定位精度随信噪比 SNR 变化曲线如图 2 所示. 由图 2 可知, 无论对于两近场源还是两内场源, 在 $\text{SNR} = [-16, 10]$ 区间内, 本文所提出综合采用 RDOA 与 GROA 定位算法 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 随信噪比 SNR 变化均可达到其 CRLB; 对比仅采用 RDOA 定位信息的算法, 内场源 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 平均性能优化 10.2dB, 近场源 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 平均性能优化 14.6dB, 且当 $\text{SNR} > -4\text{dB}$ 时性能优化量更大, 这是因为在高信噪比条件下, RDOA 与 GROA 误差功率 σ_r^2 , σ_g^2 都很小, 对定位精度影响其决定作用的是感知节点位置误差功率 σ_s^2 , 所以 GROA 定位信息的引入在高信噪比时对定位性能的提升更加明显; 内场源的定位性能要远远优于远场源, 这是因为内场源距离感知节点更近, 测量得到的 $\|\mathbf{r}\|$ 与 $\|\mathbf{g} - \mathbf{l}\|$ 更小, 其对测量误差敏感度更明显, 即相同的感知节点位置误差或热噪声对于较远信号源将引入更大的定位误差.

其次仿真比较在感知点位置误差功率 σ_s^2 固定为 1 时, 定位精度 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 随因子 c/ω_o 增加的变化情况. 感知节点位置误差功率 σ_s^2 固定为 1, 当 SNR 固定为 10dB 时, 采用本文所提算法定位精度随带宽因子 c/ω_o 变化曲线如图 3 所示. 由图 3 可知, 无论对于两近场源还是两内场源, 本文所提出综合采用 RDOA 与 GROA 定位算法 $\text{MSE}(\mathbf{u})$, 当 $20\log(c/\omega_o) \leq 65\text{dB}$ 时随 c/ω_o 变化均可达到其 CRLB, 当 $20\log(c/\omega_o) > 65\text{dB}$ 时算法性能偏离 CRLB, 是因为此时信号带宽过小(27kHz), RDOA 计算误差过大, 已经超出本文算法所容忍的误差范围; 对比仅采用 RDOA 定位信息的算法, 当 $20\log(c/\omega_o) \leq 50\text{dB}$ 时, GROA 的引入对定位性能的提升保持恒定, 这是因为当

c/ω_0 较小时, 信号带宽较宽时, σ_r^2, σ_g^2 值较小, 对定位性能其决定作用的是感知节点位置误差; 当 $20\log(c/\omega_0) \leq 75\text{dB}$, 无论对近场源还是内场源定位精度相比仅采用 RDOA 算法均有至少 10dB 性能提升。

最后仿真比较在 RDOA 误差功率固定为 0.001 时, 定位精度随感知节点位置误差强度 σ_s^2 增大的变化情况。固定带宽因子 $c/\omega_0 = 80\text{m}$, RDOA 误差功率 $\sigma_r^2 = 0.001$, 感知节点误差位置通过在第一组感知节点真实位置上添加协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_\beta = \sigma_s^2 \text{diag}([30, 30, 30, 10, 10, 10, 40, 40, 40, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 9, 9, 9])$ 的误差生成。采用本文所提算法定位精度随感知节点位置误差功率 σ_s^2 变化曲线如图 4 所示。由图 4 可知, 无论对于两近场源还是两内场源, 在 $20\log(\sigma_s^2/\sigma_r^2) = [-10, 40]\text{dB}$ 区间内,

本文所提出综合采用 RDOA 与 GROA 定位算法 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 随 σ_s^2/σ_r^2 变化均可达到其 CRLB; 对比仅采用 RDOA 信息定位算法, 本文算法针对两内场源定位 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 平均性能提升 9.4dB, 针对两近场源定位 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 平均性能提升 17.4dB; 随着 $20\log(\sigma_s^2/\sigma_r^2)$ 的逐渐增大, 本文算法对比仅采用 RDOA 的算法性能提升越来越明显, 本文算法抗感知节点位置误差噪声定位误差的优势越来越明显; 近场源相对内场源距离感知节点阵列更远, 本文算法对近场源定位性能提升量大于内场源, 这是因为更远的信号源 σ_r^2, σ_g^2 值对 σ_s^2 变化有较强的鲁棒性, RDOA 与 GROA 的计算误差主要来源于热噪声, 因此在感知节点误差较大的情况下本文算法对远场源定位优势更加明显。

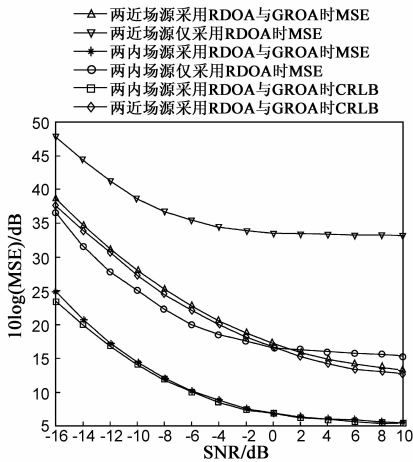


图2 两信号源定位精度随SNR变化对比曲线图

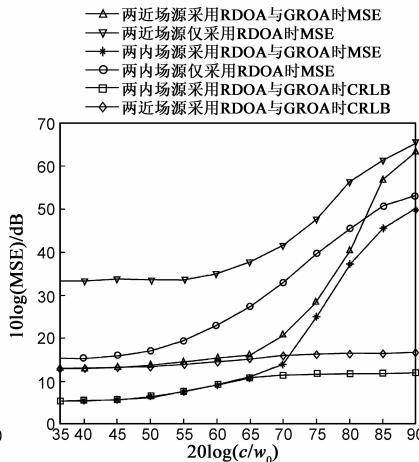


图3 两信号源定位精度随 c/ω_0 变化对比曲线图

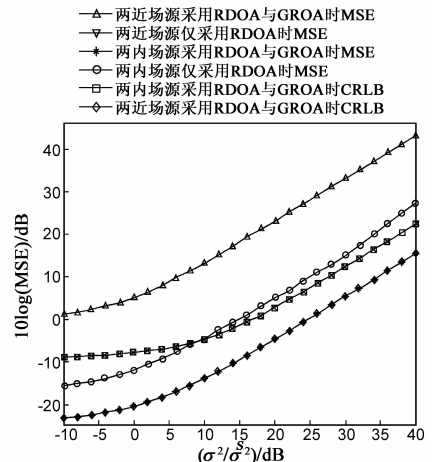


图4 两信号源定位精度随 σ_s^2 变化对比曲线图

5.2 感知节点几何分布对定位精度的影响

5.1 节仿真均采用第一组感知节点几何分布, 现更改感知节点位置研究感知节点几何分布变化对本文算法性能影响, 第二组感知节点位置配置信息为 $\mathbf{s}_1^0 = [0, 300, 0]^T$, $\mathbf{s}_2^0 = [0, -300, 0]^T$, $\mathbf{s}_3^0 = [300, 0, 0]^T$, $\mathbf{s}_4^0 = [-300, 0, 0]^T$, $\mathbf{s}_5^0 = [0, 0, 300]^T$, $\mathbf{s}_6^0 = [0, 0, -300]^T$. 在此以本文算法在第二组节点分布条件下定位精度受 σ_s^2 变化的影响情况为例, 固定 $c/\omega_0 = 80\text{m}$, $\sigma_r^2 = 0.001$, 定位精度随 σ_s^2 变化曲线如图 5 所示。比较图 5 与图 4 可知, 在第二组感知节点分布下, 综合 RDOA 与 GROA 信息的本文算法性能与采用第一组感知节点分布情况近似, 对感知节点位置几何分布变化不敏感。

5.3 本文算法对传播系数 n 的敏感度

本文所提算法是在传播系数 n 等于恒定值的假设下进行的, 图 6 描述了对两近场源定位若传播系数不恒等于 1 的情况下的定位精度, 感知节点带误差位置通过在表 1 所示节点位置上添加协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_\beta =$

$\sigma_s^2 \text{diag}([10, 10, 10, 20, 20, 20, 30, 30, 30, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 7, 7, 7])$ 的误差生成, 固定 $c/\omega_0 = 80\text{m}$. 图中描述了 $n = 1.05$, $n = 1.15$ 与 $n = 1.25$ 情况下三条曲线进行对比, 随着 n 的增大, 仿真结果性能越来越差, 但若传播系数已知, 传播系数所带来的影响可通过将本文算法式(15)中 $(g_{jl,i})$ 变为 $(g_{jl,i})^{1/n}$ 进行消除, 如图中星形标识曲线所示, 传播系数修正后采用本文算法时 $\text{MSE}(\mathbf{u})$ 得到较大改善, 因此 GROA 定位信息的应用需要精确测量出所使用环境的传播系数。

6 结论

本文研究了在感知节点位置存在误差的条件下, 针对两个不相关静止信号源进行联合定位时, 将 GROA 定位信息引入到 RDOA 定位中以提升定位精度的算法, 给出了 RDOA 与 GROA 对多目标综合定位的闭式解算法, 该算法充分利用了相同的感知节点误差会同时给 RDOA 与 GROA 带来测量误差的关系, 通过引入信号源虚拟位置的概念来消除信号源位置与感知节点位置之

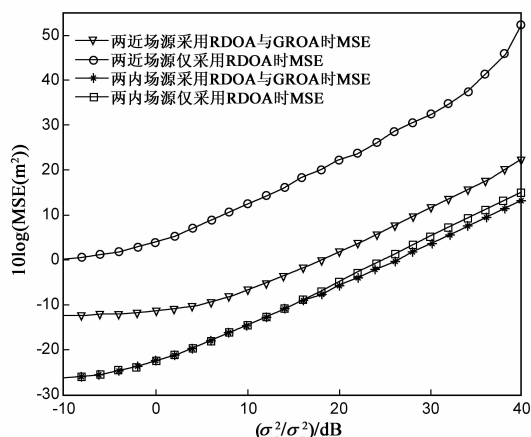
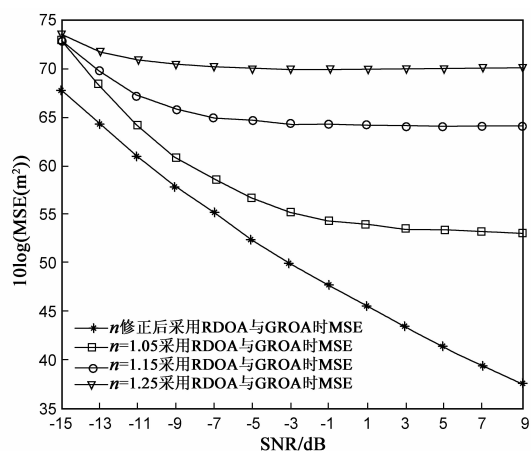
图5 两信号源定位精度随 σ_s^2/σ_0^2 变化对比曲线图

图6 两信号源定位精度随传播系数变化对比曲线图

间的限制关系来提升定位性能。仿真表明,本文算法对之前仅采用 RDOA 信息进行定位的方法,无论在抵抗噪声影响、信号带宽影响,还是在消除感知节点误差强度变化影响方面其定位性能得到较大提升,且本文算法不需要初始值进行迭代运算,保证了定位结果的全局收敛性。

参考文献

- [1] 刘晓莉,廖桂生.双基地 MIMO 雷达多目标定位及幅相误差估计[J].电子学报,2011,39(3):596-601.
Liu Xiao-li, Liao Gui-sheng. Multitarget localization and estimation of gain-phase error for bistatic MIMO radar[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(3): 596-601. (in Chinese)
- [2] 戴桂兰,等.一种基于球面坐标的无线传感器网络三维定位机制[J].电子学报,2008,36(7):1297-1303.
Dai Gui-lan, et al. A localization scheme based on sphere for wireless sensor network in 3D[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(7): 1297-1303. (in Chinese)
- [3] 田孝华,廖桂生,赵修斌,王晓薇.面向 CDMA 蜂窝网的无线定位技术[J].电子学报,2005,33(12):2196-2203.
Tian Xiao-hua, Liao Gui-sheng, Zhao Xiu-bin, Wang Xiao-

wei. Wireless location technologies for CDMA cellular radio networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2196-2203. (in Chinese)

- [4] 何友,修建娟,唐小明,等.基于时差信息的超视距目标定位与跟踪[J].电子学报,2003,31(12):1917-1920.
He You, Xiu Jian-juan, Tang Xiao-ming, et al. Location and tracking of the over-the-horizon target on TDOA[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(12): 1917-1920. (in Chinese)
- [5] K C Ho, X Lu, L Kovavisaruch. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: Analysis and solution[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 684-696.
- [6] K C Ho, L Yang. On the use of a calibration emitter for source localization in the presence of sensor position uncertainty[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 5758-5772.
- [7] L Yang, K C Ho. Alleviating sensor position error in source localization using calibration emitters at inaccurate locations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 67-83.
- [8] Le Yang, K C Ho. An approximately efficient TDOA localization algorithm in closed-form for locating multiple disjoint sources with erroneous sensor positions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(12): 4598-4615.
- [9] X Sheng, Y H Hu. Maximum likelihood multiple-source localization using acoustic energy measurements with wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(1): 44-53.
- [10] D Blatt, A D Hero. Energy-based sensor network source localization via projection onto convex sets[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(9): 3614-3619.
- [11] W Cui, Z Cao, J Wei. Dual-microphone source location method in 2-D space[A]. Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing [C]. Toulouse, France: IEEE Press, 2006. 845-848.
- [12] K C Ho, Ming Sun. Passive source localization using time differences of arrival and gain ratios of arrival[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 464-477.
- [13] S M Kay. Fundamentals of Statistical Signal Processing, Estimation Theory[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.

作者简介

郝本建 男,1982 年出生于山东省泰安市,现为西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室博士研究生.主要研究方向:无线通信,电磁频谱监测,无线传感器网络,信号源定位与跟踪.

E-mail: bjhao@xidian.edu.cn

李赞 女,1975 年出生于陕西省西安市,现为西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室教授,博士生导师.主要研究方向:无线通信,数字信号处理,数据传输.

E-mail: zanli@xidian.edu.cn