

多尺度量子谐振子高维函数全局优化算法

王 鹏¹, 黄 焱^{2,3}, 任 超¹, 郭又铭^{2,3}

(1. 成都信息工程学院并行计算实验室, 四川成都 610225; 2. 中国科学院成都计算机应用研究所, 四川成都 610041;
3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 函数优化问题与量子谐振子从高能态向基态收敛过程具有相似的概率解释, 结合基于高斯尺度函数的多尺度二进信息采样方法, 提出了高维函数优化问题的多尺度量子谐振子算法模型, 该算法模型将高维函数优化过程分为尺度收敛和量子谐振子收敛两个步骤, 物理模型明确, 无需编码和复杂的初始条件设定, 即可实现高维函数优化. 通过对 15 种典型二维优化测试函数和 6 种典型的高维优化测试函数进行实验和分析表明, 多尺度量子谐振子算法可以快速精确地获得高维函数的全局最优解, 同时采用“降频”方法可以提高对具有“高频”成分函数的搜索速度.

关键词: 多尺度量子谐振子算法; 波函数; 函数优化; 全局优化

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2013) 12-2468-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.12.023

Multi-Scale Quantum Harmonic Oscillator for High-Dimensional Function Global Optimization Algorithm

WANG Peng¹, HUANG Yan^{2,3}, REN Chao¹, GUO You-ming^{2,3}

(1. Parallel Computing Laboratory, Chengdu University of Information Technology, Chengdu, Sichuan 610225, China;

2. Chengdu Institute of Computer Application, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610041, China;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: With the multi-scale binary sampling methods on the basis of Gaussian scaling function, the model of multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm for high-dimensional function global optimization problems is proposed. High-dimensional function optimization process is divided into two steps, scale convergence and quantum harmonic oscillator convergence. This algorithm model is based on the same convergence process probability interpretations between function optimization problem and quantum harmonic oscillator from high-energy state to ground state. This algorithm, which has explicit physical model, can realize high-dimensional function optimization without coding or complex initial conditions. Experiments and analysis are done for 15 typical two-dimensional optimized test functions and 6 typical high-dimensional optimized test functions. The results show that multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm gets precise global optimum for high-dimensional function quickly, and with “reduced frequency” approach, the search speed of function with “high frequency” component improves significantly.

Key words: multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm; wave function; function optimization; global optimization

1 引言

高维函数优化问题在理论和工程领域都有很重要的应用, 许多问题通过一定的变换都能转变为函数优化问题进行解决, 如多参数函数拟合^[1]、正电子湮没谱分析^[2]、信号频谱分析等. 本文将具有两个以上变量的函数称为高维函数^[3], 高维函数是无法在我们生存的三维

空间画出直观的函数图像的, 而且随着函数维度的增加对高维函数优化所需要搜索的定义域空间由于各维分量之间的排列组合关系变得非常复杂, 搜索空间的规模随着维度的增加呈现指数级增长.

高维函数优化问题作为优化问题中的重要分支, 已有一些研究者对其进行了研究. 文献[4]利用多维函数实现对单调函数的逼近. 文献[5]利用粒子群方法对

高维复杂函数进行优化,通过对 Rosenbrock、Rastrigrin、Griewank 等高维复杂函数的实验,实现 30 维函数的优化,但优化的准确性较低,不能有效找到准确的优化位置.文献[6]采用量子理论中的方法与粒子群方法结合对多维函数进行优化,改进后的粒子群算法对 100 维函数进行优化取得较好的效果.文献[7]将遗传算法引入混合粒子群算法,对高维复杂函数进行全局优化,并寻找其在每一维上的最佳位置.传统的优化算法对不同的优化函数及不同的维数需要不断改变算法的实验参数以获得好的收敛效果,同时,量子力学是物理学中的一门基础学科,量子力学反映了自然界的基本规律,利用量子理论给我们的理论提示来设算法在近年来也是优化算法研究中的一个热点^[8,9].本文模仿量子谐振子波函数^[10,11]从高能态向低能态单一高斯分布这一收敛过程的概率解释,提出了多尺度量子谐振子算法 (Multi-scale Quantum Harmonic Oscillator Algorithm, MQHOA).

2 高维函数优化问题的多尺度量子谐振子模型

高维函数优化问题可以被分为两个迭代过程:(1)对优化函数进行不同尺度的采样,从而获得优化函数的信息;(2)在同一个尺度对搜索区域进行聚焦,缩小收缩范围.这两个过程交替进行直到尺度缩小到指定的精度时算法停止.完备的采样能力和精确的搜索聚焦能力使 MQHOA 算法能较为准确的在高维空间实现对最优解的搜索.

2.1 多尺度优化函数二进信息采样模型

多尺度优化函数采样迭代时采用高斯分布函数簇对优化函数进行非均匀采样,采样的概率密度以各个高斯分布的中心位置向两边逐步减小,高斯函数的标准差 σ 就表征了算法采样的尺度,总的函数簇的个数为 k (群体参数),高维函数的各维变量分别按相应的高斯分布生成 m 个值 (采样参数),构成高维空间中的 m 个采样点.

由于高斯函数及其傅立叶变换分别为 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ 和 $\hat{g}(\omega) = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\omega^2\sigma^2}{2}}$,高斯函数是多尺度量子谐振子算法采样时的窗口函数.在信号处理领域高斯函数也被作为窗函数^[12]使用.在 σ 较大的大尺度采样时高斯函数的时域采样跨度大,而频域采样频率较低;在 σ 较小的小尺度采样时高斯函数的时域采样跨度小,而频域采样频率较高.高斯函数已被证明可以作为小波^[13]分析尺度函数.我们可以验证高斯函数满足构造二进小波的条件:

(1)低通性质: $|g(0)| = 1, |g(\infty)| = 0$.

(2)稳定性质,存在 $0 < A \leq B$,使

$$A \leq \sum_{n \in \mathbb{Z}} |\hat{g}(\omega + 2n\pi)|^2 \leq B.$$

(3)满足二尺度伸缩方程, $g(x) = 2 \sum_{n \in \mathbb{Z}} h(n) g(2x - n)$.

$$\text{由于 } g(2x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{\sigma}{2}} e^{-\frac{(2x)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{\sigma}{2}} e^{-\frac{x^2}{2(\frac{\sigma}{2})^2}} \text{ 与}$$

$N(0, \frac{\sigma}{2})$ 相等,所以算法中每次尺度变化时将高斯函数的 σ 减小为变化前的 $\frac{1}{2}$ 与尺度缩小是等效的.

因此算法采用二进高斯函数作为二进小波尺度函数对不同尺度的优化函数进行采样,可以保证对优化函数在该尺度信息的不遗漏采样,从而保留优化函数在该尺度的全部信息.多尺度量子谐振子算法的采样过程与小波分解过程相反,多尺度量子谐振子算法是先提取大尺度下的信息,通过谐振子波函数进行搜索区域聚焦后在小的聚焦区域进行小尺度的信息提取,直到尺度满足收敛条件时停止.根据二进小波原理,算法在每个尺度 σ 迭代时采用 k 个标准差为 σ 的高斯分布函数对 2σ 的区域进行采样,当前的 k 个较好值的位置在所有维度都满足其坐标分量的标准差小于 σ 时,算法在这一尺度收敛,这时将采样尺度减小为前一尺度的 $\frac{1}{2}$,当尺度采样减小为前一尺度的 $\frac{1}{2}$ 时采样区域根据量子谐振子的收敛条件可知也会减小为前一尺度的 $\frac{1}{2}$.由于采用了二进尺度缩减,尺度迭代的最大次数在定义域确定后是不变的.

2.2 同一尺度下的量子谐振子搜索聚焦模型

在优化函数为多维一致连续函数的条件下,同一个尺度 k 个高斯采样区域的聚集行为,可以认为是在多维优化函数信息引导下的量子谐振子向能量基态的运动过程,量子谐振子的基本模型也是在弹性势能牵引下的运动,在谐振子势能条件下根据量子谐振子的薛定鄂方程解出量子谐振子的波函数概率密度如下:

量子谐振波子函数概率密度:

$$|\psi_n(x)|^2 = \frac{1}{2^n n!} \left(\frac{mw}{\pi \hbar}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{a^2 x^2}{2}} |H_n(ax)|^2 \quad (1)$$

量子谐振子的波函数从高能态向基态的变化是一个逐渐收敛的过程:从高能态多个高斯函数的叠加,逐步收敛到基态单一高斯分布的稳定状态:

$$\psi_0(x) = \frac{\sqrt{a}}{\pi^{\frac{1}{4}}} e^{-\frac{a^2 x^2}{2}} \quad (2)$$

量子谐振子波函数向基态的变化过程描述了优化算法在同一尺度多个高斯采样区域在迭代过程中的不

断聚焦过程,算法在某一个尺度收敛后 k 个高斯采样区域将近似的聚集在标准差为 σ 高斯分布区域中,实现了算法采样区域的收缩聚焦.我们定义 MQHOA 算法下高维坐标分量 x_i 的归一化波函数:

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k}} e^{-\frac{(x-x_i)^2}{2\sigma_k^2}} \quad (3)$$

这一波函数反映了在尺度为 σ 时 k 个高斯采样区域在高维函数的各分量 x_i 的采样概率分布, MQHOA 算法最后的迭代次数和这个波函数有密切的关系,并对算法的收敛性具有决定性的作用,通常在某一个尺度 k 个高斯采样区间迭代的次数越多意味着这个多维优化函数在这个尺度下具有较复杂的组成结构, MQHOA 算法会自动进行多次迭代寻找最好的聚焦区域,而在没有结构的尺度附近算法将进行强烈收敛,迭代次数往往不超过 1 次,甚至会直接跳过这一尺度而不做迭代,这使 MQHOA 算法的寻优实现了完全的自适应性.

3 MQHOA 算法的基本工作流程

根据多尺度量子谐振子模型, MQHOA 算法的基本工作流程可以描述如下:

Begin

输入 k, m, S, σ_{\min} 的值

初始化:定义最优位置数组 $A, \sigma = S/2$,

在高维函数定义域内随机生成 $k \times m$ 个采样位置

在数组 A 中保存最好的 k 个采样位置

Do

Do

迭代操作:以数组 A 中的 k 个最优采样位置为中心

按标准差为 σ 的高斯分布分别生成 m 个新的采样,

根据新的 $k \times m$ 个采样选择最好的 k 个采样位置更新数组 A

While ($\sigma < \sigma_k$)

$\sigma = \sigma/2$

While($\sigma < \sigma_{\min}$)

输出 A 中的最优采样位置

End

MQHOA 算法迭代操作非常简单,一次迭代的基本过程如下:以数组 A 中的 k 个高维坐标为中心,分别按标准差为 σ 的高斯采样分布在 k 个区域生成 m 个新的高维坐标采样 (x_1, x_2, \dots, x_d) , 其中, d 为优化函数的维数, k 个区域总共会生成 $k \times m$ 个新的坐标采样,依据目标函数值选择最好的 k 个坐标采样更新数组 A . 在实际计算中我们生成新采样时可以对每一个维度分别独

立采用高斯分布函数来生成新的值,如某一个坐标采样的第 i 个维度新值的生成概率分布为高斯分布 $N(x_i, \sigma^2)$, 各维度都独立实现新值的生成.

MQHOA 算法完成一次迭代操作后,数组 A 中的坐标便更新为新的最好的 k 个高维坐标点,这时分别计算 k 个高维坐标点各个维度坐标的标准差 σ_k , 当 k 个高维坐标点的 d 个维度的坐标标准差 σ_k 都小于当前尺度的 σ 值时,将 σ 除以 2,重新开始迭代操作,直到当前尺度的标准差 σ 除以 2 后小于指定的最小尺度 σ_{\min} 时算法停止,并输出数组 A 中结果最好的坐标位置.

算法的整个过程是由两个收敛过程组成的,我们定义这两个收敛过程如下:

定义 1 MQHOA 算法在不同尺度采样的计算迭代过程称为尺度收敛过程.

定义 2 MQHOA 算法波函数向基态聚集的迭代过程称为量子谐振子收敛过程.

MQHOA 算法两个收敛过程如图 1 所示,尺度收敛过程的次数在高维函数的定义域和 σ_{\min} 确定后是固定的次数,而量子谐振子收敛过程的次数是不确定的,可能为 0 也可能很大,与高维函数的具体函数形式有关.尺度收敛过程的一次迭代意味着算法搜索尺度的减小,算法对函数的搜索更为细致.量子谐振子收敛过程其实就是数组 A 中的 k 个高维坐标的标准差 σ_k 向当前尺度 σ 聚集的过程,量子谐振子在某一个尺度收敛意味着 k 个高维坐标各个维度分量的采样标准差都由 2σ 聚集到 σ , 算法在下一个尺度迭代时的搜索区域就在每个维度都减半,从而实现了搜索区域的聚焦. MQHOA 算法的迭代过程就是搜索区域聚焦和尺度减小交替进行的过程,图 1 对这一过程进行了直观的描述.

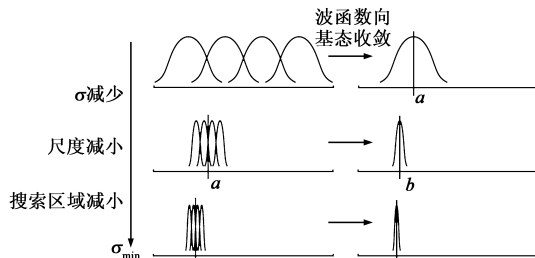


图1 MQHOA算法两个收敛过程示意图

4 多尺度量子谐振子算法实验分析

本节首先对群体参数 k 和采样参数 m 进行测试,确定实验参数,并分析参数 k 和参数 m 的关系;然后分别对 15 个二维全局优化测试函数和 6 个高维全局优化测试函数进行全局优化实验,对 MQHOA 算法进行性能测试,最后对含高频成分的测试函数进行频率变换实验.

4.1 确定实验中的群体参数 k 和采样参数 m

群体参数 k 是实验中迭代过程保留的较优解区域的数量. 采样参数 m 是迭代时在一个局部最优区域内按照高斯分布 $N(k_i, \sigma^2)$ 生成的可能解的采样数. 通过对参数 m 依次取 10、20、30、40、50、60、70、80、90、100、150、200、250、300、

500,对参数 k 依次取 10、20、30、40、50、60、70、200、500、1000,形成 150 个实验组合,对 3 维的 Griewank 函数在 $(-100, 100)$ 的解空间进行实验,每个实验组合分别进行 10 次重复实验,测试算法迭代次数,如表 1 所示.

表 1 群体参数 k 和采样参数 m 实验数据

m	k									
	10	20	30	40	50	60	70	200	500	1000
5	5290/8	3055.9/3	2463.6/1	2774.8/2	6541.6	2063.5	1442.9	1515.6	1457.2	1467.7
10	749.6/6	1624.2/2	2237.3/3	1200.3/1	997.8	851.4	989.2	819	772.8	731.5
20	467.4/2	452.9	1830	537.7	407.6	465.7	413.1	412.2	418.4	381.8
30	557.7/4	357	395.7	324.5	320.5	281.4	300.6	255	270.2	258.1
40	236.2/3	322.6	209.7	242.7	205.8	225.6	222.8	193.9	205.6	195.2
50	235.4/3	160.9	165.4	198.8	191.7	178.9	179.2	193.1	175.2	160.7
60	156.6/2	181	169.1	143.4	145.4	139.9	136	146.7	140.1	134.4
70	131.2/1	215.8	177.2	125.8	158.3	116.4	125.9	117.8	122.1	122.9
80	113.3/3	127.6	127.2	111.9	135	114.8	126.3	108.9	110.9	108.2
90	139.2/1	133.5	109.3	109.8	102.6	111.6	112.9	107.7	99.3	97.4
100	116.3/3	290.1	113.7	91.6	109.8	113.2	103.1	101	91.9	87.8
150	65.8	68.7	59.4	75	64.3	60.2	75	69	61.7	62.9
200	49.1	66.8	55.4	58.7	59.5	57.6	56.4	51.8	51.3	50.6
250	65.9	45.2	47.9	52.5	51.4	50.8	47.7	43.4	42.4	43.3
300	45	38.1	46.5	39	45	45.3	45.3	39.9	37.6	36.8
500	35.9/2	28.1	34.8	28.5	30.7	29.3	30.9	28.1	27.1	26.9

(注:“/”后数字为 10 次实验中未求得全局最优解的次数)

实验表明,当 m 或 k 较小时(如 $m = 5, k = 5$),算法均有较大概率落入局部最优区域,当 $m > 200, k > 20$ 后迭代次数就较为稳定了,同时落入局部最优的概率也非常小了. 为保证采样完备和算法稳定,下面实验中 $m、k$ 取值为 200、20.

4.2 二维函数实验

二维函数是较为简单的全局优化问题,我们采用 MQHOA 算法对 15 种常用的二维全局优化函数进行测试,实验参数为 $m = 200、k = 20、\sigma_{\min} = 0.000001$,定义域范围为 $[-10, 10]$,高斯函数标准差的初始值取定义域的一半 $\sigma_1 = 10$. 为了使结果具有严格的统计学意义,我们对每个测试函数进行 1000 次重复求解,对结果进行统计分析.

表 2 是 15 种二维测试 1000 次重复实验的统计结果,所有实验结果均精确到小数点后 6 位. 15 种测试函数在各自的 1000 次重复测试中均 100% 精确的获得了理论最优解,实验证明 MQHOA 算法可以很好的解决二维函数的全局优化问题.

表 2 多尺度量子谐振子算法对 15 种全局优化测试函数 1000 次重复计算结果统计

函数名称	平均迭代次数	获得全局精确最优值的比例	全局最优值位置	全局最小值
Schaffer	19	100%	(0.000000, 0.000000)	- 1.000000
Ackley	7	100%	(0.000000, 0.000000)	0.000000
Levy	11	100%	(- 1.306853, - 1.424845)	- 176.137578
Matyas	11	100%	(0.000000, 0.000000)	0.000000
Griewank	20	100%	(0.000000, 0.000000)	0.000000
Easom	7	100%	(3.141593, 3.141593)	- 1.000000
Beale	13	100%	(3.000000, 0.500000)	0.000000
Bohachevsky	8	100%	(0.000000, 0.000000)	0.000000
Booth	7	100%	(1.000000, 3.000000)	0.000000
Michalewics	6	100%	(2.202906, 1.570796)	- 1.801303
Rastrigrin	9	100%	(0.000000, 0.000000)	0.000000
Sphere	7	100%	(0.000000, 0.000000)	0.000000
Rosenbrock	12	100%	(1.000000, 1.000000)	0.000000
Sum Square	7	100%	(0.000000, 0.000000,)	0.000000
Zakharov	7	100%	(0.000000, 0.000000)	0.000000

4.3 高维函数实验

我们对 6 个典型的高维全局优化测试函数进行测试,实验参数与二维函数的实验参数相同.随着维数的增加,算法迭代次数增加明显,我们对每个函数进行 10 次重复实验,对实验结果进行统计分析,如表 3 所示.

以 Griewank 函数为例,函数各维的定义域均为 $[-100,100]$,计算精度为小数点后 6 位,每增加一维,函数解空间的数目为上一维解空间数目的 $200 \times 10^6 = 2 \times 10^8$ 倍,但迭代次数仅为上一维迭代次数的数倍,远低于解空间数目的增长.在高维函数的全局优化问题求解中 MQHOA 算法的求解性能更高,当维数较高时可以通过将算法并行化降低求解的整体时间.

表 3 不同维数下测试函数的平均迭代次数

函数名称	函数维数							
	3	4	5	6	7	8	10	15
Griewank	68.7	550.8	5150.9	15828.5				
Rastrigrin	15	41.1	126	2466.6	3243.7	16928.3		
Levy	11	15.1	20.7	25	33.9	47.7	126.2	
Zakharov	11.7	18.2	25.2	31.8	47.7	71.9	205.3	
Sum Square	11.1	16.8	22.7	39.5	80.3	192.8	3398.3	
Sphere	10.6	14.5	18.9	22.6	28.5	35	63.1	1101.6

算法对每个测试函数的各个维度各进行了 10 次实验,实验得到的最优解与理论最优解的标准差均低于计算精度,MQHOA 算法在高维函数的各个测试维度均精确获得了函数的理论最优解.

4.4 通过频率变换加速含高频成分函数的收敛

含有高频成分的函数在大尺度较容易收敛,但在

其高频区域,寻找最优解难度很大,通过频率变化降低其高频部分的频率可以加速函数的收敛过程.

Griewank 是本文主要的测试函数,表达式如下:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1 \tag{4}$$

是由 $\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000}$ 和 $-\prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$ 两个成分构成, $-\prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$ 是函数的高频部分,为了调整函数的频率,我们对 Griewank 函数设置频率因子 F ,如下:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos(F \times \frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1 \tag{5}$$

图 2(a)、(b)、(c)、(d)、(e) 分别为二维 Griewank 函数频率因子 F 的数值为 15、10、5、2、1 时的图像,在不同的频率下,函数均在 (0,0) 处获取全局最小值 0.当 F 的数值较大时, Griewank 函数“频率”较高,局部最优区域分布密集,获取全局最优解难度大,可以通过频率变换,降低 F 的数值快速获取全局最优解.

我们对 3 维 Griewank 函数 ($m = 200, k = 20, \sigma_{\min} = 0.000001$) 在 F 的数值为 15、10、5、2、1 时分别进行 10 次重复实验,对实验结果进行统计分析,如表 4 所示.可以看出当 $F = 15$ 时,算法平均迭代 113798 次才获得全局最优解,而当 $F = 1$ 时,算法平均仅需 69 次迭代即可获得全局最优解,降低频率因子 F 的数值大大加速算法收敛.这一结果说明对于一些存在“高频”成分的函数优化问题,可以通过“降频”操作提高搜索速度.

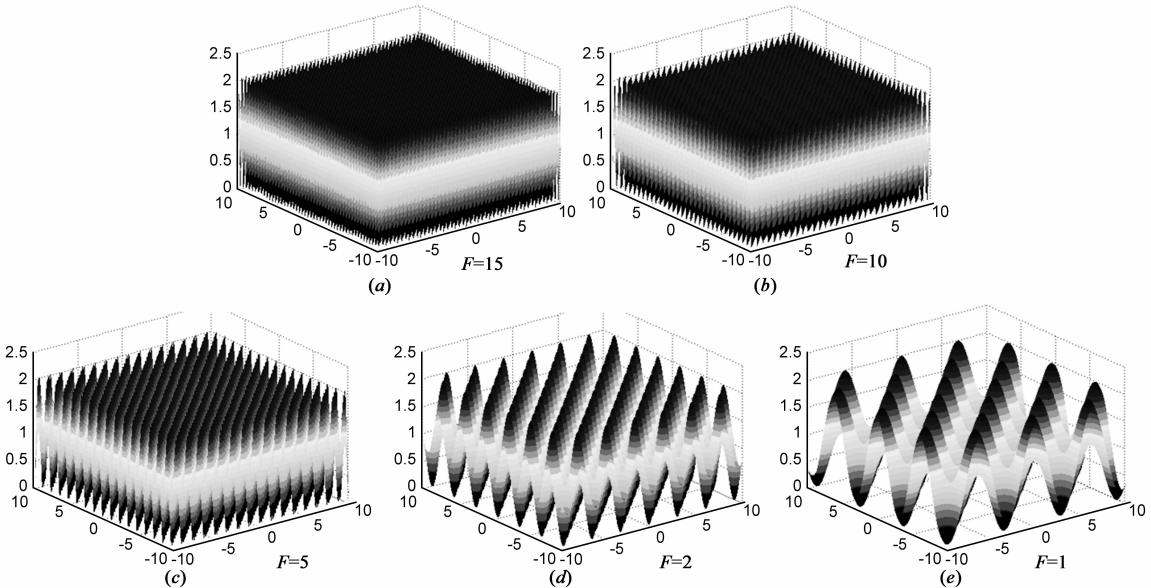


图2 不同频率因子下二维Griewank函数图像

表 4 不同频率因子 F 下对应的平均迭代次数

F	15	10	5	2	1
平均迭代次数	113798.375	36957.3	4788.5	288.9	68.7

5 结论

本文通过建立多尺度函数二进信息采样模型和统一尺度下的量子谐振子搜索聚焦模型,从而建立高维函数优化问题的多尺度量子谐振子模型,提出并实现 MQHOA 算法.通过对 MQHOA 算法进行详细的理论和实验分析,证明 MQHOA 算法在求解一般高维函数时可以较快、精确的找到理论全局最优解,随着算法维数的增加,目标函数解空间呈现指数级的增长,算法迭代次数线性增长,通过对测试函数进行“降频”变换能进一步提高算法对部分含有“高频”成分函数的计算速度.

参考文献

[1] 王晓蒲,张志诚.图示拟合正电子寿命谱的解谱软件[J].中国科学技术大学学报,1988,18(4):515-519.
WANG Xiao-pu, ZHANG Zhi-cheng. Plot fit software for positron lifetime[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 1988, 18(4): 515-519. (in Chinese)

[2] 肖顺平,郭桂蓉,等.基于含参最小二乘估计曲线拟合的极化雷达目标识别方法[J].电子学报,1997,25(2):32-36.
XIAO Shun-ping, GUO Gui-rong, et al. A method of polarization radar target recognition based on curve fitting by means of the least square estimation of parameters[J]. Acta Electronica Sinica, 1997, 25(3): 32-36. (in Chinese)

[3] 夏宇,朱欣焰.高维空间数据索引技术研究[J].测绘科学,2009,34(1):60-68.
XIA Yu, ZHU Xin-yan. Research on index technology of high dimensional spatial data[J]. Science of Surveying and Mapping, 2009, 34(1): 60-68. (in Chinese)

[4] 荔建琦,陈火旺,等.多维函数的进化逼近[J].计算机学报,2000,23(6):593-601.
LI Jian-qi, CHEN Huo-wang, et al. Evolutionary approximation of multi-dimensional functions[J]. Chinese Journal of Computers, 2000, 23(6): 593-601. (in Chinese)

[5] 国博,王社伟,等.改进粒子群算法在高维复杂函数寻优中的应用[J].计算机工程与应用,2010,46(16):232-234.
GUO Bo, WANG She-wei, et al. Improved particle swarm optimization algorithm for high-dimension complex functions[J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(16): 232-234. (in Chinese)

[6] 高浩,须文波,等.一种优化高维函数的量子-粒子群算法[J].计算机应用,2007,27(12):2885-2887.
GAO Hao, XU Wen-bo, et al. Quantum-particle swarm algorithm for optimizing high-dimension functions[J]. Journal of

Computer Applications, 2007, 27(12): 2885-2887. (in Chinese)

[7] 李莉,李洪奇.基于混合粒子群算法的高维复杂函数求解[J].计算机应用,2007,27(7):1754-1756.
LI Li, LI Hong-qi. Solving for complex functions with high dimensions based on hybrid particle swarm optimization[J]. Journal of Computer Applications, 2007, 27(7): 1754-1756. (in Chinese)

[8] JIAO Li-cheng, Li Yang-yang, et al. Quantum-inspired immune clonal algorithm for global optimization[J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, Part B, 2008, 38(5): 1234-1253.

[9] LI Yang-yang, Xiang Rong-rong, et al. An improved cooperative quantum-behaved particle swarm optimization[J]. Soft Computing, 2012, 16(6): 1061-10699.

[10] 王鹏.云计算的关键技术与应用实例[M].北京:人民邮电出版社,2010.170-171.

[11] 曾谨言.量子力学(卷I)[M].北京:科学出版社,2007.29-34.

[12] 樊平毅,冯重熙.窗函数在成形滤波器设计中的应用[J].通信学报,1996,17(2):75-80.
FAN Ping-yi, FENG Chong-xi. The application of window's function to design of shaping filter[J]. Journal of China Institute of Communications, 1996, 17(2): 75-80. (in Chinese)

[13] 赵学智,陈文戈,等.基于高斯函数的小波系及其快速算法[J].华南理工大学学报(自然科学版),2001,29(1):94-97.
ZHAO Xue-zhi, CHEN Wen-ge, et al. The wavelet series based on gaussian function and its fast algorithm[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science), 2001, 29(1): 94-97. (in Chinese)

作者简介



王 鹏(通信作者) 男,1975 年 8 月出生于四川省犍为县.现为成都信息工程学院教授、博士生导师,研究方向为智能算法、云计算、并行计算.
E-mail: wp002005@163.com



黄 焱 男,1982 年 7 月出生于江苏省泗阳县.博士研究生.主要研究方向为智能算法、云计算、并行计算.
E-mail: 16481339@qq.com