

基于电路网络理论的电容层析成像方法

马 宁¹, 苏祥芳², 王延平²

(1. 武汉水利电力大学电气工程学院, 武汉 430072; 2. 武汉大学电子信息学院信号处理研究室, 武汉 430072)

摘 要: 本文描述了一种用于两种成份的流体成像的 12 电极电容层析成像新方法. 该方法基于电路的网络理论, 首先对重建区域假定一个介电率分布, 用电容网络作为离散化模型, 将每一个源电极和探测电极对组成的测量电路看作一个四端网络, 该四端网络的跨导与源电极和探测电极之间的电容值是线性关系, 这个电容值和测量得到的电容值之间存在误差, 根据这个误差对修正介电率分布. 通过对不同介质分布作的模拟实验结果, 证实了该算法是有效的, 收敛的.

关键词: 电容层析成像; 电容网络; 节点导纳矩阵

中图分类号: TN 911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 01-0030-05

A Reconstructive Algorithm Based on Network Theory for Electrical Capacitance Tomography

MA Ning¹, SU Xiang-fang², WANG Yan-ping²

(1. The School of Electrical Engineering Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, Wuhan 430072, China;

2. The School of Electronic Information Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: This paper describes a reconstructive algorithm which is based on network theory for electrical capacitance tomography technic. There are twelve electrodes in the system. The permittivity distribution of flow with two components within a pipeline is reconstructed. Assume the permittivity distribution of the region to be reconstructed. Then whole measured area is discretized into a network composed of capacitance. The measurement circuit which contains a pair of source electrode and detecting electrode is taken as a four-terminal network. The across admittance of the four-terminal network is proportional to the capacitance between the source electrode and the detecting electrode. Modify the distribution of the permittivity according to the difference between the calculated capacitance and measured capacitance. The experimental results show that this algorithm is effective and can coverge.

Key words: capacitance tomography; capacitance network; node admittance matrix

1 引言

在分析和测量多种成份的流体时, 了解流体中各成份的分布是很重要的. 在工业用的输送管道中, 流体经常是两种成份的混合如油和水、或油和气体的混合物, 因此关于两种成份的流体的成像技术的研究, 在近些年有了较多的发展. 由于计算机层析成像技术在医学图像等领域取得了广泛而成功的应用, 人们考虑将该技术应用于两种成份的流体的成像工作中. 这里比较传统的办法是用超声波、X 光射线、核磁共振等进行测量. 而近年来发展的一种较新的技术是将多个电极放置在输送管道的外部四周, 测量出两电极之间的电容值, 从而重建出流体的成份分布图像. 与传统的层析成像技术相比, 该技术具有经济、快速、构造简单等特点.

本文讨论了有 12 个电极传感器的电容层析成像方法, 图 1 为系统的横截面图. 这里只考虑二维情况. R_1 、 R_2 和 R_3 分别是内管壁、外管壁和屏蔽罩的半径, θ 是一个电极覆盖的角

度. 这 12 个电极对称安装在输送管的绝缘壁外, 相邻两个电极之间有一个径向接地屏用于减小相邻电极之间的电容值. 半径为 R_3 的外部屏也接地, 用于屏蔽整个系统. 在这个屏和管道壁之间充满了绝缘材料 ($\epsilon = \epsilon_{fl}$). 待重建的区域是内管壁以内的部分. 本文第二节描述了 12 个电极的电容层析成像系统的电容网络模型, 第三节给出电路四端网络的基本理论以及将测量电路等效为四端网络的办法, 第四节描述了重建算法, 第五节给出实验结果, 得出结论.

2 电容网络模型

对于 12 电极的电容层析成像系统, 一共可以得到 66 个独立的电容值^[1]. 在一次测量循环中, 依次将电极 1, 2, ..., 12 加上正电压 V_c , 作为激励电极, 其余电极都接地, 已作过激励电极的成为保护电极, 其余为探测电极, 然后同时测量出激励电极和探测电极之间的电容. 测量过程中系统的屏蔽罩和径向插入屏始终接地.

收稿日期: 1998-10-23; 修订日期: 1999-10-07

基金项目: 国家自然科学基金资助课题

假设系统内没有自由电荷,那么系统内的电场分布可用如下的拉普拉斯方程表征:

$$\nabla \cdot [\varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y)] = 0 \quad (1)$$

当电极 i ($i = 1, 2, \dots, 11$) 是激励电极时,电场的边界条件为

$$\phi^{(i)} = \begin{cases} V_c, (x, y) \in \Gamma_i \\ 0, (x, y) \in \Gamma_k (k = 1, \dots, 12, k \neq i) \cup (x, y) \in (\Gamma_s + \Gamma_{pg}) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\phi(x, y)$ 和 $\varepsilon(x, y)$ 分别是二维电位分布和介电常数分布。 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{12}$ 代表 12 个电极所在的空间位置, Γ_s 表示系统最外面的屏蔽屏, Γ_{pg} 为 12 个径向屏蔽屏。

正问题是当已知介电常数的分布时,求出 66 个电容值。假设电极 i 是激励电极,电极 j 是探测电极,那么电极对 $i-j$ 之间的电容可通过下式计算:

$$C_{i,j} = Q(\Gamma_j)/V_c = (1/V_c) \int_{(x,y) \in \Gamma_j} \varepsilon(x, y) \nabla \phi^{(i)}(x, y) \cdot d\Gamma_j \quad (3)$$

其中 $Q(\Gamma_j)$ 为探测电极 j ($j = i+1, \dots, 12$) 上的感应电荷, $\phi^{(i)}(x, y)$ 是当电极 i 为激励电极时的电位分布,根据式(1)求得。逆问题是根据测量得到的 66 个电容值 $C_{i,j}$ 求出式(3)的逆。这是一个复杂的非线性问题并且是欠定的。文献[1]提出了用有限元模型和反投影重建算法求解上述逆问题的方法:用有限元模型求解式(1)表示的拉普拉斯方程,得到正问题的解,然后用有限元分析计算出系统的灵敏度分布,并以该分布作为先验知识用于反投影重建算法中。

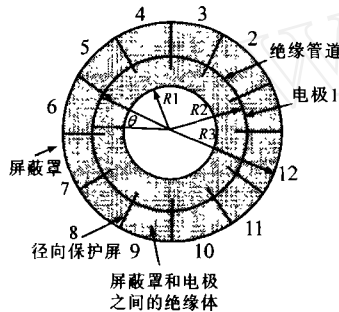


图 1 12 电极的电容层析成像系统的横截面图

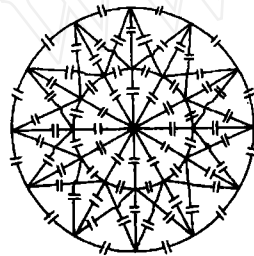


图 2 电容网络模型示意图

本文以电路网络理论^[2]为基础,将整个系统离散化为一个电容网络模型,图 2 是外管壁以内的区域的划分方法以及电容的连接方式的示意图。以管道横截面的圆心为中心,用若干同心圆和以该中心为端点的射线将整个管道区域分成近似三角形和四边形的单元,对这些单元按照从内向外、逆时针方向的顺序编号,待重建区域单元编号为 $1, \dots, M$, 整个系统区域的单元编号为 $1, \dots, N$ ($N > M$)。假定每个单元内部的介电率是常数,单元 i 的介电率用 ε_i 表示,待重建介电率分布是一个 M 维向量, $\varepsilon_r = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_M)$, 整个系统的介电率分布是一个 N 维向量, $\varepsilon_s = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N)$ 。如果单元中的某条边是一个电极或屏蔽罩的一段,那么这条边上没有电容,而是一条导线。在外管壁以内的部分(不包括外管壁),网络的节点就是各个单元之间的交点,从圆心开始,圆心编号为 1, 然后从最小的同心圆开始,从内向外,每一圈按逆时针的顺序对节点编号;外管壁上有 12 个电极,每个电极连接了 x 个单元的交点,实际上是一个网络节点,因此对这一圈来说,先按逆时针顺序对与

电极不相连的节点编号,然后从电极 1 开始,对电极对应的 12 个节点编号,最外面的屏蔽罩将 m 个单元点连接在一起,构成一个网络节点,编为最后一号。

假设网络中所有电容都是金属平板电容,且平板的面积都相等,计算中用单位 1 来表示。如果电容 C 位于单元 i 和 j 的交线上,它相当于单元 i 内的电容和单元 j 内的电容并联

$$C = \varepsilon_i/d + \varepsilon_j/d \quad (4a)$$

若电容 C 位于单元 i 内,即在单元 i 的对角线上,则该电容满足下式

$$C = \varepsilon_i/d_o \quad (4b)$$

式(4a)和(4b)中 ε_i 和 ε_j 分别表示单元 i 和 j 的介电率, d 表示单元 i 和 j 的交线的长度, d_o 表示单元 i 的对角线的长度。

3 用四端网络分析测量电路

3.1 节点导纳矩阵的形成

对上节所述的电容网络,首先列出它的节点导纳矩阵。若节点 i 和 j 之间有电容直接相连,则它们之间的互导纳为

$$y_{ij} = -j\omega C_{ij} \quad (5)$$

否则

$$y_{ij} = 0 \quad (6)$$

而节点 i 的自导纳为

$$y_{ii} = - \sum_{j \neq i} y_{ij} \quad (7)$$

式中: j 是与节点 i 之间有电容直接相连的节点的编号, y_{ij} 是节点 i 与节点 j 之间的互导纳。那么节点导纳矩阵为

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 n 是系统的节点总数。对于第 i 行元素来说, Y 的对角线上的元素代表节点 i 的自导纳,其余元素代表节点 i 和其它节点的互导纳。矩阵 Y 的特点为: (1) $y_{ij} = y_{ji} < 0$, 当 $i \neq j$ 且节点 i, j 之间有电容相连; (2) $y_{ij} = y_{ji} = 0$, 当 $i \neq j$ 且节点 i, j 之间无电容直接相连; (3) $y_{ii} > 0$, 当 $i = j$ 时; (4) $\sum_{j=1}^n y_{ij} = 0, i = 1, \dots, n; \sum_{i=1}^n y_{ij} = 0, j = 1, \dots, n$ 。

由式(8)定义的节点导纳矩阵 Y 记录的是电容网络模型中的各个导纳,它们与各单元的介电率是通过式(4a)、(4b)及式(5)和(6)相互对应的。对于被分成 N 个单元的系统有 N 个独立的介电率,而表征这些介电率的导纳矩阵 Y 中却有多于 N 个的非零元素,可见 Y 矩阵的非零元素之间是有关联的,非独立的。 Y 的元素除具有上述四个特点之外,还应满足别的要求^[3]。

假设有四个相邻单元 I, J, K, L , 其中单元 I 和 K 是近似三角形单元,而单元 J 和 L 是近似四边形单元,公共节点为 i , 如图 3(a)所示。与节点 i 之间有电容直接相连的节点为 j, k, l, m, n, o , 如图 3(b)所示,它们与节点 i 之间的电容分别为 $C_{ij}, C_{ik}, C_{il}, C_{im}, C_{in}, C_{io}$, 它们与 i 之间的距离分别用 $d_{ij}, d_{ik}, d_{il}, d_{im}, d_{in}, d_{io}$ 表示。

那么,根据式(4a)和(4b),可得

$$C_{io} = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_L}{d_{io}}, C_{ik} = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_J}{d_{ik}}, C_{ij} = \frac{\varepsilon_K + \varepsilon_L}{d_{ij}},$$

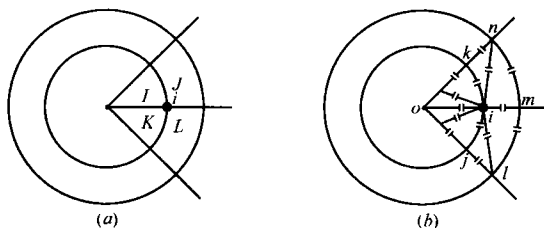


图3 具有公共节点*i*的四个相邻单元
及与节点*i*相连的所有电容

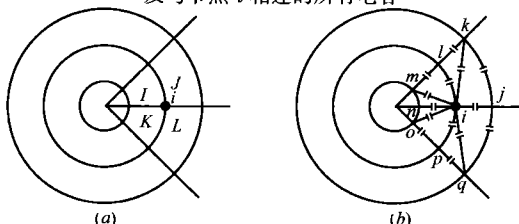


图4 具有公共节点*i*的四个近似四边形
单元及所有与*i*有电容相连的节点

$$C_{im} = \frac{\epsilon_j + \epsilon_l}{d_{im}}, C_{in} = \frac{\epsilon_j}{d_{in}}, C_{io} = \frac{\epsilon_l}{d_{io}},$$

于是有 $C_{im}d_{im} + C_{io}d_{io} = C_{ik}d_{ik} + C_{ij}d_{ij}$,

$$C_{im}d_{im} = C_{in}d_{in} + C_{il}d_{il}.$$

又由式(5)可得

$$y_{im}d_{im} + y_{io}d_{io} = y_{ik}d_{ik} + y_{ij}d_{ij} \quad (9)$$

$$y_{im}d_{im} = y_{in}d_{in} + y_{il}d_{il} \quad (10)$$

图4(a)为四个相邻单元*I*、*J*、*K*、*L*都是近似四边形单元,公共节点为*i*,所有和节点*i*有电容直接相连的节点为*j*、*k*、*l*、*m*、*n*、*o*、*p*、*q*,如图4(b),它们和*i*之间的电容分别用 C_{ij} 、 C_{ik} 、 C_{il} 、 C_{im} 、 C_{io} 、 C_{ip} 、 C_{iq} 表示,它们和*i*之间的距离分别用 d_{ij} 、 d_{ik} 、 d_{il} 、 d_{im} 、 d_{in} 、 d_{io} 、 d_{ip} 、 d_{iq} 表示.因为由式(4a)和(4b)有

$$C_{ij} = \frac{\epsilon_j + \epsilon_l}{d_{ij}}, C_{il} = \frac{\epsilon_l + \epsilon_j}{d_{il}}, C_{in} = \frac{\epsilon_l + \epsilon_k}{d_{in}}, C_{ip} = \frac{\epsilon_l + \epsilon_k}{d_{ip}},$$

$C_{ik} = \frac{\epsilon_l}{d_{ik}}, C_{im} = \frac{\epsilon_l}{d_{im}}, C_{io} = \frac{\epsilon_k}{d_{io}}, C_{iq} = \frac{\epsilon_l}{d_{iq}}$,于是可得 $C_{ik}d_{ik} + C_{iq}d_{iq} = C_{ij}d_{ij} + C_{il}d_{il} + C_{im}d_{im} = C_{in}d_{in} + C_{io}d_{io} + C_{ip}d_{ip}$,那么根据式(5)有

$$y_{ik}d_{ik} + y_{iq}d_{iq} = y_{ij}d_{ij} \quad (11)$$

$$y_{ik}d_{ik} + y_{im}d_{im} = y_{il}d_{il} \quad (12)$$

$$y_{im}d_{im} + y_{io}d_{io} = y_{in}d_{in} \quad (13)$$

$$y_{io}d_{io} + y_{iq}d_{iq} = y_{ip}d_{ip} \quad (14)$$

式(9~14)是由网络模型化的过程决定的.它表明并不是任意的节点导纳矩阵 Y 都能代表一个管道内待重建区域的介电率分布,该矩阵的元素至少必须满足这些约束.另外,本文中采用的是纯电容网络,所以导纳矩阵 Y 中的元素实际上只有电纳的部分,将每个元素的 $j\omega$ 因子提取出来,矩阵中的元素就是电容值,下文中的导纳矩阵的元素都用电容表示.

3.2 将测量电路等效于四端网络

对于每一个激励电极与探测电极对,本文将它们形成的测量电路等效于如图5所示的四端网络,该网络的一对输入端点上接有电压源而在一对输出端点上接有负载,即整个电

路的一部分节点处在四端网络的内部(内部节点),而另一部分节点(外部节点)构成四端网络的端点,并且该网络的输入端和输出端有一个接地的公共端

图5 输入和输出有公共端点的四端网络

点作为电路的基点.图5中,电路节点*a*是四端网络的输入端点之一,相当于激励电极节点,节点*b*是输出端点之一,相当于探测电极,测量得到的是输出电流 I_2 的值,输出端负载 $Z_H = 0$. E 是电压源,就是输入电压.称输出电流对输入电压之比为跨导,它可以根据测量电路的导纳矩阵 C 的行列式和代数余子式计算出来:

$$N = I_2/U_1 = \Delta_{ab}/(\Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}) \quad (15)$$

式中: Δ_{ab} 表示矩阵 C 划去节点*a*对应的那一行和节点*b*对应的那一列后得到的代数余子式, Δ_{aa} 表示该矩阵划去节点*a*对应的那一行和那一列后得到的代数余子式, $\Delta_{aa,bb}$ 表示矩阵 C 先划去节点*a*对应的那一行和那一列,再划去节点*b*对应的那一行和那一列后得到的二重代数余子式.由于 $Z_H = 0$,可得

$$N = I_2/U_2 = \Delta_{ab}/\Delta_{aa,bb} \quad (16)$$

另一方面,测量电路的导纳矩阵 C 可以从3.1节中形成的网络的导纳矩阵 Y 得到,每次得到的导纳矩阵 C 有*m*行*m*列, $m = n - 11$,它的倒数第二行、第二列对应于四端网络的输入端节点*a*,它的最后一行、一列对应于四端网络的输出端节点*b*,因为有66个激励电极与探测电极对,就有66个测量电路的导纳矩阵 $C_k (k = 1, \dots, 66)$,

$$C_k = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1,m-2} & C_{1,m-1} & C_{1,m} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2,m-2} & C_{2,m-1} & C_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m-2,1} & C_{m-2,2} & \cdots & C_{m-2,m-2} & C_{m-2,m-1} & C_{m-2,m} \\ C_{m-1,1} & C_{m-1,2} & \cdots & C_{m-1,m-2} & C_{m-1,m-1} & C_{m-1,m} \\ C_{m,1} & C_{m,2} & \cdots & C_{m,m-2} & C_{m,m-1} & C_{m,m} \end{bmatrix} \quad (17)$$

它是一个对称矩阵.

$C_k (k = 1, \dots, 66)$ 的前*m*-2行、*m*-2列是需要重建的部分,本文用矩阵 R 表示这一部分,

$$R = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1,m-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m-2,1} & \cdots & C_{m-2,m-2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

用矩阵 S 表示矩阵 C_k 中划去第*m*-1行和第*m*列后剩下的元素构成的矩阵

$$S = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1,m-2} & C_{1,m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m-2,1} & \cdots & C_{m-2,m-2} & C_{m-2,m-1} \\ C_{m,1} & \cdots & C_{m,m-2} & C_{m,m-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

与每个 C_k 相对应的 $\Delta_{aa,bb}$ 的值是一样的,令 $\Delta_{aa,bb} = A$

$$A = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1,m-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m-2,1} & \cdots & C_{m-2,m-2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

同时对于每一个 C_k , 令与之相对应的 $\Delta_{ab} = B_k (k=1, \dots, 66)$

$$B_k = - \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1,m-2} & C_{1,m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m-2,1} & \cdots & C_{m-2,m-2} & C_{m-2,m-1} \\ C_{m,1} & \cdots & C_{m,m-2} & C_{m,m-1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

于是可以算出 66 个跨导值. 将跨导除以频率因子 $j\omega$ 得到 66 个电容. 当介质的介率分布已知时, 可以通过将系统离散化为一个电容网络, 根据式(16)算出跨导值来得到正问题的解.

4 重建算法

本文采用的重建算法是一种迭代算法:

第一步 假设一个任意的介电常数的分布, 得到介电率分布矢量 $\epsilon^{(0)} = (\epsilon_1^{(0)}, \dots, \epsilon_M^{(0)})$ 和 $\epsilon_s^{(0)} = (\epsilon_1^{(0)}, \dots, \epsilon_N^{(0)})$. 然后进行离散化处理, 得到一个由电容连接成的网络, 并根据该网络写出导纳矩阵 Y , 由 Y 得到 66 个测量电路的导纳矩阵 $C_k (k=1, \dots, 66)$.

第二步 算出 66 个跨导值 $N_k = B_k / A (k=1, \dots, 66)$, N_k 表示第 k 个跨导值, 它们构成矢量 $N = (N_1, N_2, \dots, N_k)$. 如果用 C_k 表示测量得到的跨导值, 它们构成矢量 $C = (C_1, C_2, \dots, C_k)$. N 与 C 之间一般来说是有差别的, 因此对待重建区域内的介电率分布进行修正, 得到新的介电率分布矢量 $\epsilon' = (\epsilon'_1, \dots, \epsilon'_M)$, 它的变化体现在导纳矩阵 Y 中就是 Y 的前 $n-13$ 行、 $n-13$ 列的元素 $y_{ij} (i=1, \dots, n-13, j=1, \dots, n-13)$ 变成 $y_{ij} + \delta w_{ij} (i=1, \dots, n-13, j=1, \dots, n-13)$, 其余元素不变. 也就是说, 每个 C_k 的前 $m-2$ 行、 $m-2$ 列元素 $C_{ij} (i=1, \dots, m-2, j=1, \dots, m-2)$ 变成 $C_{ij} + \delta w_{ij} (i=1, \dots, m-2, j=1, \dots, m-2)$, 其余元素不变, C_k 变成 C'_k , 对应于 C_k 的矩阵 R 和 S 以及行列式 B_k 和 A 也随之改变, 变为 R' 和 S' 及 B'_k 和

A' , 根据两个矩阵相加的行列式的计算定理, 可得,

$$A' \approx A + \sum_{i,j=1}^{m-2} \delta w_{ij} A_{ij}, B'_k \approx B_k + \sum_{i,j=1}^{m-2} \delta w_{ij} B_{ij}^k \quad (22)$$

其中 A_{ij} 表示矩阵 R 中划去第 i 行、第 j 列剩下的代数余子式, B_{ij}^k 表示矩阵 S 中划去第 i 行、第 j 列剩下的代数余子式. 这样得到新的跨导向量 $N' = (N'_1, N'_2, \dots, N'_{66})$, 其中 $N'_k = B'_k / A' (k=1, \dots, 66)$, 令这个新的向量 $N' = C$, 于是根据式(22)有

$$\frac{B_k + \sum_{i,j=1}^{m-2} \delta w_{ij} B_{ij}^k}{A + \sum_{i,j=1}^{m-2} \delta w_{ij} A_{ij}} = C_k, \quad k=1, \dots, 66 \quad (23)$$

最后可得

$$\sum_{i,j=1}^{m-2} \delta w_{ij} (B_{ij}^k - C_k A_{ij}) = C_k A - B_k, \quad k=1, \dots, 66 \quad (24)$$

这 66 个方程组成一个线性方程组.

根据第 3.1 节所述的节点导纳矩阵 Y 的四个特性, 以及式(9~14)对 Y 中的元素的约束知道, 新的节点导纳矩阵 Y 也应该满足之四个特点和六个约束, 于是可以得到对 δW_{ij} 的约束条件: (1) $\delta W_{ij} = \delta W_{ji} (i=1, \dots, m-2, j=1, \dots, m-2, \text{且 } i \neq j)$; (2) 当 $i=j$ 时, $g_{ij} + \delta W_{ij} > 0$; (3) 当 $i \neq j$ 时, $g_{ij} + \delta W_{ij} < 0$; (4) $\delta W_{ii} = - \sum_{j=1}^{m-2} \delta W_{ij}, i=1, \dots, m-2$. 根据式(9)和(10), 及图 3 所示, 当四个有公共节点 i 的相邻单元中有两个近似三角形单元和两个近似四边形单元时,

$$\delta W_{im} d_{im} + \delta W_{io} d_{io} = \delta W_{ik} d_{ik} + \delta W_{ij} d_{ij} \quad (25)$$

$$\delta W_{im} d_{im} = \delta W_{in} d_{in} + \delta W_{il} d_{il} \quad (26)$$

根据式(11~14), 及图 4 所示, 当有公共节点 i 的相邻的四个单元都是近似四边形时,

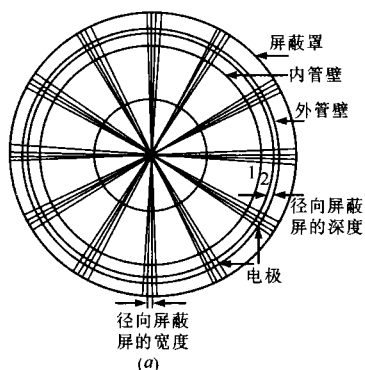


图 6 系统用同心圆和射线划分成三角形和四边形单元的情况

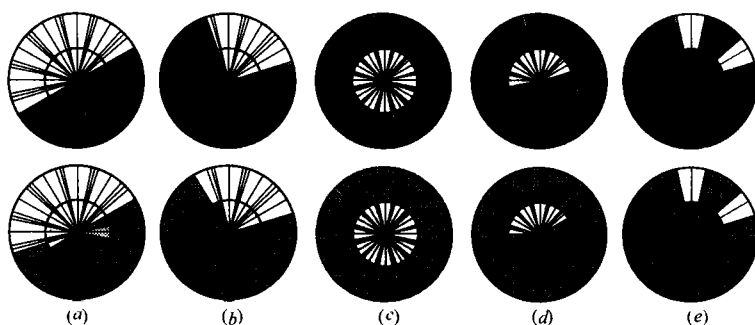


图 7 系统划分得较粗时五种不同的介质分布模型和重建结果

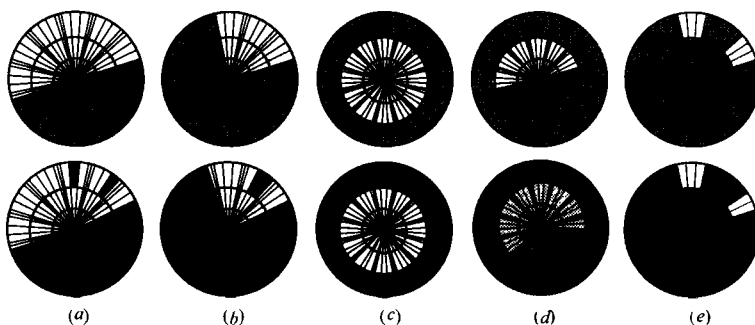


图 8 系统划分得较细时五种不同的介质分布模型和重建结果

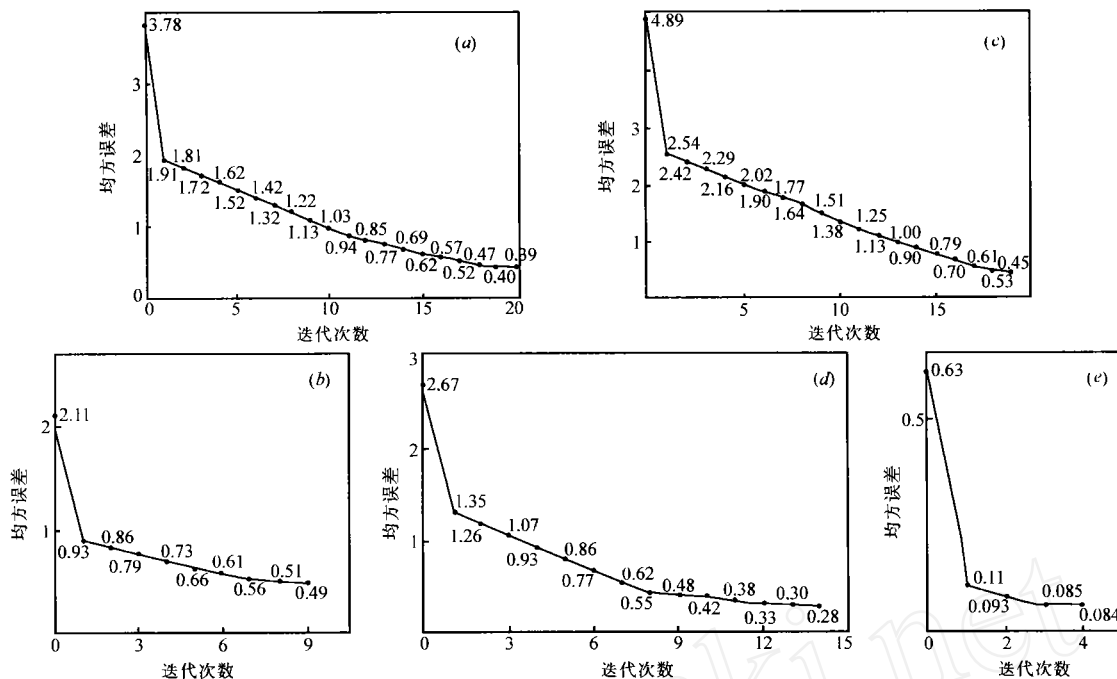


图9 对图8中的各模型进行迭代时的均方误差曲线

$$\delta W_{ik}d_{ik} + \delta W_{iq}d_{iq} = \delta W_{ij}d_{ij} \quad (27)$$

$$\delta W_{ik}d_{ik} + \delta W_{im}d_{im} = \delta W_{il}d_{il} \quad (28)$$

$$\delta W_{im}d_{im} + \delta W_{io}d_{io} = \delta W_{in}d_{in} \quad (29)$$

$$\delta W_{io}d_{io} + \delta W_{iq}d_{iq} = \delta W_{ip}d_{ip} \quad (30)$$

解上述带约束的线性方程组, 得出 δW_{ij} , 可得一个新的矩阵 Y' .

第三步 根据式(4a)、(4b)、(5)和(6)确定的介电率分布和导纳矩阵 Y 中的元素之间的对应关系, 求出介电率分布矢量 $\epsilon' = (\epsilon'_1, \dots, \epsilon'_M)$. 根据新的导纳矩阵 Y 及新的 C'_k ($k = 1, \dots, 66$), 算出新的跨向量 N , 求出该向量与测量向量 C 之间的均方误差, $E = \sqrt{\sum_{k=1}^{66} (N_k - C_k)^2 / 66}$, 如果 E 小于某个给定值, 则终止迭代, 否则返回第二步. 迭代终止后, 对得到的介电率分布进行二值化处理.

5 实验结果及结论

本文在实验中, 假设流体中只包含油 ($\epsilon = \epsilon_{oil}$) 和气体 ($\epsilon = \epsilon_{gas}$) 两种成份, 并令 $\epsilon_{oil} = 1$, $\epsilon_{gas} = 1/3$. 同时选择 $R_1 = 76.2\text{cm}$, $R_2 = 91.2\text{cm}$, $R_3 = 98.2\text{cm}$, 径向插入屏的宽度为 1.6mm , 插入管壁的深度为 2mm , 电极覆盖的角度 $\theta = 24^\circ$. 系统分别如图 6(a) 和 6(b) 所示划分. 图 7 给出当系统如图 6(a) 划分时五种不同的介质分布时的理想模型和用本文方法

得到的重建结果, 图 8 为系统如图 6(b) 划分时五种不同的介质分布的理想模型和重建结果, 上边的图为理想模型, 下边为重建结果. 黑色表示气体, 白色表示油.

图 7 的结果是只经过一次迭代得到的, 图 8 中的结果是经过多次迭代得到的. 从实验结果来看, 当介质划分的较粗时, 相当于未知数较少, 这时重建的结果和理想模型之间很接近, 而当介质划分的较细时, 未知数增加, 重建结果和理想模型之间的差别大于前一种情况. 图 9 给出了对图 8 中 5 种模型进行迭代的均方误差曲线, 图 9(a)、9(b)、9(c)、9(d)、9(e) 分别对应于图 8(a)、8(b)、8(c)、8(d)、8(e) 所示的模型. 从图 9 可以看出, 随着迭代次数的增加, 均方误差越来越小, 说明该算法是收敛的, 有效的. 本文将网络中电容近似为平板电容, 找到更接近于实际的电容模型, 是今后研究的重点.

参考文献

- [1] C. G. Xie, S. M. Huang, B. S. Hoyle et al. Electrical capacitance tomography for flow imaging: system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors. IEE Proceedings-G, 1992, 139(1): 89 ~ 98
- [2] B. П. 西哥尔斯基著, 张频迦、张召南译. 电子电路分析. 上海科学技术出版社, 1964
- [3] 殷忠军. 阻抗 CT 中一种新的重建方法的研究. 硕士学位论文. 武汉大学, 1993