

基于协方差控制的集中式传感器分配算法研究

周文辉, 胡卫东, 余安喜, 郁文贤

(国防科技大学电子科学与工程学院 ATR 重点实验室, 湖南长沙 410073)

摘要: 传感器管理是对一组传感器或测量设备进行自动化或半自动化控制的一种处理过程, 它实现了探测性能的优化和资源的有效利用. 该文建立了传感器管理的一般最优化模型, 研究了基于协方差控制策略的传感器分配问题, 详细讨论了其实现方法, 并给出三种基于不同矩阵度量的传感器分配算法. 仿真结果表明, 使用基于协方差控制的传感器分配算法可以进行良好的传感器管理, 节约传感器资源.

关键词: 传感器管理; 传感器分配; 多传感器系统; 协方差控制; 数据融合

中图分类号: TP391; TN95 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 12A-2158-05

A Study of Sensor Allocation Algorithm Based on Covariance Control in Centralized Multisensor Systems

ZHOU Wen-hui, HU Wei-dong, YU An-xi, YU Wen-xian

(ATR Key Lab, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: Sensor management can be described as a system or process that provides automatic or semi-automatic control of a suite of sensors or measurement devices, it improves the performance of sensing and gives an effective usage of resources. This paper presents a general optimization model of sensor management and a new method is provided which is based on covariance control and manage sensor allocation by making the actual covariance matrix close to the desired one. This paper presents an analysis of covariance control for allocating sensing resources in centralized multisensor target tracking systems. Three sensor allocation algorithms are presented based on different matrix metrics. Simulation results show that this algorithm based on covariance control can allocate sensors effectively and save much more sensor resources.

Key words: sensor management; sensor allocation; multisensor system; covariance control; data fusion

1 引言

随着传感器技术、信号处理技术和计算机技术的不断发展, 多传感器数据融合系统得到广泛应用, 在多传感器系统中, 传感器管理技术用来在跟踪性能和系统资源之间取得折衷^[1]. 使用所有的探测资源可以获得最好的状态估计, 但计算量增加了而且可分配给其他目标或探测任务的传感器资源减少了, 因此有必要对传感器资源进行管理, 这是传感器管理的基本出发点. 传感器管理系统包括传感器控制器和传感器调度器, 控制器根据某种规则对传感器进行分配, 调度器对探测任务进行优先级排序并在时间允许的情况下执行它们, 为方便研究, 通常假定调度器是一个黑盒系统, 即调度器可以根据控制器的请求无时延地调度相应的传感器采集数据.

关于多传感器分配的研究问题最先是 Nash 提出的^[2], 在文献[2]中 Nash 使用线性规划对被跟踪目标确定传感器与目标之间的分配. Schmaedeke^[4,5]使用分辨力增益作为 Nash 线性规划目标函数中传感器分配效益, 以确定传感器对目标的分

配. 为了更好地描述和解决多传感器多目标系统的资源分配问题, Mahler^[3]使用了随机集合理论. Kalandros 和 Pao^[6]从协方差控制的角度研究传感器分配问题, 即通过设置期望协方差矩阵的形式来控制传感器的分配. 本文在文献[2~6]的工作基础之上, 对基于协方差控制的传感器分配管理问题, 建立了一般的优化问题模型, 这种优化模型适用于多种传感器拓扑结构, 如集中式、分布式融合结构, 并且此模型不受限于目标函数的具体定义. 基于此优化模型, 本文对集中式多传感器跟踪系统中的传感器分配问题, 采用期望协方差矩阵的控制策略进行研究, 给出采用矩阵谱范数、绝对值求迹和奇异值分解三种矩阵度量方法的传感器分配算法, 并通过计算各种传感器组合的信息增益进行传感器分配, 实现了最优动态分配传感器的协方差控制器.

2 传感器分配问题的最优化模型

传感器管理的目的是对多传感器或多模式单传感器按照某种最优准则进行适当地管理, 以获取某种具体指标的最优

度量值, 这些指标包括检测概率、截获概率、传感器发射控制、搜索范围和速度、跟踪性能和目标指示交接等, 并以这个最优准则对传感器资源进行合理科学的分配管理。简单地讲, 传感器管理的核心就是根据某种最优准则, 确定传感器的最优工作方式和工作参数。传感器的工作方式和参数有多种选择, 如多功能相控阵雷达可以工作在搜索、跟踪和制导等不同的工作状态下, 其工作参数包括功率大小、发射信号波形形式、跟踪数据率大小、调度方式和处理技术等多个参数。

传感器管理的一般最优化模型可描述为

$$T_{\text{opt}} = \arg \min_{T_c} f(I, I_d), \text{ s. t. } T_c \subseteq T \quad (1)$$

其中 T 表示优化参数集, 它由传感器工作方式和工作参数构成; T_c 表示约束参数集, 它是 T 的子集, 在传感器工作存在某种约束时 $T_c \subset T$, 对无约束情形 $T_c = T$; T_{opt} 表示优化得到的最优参数集; I 表示某种被优化的指标, 如检测概率, 跟踪精度等; I_d 表示某种期望达到的优化指标; $f(\cdot)$ 表示指标运算的某种度量方法; $\arg \min_{T_c}$ 表示在约束参数集 T_c 上求使目标函数 f 最小的参数集。

对于涉及跟踪精度一类的传感器分配优化问题, 通常可采用基于协方差矩阵(滤波误差协方差矩阵或预测误差协方差矩阵)控制的传感器分配策略, 其基本思想是依据实际协方差矩阵与预设的期望协方差矩阵之间的差别进行传感器分配, 使实际协方差矩阵在某种意义上逼近期望协方差矩阵。因此, 传感器分配的一般最优化模型, 可具体化为下面的形式。

设有 N_s 个传感器构成基本集合 $S = \{1, 2, \dots, N_s\}$, 记集合 S 的子集全体(S 的幂集)除去空集的集为扩展集合 D , 第 i 个子集为 D_i , D_i 包含的传感器数目记为 N_i , 则集合 D 的每一个元素 D_i 描述了一种可能的传感器组合, 所有传感器组合的数目(包括单传感器)为 $2^{N_s} - 1$ 。基于协方差控制的传感器分配问题, 可以统一地描述为下面的最优化问题, 优化的目标函数为

$$\text{无约束优化: } D_{\text{opt}}(t_k) = \arg \min_D f(P(t_k), P_d(t_k)) \quad (2)$$

$$\text{有约束优化: } D_{\text{opt}}(t_k) = \arg \min_{D_c} f(P(t_k), P_d(t_k)), \quad \text{s. t. } D_c \subset D \quad (3)$$

其中 D 表示传感器扩展集合; D_c 表示约束传感器集合, 它是扩展集合 D 的子集; $P(t_k)$ 表示 t_k 时刻实际协方差矩阵; $P_d(t_k)$ 表示 t_k 时刻期望协方差矩阵; $D_{\text{opt}}(t_k)$ 表示 t_k 时刻最优的传感器分配组合, 它使用由矩阵度量 $f(\cdot)$ 构成的目标函数计算。传感器失效或必须分配某个传感器的分配管理问题, 可以使用有约束优化模型来进行传感器分配。其可行的传感器优化组合解只能是约束传感器集合 D_c 中的某个元素, 这个解可能不对应于扩展集合 D 上的全局传感器分配组合最小解。

上述传感器分配的一般最优化模型不受限于具体的传感器拓扑结构和目标状态估计的维数, 因为这种优化模型的核心是根据预先设定的期望优化指标(对于协方差控制策略为协方差矩阵)来计算传感器分配组合, 所以只要给定多传感器的拓扑结构, 就可采用某种度量函数设计出具体的传感器分配算法。下面本文以无约束集中式多传感器跟踪融合系统中

传感器分配问题为例, 基于滤波误差协方差矩阵控制策略, 讨论上述优化模型的具体求解方法。

3 集中式多传感器分配算法

3.1 集中式多传感器 Kalman 序贯算法

设目标离散化的状态方程为

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{F}(T_k) \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{G}(T_k) \mathbf{w}(t_k) \quad (4)$$

其中 $\mathbf{x}(t_k) \in \mathbb{R}^n$ 表示 t_k 时刻的目标状态向量, $\mathbf{w}(t_k) \in \mathbb{R}^r$ 是系统白噪声向量, 其协方差矩阵为 $\mathbf{Q}(t_k)$, $\mathbf{F}(T_k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是 t_k 时刻的状态转移矩阵, $\mathbf{G}(T_k) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 是 t_k 时刻的输入分布矩阵, $T_k = t_{k+1} - t_k (k = 0, 1, \dots)$ 为 t_k 时刻的采样间隔。

各传感器的量测方程为

$$\mathbf{z}(t_k) = \mathbf{H}_j \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{v}_j(t_k), j = 1, \dots, N_s \quad (5)$$

其中 $\mathbf{z}_j(t_k) \in \mathbb{R}^{m_j}$ 表示 t_k 时刻第 j 个传感器的量测向量, $\mathbf{v}_j(t_k) \in \mathbb{R}^{m_j}$ 是量测噪声, 其协方差矩阵为 $\mathbf{R}_j(t_k)$, $\mathbf{H}_j \in \mathbb{R}^{m_j \times n}$ 是观测矩阵。噪声 $\mathbf{v}_i(\cdot)$, $\mathbf{v}_j(\cdot)$ 和 $\mathbf{w}(\cdot)$ 相互之间统计独立, 且与初始状态 $\mathbf{x}(t_0)$ 无关。

对扩展集合 D 中任一传感器组合 D_i , 集中式多传感器 Kalman 序贯算法如下^[7]:

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}(t_k))^1 &= \mathbf{x}(t_k^-) + (\mathbf{K}(t_k))^1 (\mathbf{z}_1(t_k) - \mathbf{H}_1 \mathbf{x}(t_k^-)) \\ (\mathbf{x}(t_k))^K &= (\mathbf{x}(t_k))^{K-1} + (\mathbf{K}(t_k))^K (\mathbf{z}_K(t_k) - \mathbf{H}_K (\mathbf{x}(t_k))^{K-1}) \\ \mathbf{x}(t_k) &= (\mathbf{x}(t_k))^N, K \in D_i \end{aligned} \quad (6)$$

其中序贯增益为

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}(t_k))^1 &= \mathbf{P}(t_k^-) \mathbf{H}_1^T (\mathbf{R}_1(t_k) + \mathbf{H}_1 \mathbf{P}(t_k^-) \mathbf{H}_1^T)^{-1} \\ (\mathbf{K}(t_k))^K &= (\mathbf{P}(t_k))^{K-1} \mathbf{H}_K^T (\mathbf{R}_K(t_k) \\ &\quad + \mathbf{H}_K (\mathbf{P}(t_k))^{K-1} \mathbf{H}_K^T)^{-1}, K \in D_i \end{aligned} \quad (7)$$

状态估计协方差矩阵 $\mathbf{P}(t_k)$ 为

$$\begin{aligned} (\mathbf{P}(t_k))^1 &= (\mathbf{I}_n - (\mathbf{K}(t_k))^1 \mathbf{H}_1) \mathbf{P}(t_k^-) \\ (\mathbf{P}(t_k))^K &= (\mathbf{I}_n - (\mathbf{K}(t_k))^K \mathbf{H}_K) (\mathbf{P}(t_k))^{K-1} \\ \mathbf{P}(t_k) &= (\mathbf{P}(t_k))^N, K \in D_i \end{aligned} \quad (8)$$

预测值 $\mathbf{x}(t_k^-)$ 和预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}(t_k^-)$ 分别为

$$\mathbf{x}(t_k^-) = \mathbf{F}(T_{k-1}) \mathbf{x}(t_{k-1}) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t_k^-) &= \mathbf{F}(T_{k-1}) \mathbf{P}(t_{k-1}) \mathbf{F}^T(T_{k-1}) \\ &\quad + \mathbf{G}(T_{k-1}) \mathbf{Q}(T_{k-1}) \mathbf{G}^T(T_{k-1}) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $(\cdot)^k$ 表示经过了 K 个传感器处理。

滤波协方差矩阵的另一个计算公式为^[8]

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t_k) &= [\mathbf{P}^{-1}(t_k^-) + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}(t_k) \mathbf{H}]^{-1} \\ &= [\mathbf{P}^{-1}(t_k^-) + \sum_{j \in D_i} \mathbf{H}_j^T \mathbf{R}_j^{-1}(t_k) \mathbf{H}_j]^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

定义传感器信息增益为

$$\mathbf{J}_i = \sum_{j \in D_i} \mathbf{H}_j^T \mathbf{R}_j^{-1} \mathbf{H}_j, i = 1, \dots, 2^{N_s} - 1 \quad (12)$$

其中 \mathbf{J}_i 表示集合 D 第 i 个子集 D_i 对应的传感器组合所带来的信息增益。

3.2 传感器分配算法

从式(11)可以看出: 对于不同的传感器组合, 实际协方差

矩阵 $P(t_k)$ 的计算值会不同, 这样就可以通过式(12)计算出不同的传感器组合对应的信息增益, 然后使用此增益来控制实际协方差矩阵 $P(t_k)$ 的变化, 使它在某种矩阵度量意义下最接近期望协方差矩阵 $P_d(t_k)$. 使实际协方差矩阵最接近期望协方差矩阵所对应的传感器组合即为最优的传感器组合并以此进行传感器分配.

由此得到传感器分配算法如下:

Step 1 根据式(10)计算 t_k 时刻的预测协方差矩阵 $P(t_k^-)$;

Step 2 初始化 $i = 1$;

Step 3 选择第 i 种传感器组合 D_i ;

Step 4 根据式(12)计算传感器组合 D_i 对应的信息增益 J_i ;

Step 5 根据式(11)计算时刻传感器组合 D_i 对应的滤波协方差矩阵 $P_i(t_k)$;

Step 6 根据某种矩阵度量 $f(\cdot, \cdot)$ 计算目标函数 $f(P_i(t_k), P_d(t_k))$;

Step 7 $i = i + 1$, 回到 Step 3 循环, 直到 $i = 2^N - 1$;

Step 8 选出使目标函数 $f(P_i(t_k), P_d(t_k))$ 最小的传感器组合进行分配, 算法结束.

下面讨论三种适用于此传感器分配算法的矩阵度量.

4 矩阵度量

比较两个矩阵的差异性有多种度量方法, 如矩阵的 2-范数、列范数、行范数、Frobenius 范数、矩阵的迹、行列式、相对熵和矩阵的奇异值分解等等. 每一种度量方法都可以考虑用来对滤波协方差矩阵进行控制, 本文主要对三种度量方法进行分析.

定义 1 集合 $X = \mathbb{R}^{n \times n}$ 是数域 \mathbb{R} 上的线性空间, 映射 $f: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$, $\forall A, B \in X$, 若 f 满足:

(1) 非负性: $f(A, B) \geq 0$, 且 $f(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$;

(2) 对称性: $f(A, B) = f(B, A)$;

则称 f 是 X 上的一个矩阵度量. 矩阵度量并不要求三角不等式关系成立, 所以这里定义的矩阵度量并不等价于距离空间中定义的距离, 矩阵度量比距离的约束条件要宽, 如果 ρ 是矩阵空间 X 上的一个距离, 则它肯定可以作为一种矩阵度量, 反之则不然. 因此, 不同的矩阵范数可直接用来作为矩阵度量, 下面给出四种具体的矩阵度量.

考虑协方差矩阵的对称非负定性, 可设 $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A = A^T \geq 0$ 和 $B = B^T \geq 0$, 定义这两个矩阵的差为 $M = [m_{ij}]$, 其中

$$M = A - B \quad (13)$$

则 $M = M^T$. 由于矩阵 A, B 都是 Hermite 矩阵, 则它们的奇异值分解可表示为(*表示共轭转置)

$$A = U_A \Sigma_A U_A^*, B = U_B \Sigma_B U_B^* \quad (14)$$

其中 U_A, U_B 是酉矩阵, Σ_A, Σ_B 分别是由矩阵 A, B 的奇异值按递减顺序排列组成的对角矩阵, 对应的奇异值向量(由奇异值构成的列向量)分别定义为

$$S_A = [\sigma_1(A), \dots, \sigma_n(A)]^T \in \mathbb{R}^n \quad (15)$$

$$S_B = [\sigma_1(B), \dots, \sigma_n(B)]^T \in \mathbb{R}^n \quad (16)$$

定义绝对值符号为 $|\cdot|$, 行列式运算符为 $\det(\cdot)$, 矩阵迹运算符为 $\text{tr}(\cdot)$.

各种矩阵度量具体定义如下:

M1: 谱范数(2-范数)

$$f(A, B) = \|M\|_2 = \sigma_1(M) \quad (17)$$

其中 σ_1 表示矩阵 M 的最大奇异值.

M2: 绝对值求迹度量

$$f(A, B) = \text{tr}(|m|) = \sum_{i=1}^n |m_{ii}| \quad (18)$$

M3: 奇异值分解度量

$$f(A, B) = \frac{n - \text{tr}(|U_A U_B^*|)}{n} + \|S_A - S_B\|_2 \quad (19)$$

奇异值分解度量综合考虑了酉矩阵和奇异值的影响, 这种度量具有如下性质(证明参见附录):

(1) $f(A, B) \geq 0$, 且 $f(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$;

(2) $f(\alpha A, \alpha B) = \frac{n - \text{tr}(|U_A U_B^*|)}{n} + |\alpha| \cdot \|S_A - S_B\|_2$, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$;

(3) $f(A, B) = f(B, A)$.

5 性能评估与仿真分析

5.1 指标定义

(1) 传感器不确定性椭球体

由于量测协方差矩阵是对称和正定的, 所以传感器观测的不确定性可以用几何方式来进行描述. 任给对称矩阵 P , 定义与 M 维方阵 P 对应的不确定性椭球体为

$$\text{ellipsoid}(P) = \{x | x^T P^{-1} x \leq 1, x \in \mathbb{R}^M\} \quad (20)$$

对于平面运动目标 $M = 2$, 量测协方差矩阵的不确定性可以使用椭圆来进行描述, 椭圆越小量测精度越高.

(2) 传感器平均分配率

$$\eta = \frac{1}{NN_s} \sum_{k=1}^N N_k \quad (21)$$

其中 N_k 表示第 k 次分配的传感器数目, N_s 为基本传感器数目, N 表示总分配次数.

5.2 仿真结果

下面以一个在平面内做匀速运动的目标为例来验证上述传感器分配算法, 对多个传感器的量测数据使用集中式序贯 Kalman 滤波器进行跟踪处理. 目标的状态向量记为 $[x \ y \ \ddot{x} \ \ddot{y}]^T$, 两个坐标轴方向上的加速度为相互独立的零均值白噪声, 且有相同的标准差 0.5 m/s^2 , 目标沿 x 轴方向以 426 m/s 的初始速度运动, 设各传感器同步采样, 周期为 1 s .

仿真中设计了 8 个传感器, 每个传感器测量目标的位置坐标 (x, y) . 其中传感器 S1、S2 在 y 方向上的测量精度高; 传感器 S3、S4 在 x 方向上的测量精度高; 传感器 S5 同 S1、S2, 但精度稍低; 传感器 S6 同 S3、S4, 同样精度稍低; 传感器 S7、S8 在两个方向上精度都较低; 相关系数反映了两个坐标之间噪声的相关程度. 这 8 个传感器量测噪声参数的详细设置

参见表 1, 各个传感器对应的不确定性椭圆参见图 1.

表 1 各传感器量测噪声参数(标准差: 米)

传感器编号	x 方向标准差	y 方向标准差	相关系数
S1	21.1	8.2	0.82
S2	20.3	9.1	-0.74
S3	8.22	20.3	0.78
S4	9.23	20.9	-0.61
S5	31.6	18.1	-0.65
S6	19.1	30.1	0.74
S7	42.1	43.1	0.87
S8	41.4	43.7	-0.94

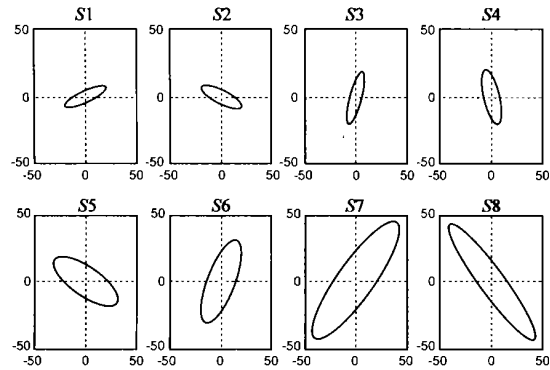


图 1 各个传感器对应的不确定性椭圆

初始期望协方差矩阵设置为一对角矩阵, 其特征值为 $[25, 1, 4, 25, 1, 4]$, 在第 51 次扫描时, 期望协方差矩阵的特征值降低到 $[7, 0.8, 7, 0.8]$. 图 2 是三种矩阵度量方法在不同采样时间分配的传感器数目变化情况, 从图中可以看到, 由于在第 51 次扫描时, 期望协方差矩阵的精度突然提高, 导致三种矩阵度量的分配数目都上升到 8, 当实际协方差矩阵逼近期望值后, 传感器分配数目会动态地调整下来, 下降幅度最大的是绝对值求迹度量. 根据式 (21) 可以得到, 2-范数度量、绝对值求迹度量和奇异值分解度量的平均传感器分配率 η 分别是: 56.38%、50.88% 和 55%.

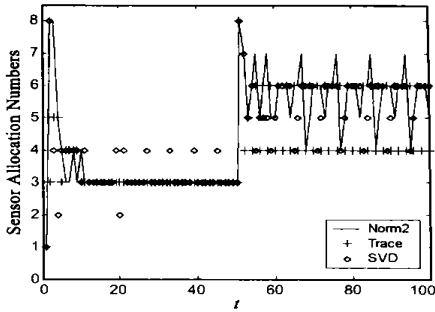


图 2 三种矩阵度量对应的传感顺分配数目与扫描次数的关系

图 3 给出了三种矩阵度量情况下, 实际滤波协方差矩阵对角线元素随扫描次数的变化情况, 其中 P_{11} , P_{22} , P_{33} 和 P_{44} 分别表示 x, y, vx, vy 的方差. 从图中可以看到, 三种矩阵度量对协方差的控制基本上都达到了要求, 以 P_{11} 为例, 随着扫描次数的增加, 第一段的 P_{11} 逐渐逼近到设置的方差期望值 25, 第 51 次扫描后逐渐逼近到期望值 7, 两段的协方差都基本达到了期望的协方差水平. 综合比较而言, 绝对值求迹度量的协方差控制能力要优于其它两种度量, 这是因为期望协方差矩阵设置成对角阵形式的缘故.

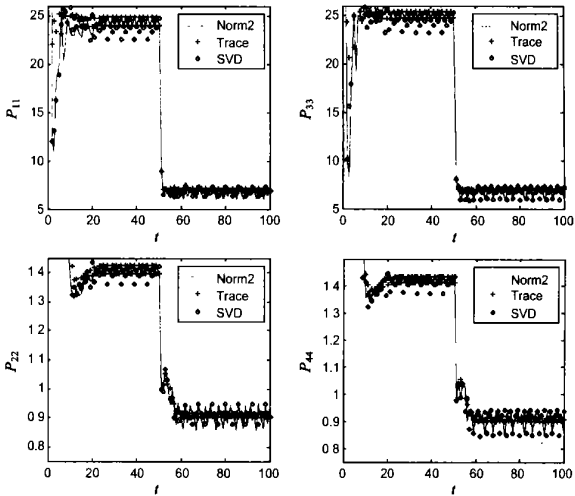


图 3 三种矩阵度量对实际协方差矩阵的控制效果

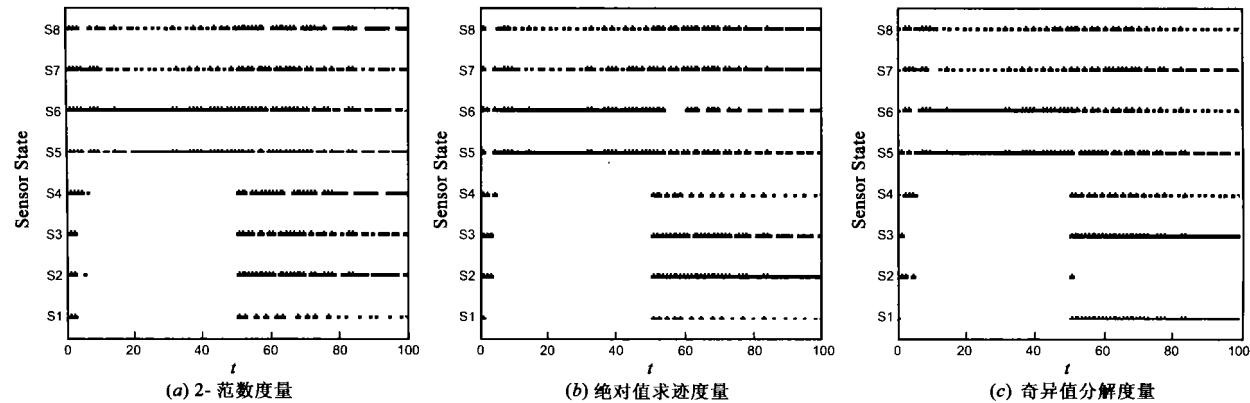


图 4 三种矩阵度量对应的传感器分配情况

图 4 分别给出三种矩阵度量下, 各传感器的分配情况与扫描次数的关系, 图中用点符号表示该传感器被分配。从图中可以看到, 当期望协方差水平不高时, S_1 、 S_2 、 S_3 和 S_4 这 4 个高精度传感器的使用率并不高, 过了第 51 次扫描之后, 这 4 个传感器的使用率明显上升。这就表明, 本文提出的传感器分配算法可以依据期望协方差水平的变化而动态、合理地分配传感器资源。

6 结论

本文对传感器管理的优化模型进行了统一描述, 对基于协方差控制策略的传感器分配问题, 建立了无约束和有约束最优化传感器分配管理模型, 这两种优化模型不受限于多传感器的拓扑结构和具体的矩阵度量方法。采用三种不同的矩阵度量方法, 实现了无约束集中式多传感器跟踪系统的传感器分配算法, 传感器分配的目标是使滤波协方差矩阵在目标跟踪过程中逼近期望协方差矩阵。仿真结果表明, 使用基于协方差控制的传感器分配策略, 在满足期望的跟踪精度要求的前提下, 分配的传感器数目大大低于总的传感器数目, 因此剩余的传感器资源可用于跟踪更多的目标, 这证明基于协方差控制的传感器分配算法是一种有效的传感器分配算法。这种传感器分配算法的分配率在一定程度上依赖于所选择的矩阵度量方法, 应当根据实际情况选择合适的度量方法, 才能达到最佳的传感器分配效果。关于不同矩阵度量方法对传感器分配方案的影响是下一阶段需要重点研究的内容。

附录 奇异值分解度量性质的证明

证明 记 $h(S_A, S_B) = \|S_A - S_B\|_2$, $g(U_A, U_B) = n - \text{tr}(|U_A U_A^*|)/n$, 则有 $h(S_A, S_B) \geq 0$, 并且 $h(S_A, S_B) = 0 \Leftrightarrow S_A = S_B$ 。设酉矩阵 $U_A = [u_{a1}, \dots, u_{an}]$ 和 $U_B = [u_{b1}, \dots, u_{bn}]$, 使用 Cauchy-Schwarz 不等式, 有

$$|u_{ai} u_{bi}^*| \leq \|u_{ai}\| \cdot \|u_{bi}\| = 1, i = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

所以可以得到

$$\text{tr}(|U_A U_B^*|) = \sum_{i=1}^n |u_{ai} u_{bi}^*| \leq \sum_{i=1}^n \|u_{ai}\| \cdot \|u_{bi}\| = n \quad (23)$$

等号仅当 u_{ai} 和 u_{bi} 线性相关时成立, 这就证明了 $f(A, B) = g(U_A, U_B) + h(S_A, S_B) \geq 0$ 当且仅当 $A = B$ 时取零值, 性质一得证。

对性质 2, 根据奇异值分解的性质, $g(U_A, U_B)$ 对于矩阵 A 和 B 的尺度变化是不变的, 另根据范数的齐次性, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, 有 $h(\alpha S_A, \alpha S_B) = |\alpha| h(S_A, S_B)$ 成立, 这就证明了性质 2。

由于 $\text{tr}(|U_A U_B^*|) = \text{tr}(|U_B U_A^*|)$ 和 $\|S_A - S_B\|_2 = \|S_B - S_A\|_2$ 成立, 所以性质 3 得证。

参考文献:

- [1] R Popoli. The Sensor Management Imperative. Multitarget-Multisensor Tracking: Applications and Advances [M]. Bar-Shalom, ed. Vol. II, MA: Artech House, Boston, 1992.
- [2] J M Nash. Optimal allocation of tracking resources [A]. Proc. IEEE Conf. on Decision and Control [C]. New Orleans, LA, U. S. A 1977, 1, 1177- 1180.
- [3] R Mahler. The random set approach to data fusion [A]. Proc. SPIE [C]. Orlando, FL, USA, 1994. 2234. 287- 295.
- [4] W Schmaedeke. Information-based sensor management [A]. SPIE Proceedings [C]. Orlando, FL, USA: Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition II, 1993. 1955. 156- 164.
- [5] W Schmaedeke, K Kastella. Information based sensor management and IMMKF [A]. Signal and Data Processing of Small Targets 1998 [C]. Orlando, FL, USA: Proc. SPIE, 1998. 3373. 390- 401.
- [6] M Kalandros, L Y Pao. Controlling target estimate covariance in centralized multisensor systems [A]. Proc. American Control Conf. [C]. Philadelphia, PA, USA, 1998. 2749- 2753.
- [7] D Willner, C B Chang, K P Dunn. Kalman filter algorithms for a multi-sensor system [A]. Proc. IEEE Conference on Decision and Control [C]. USA: IEEE, 1976. 570- 574.
- [8] Y Bar-Shalom, X R Li. Estimation and Tracking: Principles, Techniques and Software [M]. Dedham, MA: Artech House, 1993.

作者简介:



周文辉 男, 1975 年 9 月生于陕西省, 国防科技大学博士研究生, 主要研究方向为信息融合和传感器管理。

胡卫东 男, 1967 年生于辽宁省, 1994 年和 1997 年在国防科技大学分别获得工学硕士和博士学位, 现在该校任副教授, 主要研究方向为雷达目标识别和信息融合。

余安喜 男, 1978 年生于河南省, 国防科技大学博士研究生, 主要研究方向为信息融合和多目标跟踪。

郁文贤 男, 1964 年生于上海市, 教授、博士生导师, 主要从事智能信息处理、雷达目标识别、信息融合和神经网络等方面的研究工作, 在国内外学术刊物上已发表论文近百篇。