

极化敏感阵列信号检测:部分极化情形

徐振海,王雪松,肖顺平,庄钊文

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘 要: 首次深入研究了基于极化敏感阵列的部分极化信号检测问题.建立了部分极化信号检测模型;在高斯分布假设条件下,利用矩阵特征分解求得似然比统计检验量,并给出了最优检测器的结构框图;推导求得统计检验量的概率密度函数,根据 N-P 准则求得检测器的检测性能;进一步利用上述理论结果分析了结构噪声背景下检测器的检测性能,分析了信号极化度、干扰强度、干扰极化度以及干扰到达角等因素对检测器检测性能的影响.

关键词: 极化敏感阵列;信号检测;部分极化;性能分析

中图分类号: TN820 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-0938-04

Partially Polarized Signal Detection Using Polarization Sensitive Array

XU Zhen-hai, WANG Xue-song, XIAO Shun-ping, ZHUANG Zhao-wen

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: The partially polarized signal detection is investigated for the first time based on the polarization sensitive array. The signal detection is modeled by the binary hypothesis test. Under Gaussian distribution, the likelihood ratio is obtained by exploiting the matrix eigendecomposition. The detecting scheme is presented according to the statistical test. The probability distribution function is acquired under the null hypothesis and the alternative hypothesis respectively. According to the Neyman-Pearson rule, the probability of detection is calculated at a certain probability of alarm. Furthermore, especially, the detection performance is analyzed under structured noise. How the factors affect the detection performance is drawn from a series of numerical examples, such as the polarization degree of signal, the Interference to Noise Ratio, the polarization degree of interference and the arrival angle of interference.

Key words: polarization sensitive array; signal detection; partially polarized; performance analysis

1 引言

极化敏感阵列就是将极化敏感阵元按一定方式在空间放置所构成的阵列.利用极化敏感阵元获取电磁波的极化信息,极化信息表现为阵元正交通道之间的相关特性;利用其空间布阵方式获取空间信息,空间信息表现为相邻阵元之间空间相位延迟.极化敏感阵列信号检测不同于普通阵列信号的检测问题^[2,3],普通阵列只能敏感到信号的强度信息.极化敏感阵列信号检测问题不同于信号滤波和信号参量估计问题,信号的检测问题通常是在色噪声背景下对可能存在信号的空间方向进行观测,根据接收的数据判断信号的有无.在信号的检测实际上暗含了如下假定:待检测信号的空间到达角已知,然而待检测信号的极化信息是不确定的.当信号为完全极化波时,信号的极化状态矢量为未知的确定量;当信号为部分极化波时,信号的极化状态为二维随机量^[1].

关于极化敏感阵列信号处理问题,国外进行了大量的关

于信号到达角和极化状态联合估计的研究,A J Weiss, Arye Nehorai, K T Wong, Li Jian 等分别作了大量的别具特色的研究.然而关于极化敏感阵列的信号检测问题的研究,国内外报道的相对较少,相关的研究也不多,文献[4]提出了在极化空时联合域检测目标的思想,研究了目标回波极化参量未知情况下的目标检测问题.文献[5]利用子空间检测的思想,研究了矢量传感器阵列的检测问题.到目前为止国内外尚未见关于部分极化信号的检测报道,本文将针对部分极化信号的检测问题进行探讨研究.

2 部分极化信号检测模型

部分极化波条件下,待检测信号接收矢量 s 可以写为接收极化信号矢量和空间信号矢量的 Kronecker 积的形式:

$$s = s_p \otimes s_g \quad (1)$$

其中: s_g 为信号空间导向矢量,是信号到达角的函数,为确定量.接收信号极化矢量信号 s_p 在部分极化条件下可以看作是

二维的随机向量过程,服从零均值复高斯分布,协方差矩阵为 $C_S = E\{s_P s_P^H\}$. 将信号向量的 Kronecker 积的形式写为矩阵和向量乘积的形式如下:

$$s = \begin{bmatrix} s_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & s_S \end{bmatrix} s_P = S s_P \quad (2)$$

极化敏感阵列接收矢量为 x , 接收噪声矢量为 n , 则噪声中部分极化信号检测问题可以表述为以下二元假设检验问题:

$$\begin{cases} H_1: x = S s_P + n \\ H_0: x = n \end{cases} \quad (3)$$

观测噪声矢量 n 为零均值复高斯噪声, 即噪声协方差矩阵 $R_0 = E\{nn^H\}$, 为满秩的 Hermitian 矩阵.

3 部分极化信号检测器

在 H_0 的假设条件下, 观测矢量服从零均值复高斯分布, 协方差矩阵为 R_0 , 其概率分布可以写为:

$$p_0(x|H_0) = \frac{1}{N! |R_0|} \exp\left\{-x^H R_0^{-1} x\right\} \quad (4)$$

在 H_1 的假设条件下, 由于信号与噪声独立, 协方差矩阵为噪声协方差矩阵和信号协方差矩阵之和:

$$R_1 = R_0 + R_S = R_0 + S C_S S^H \quad (5)$$

其中: $R_S = S C_S S^H$ 为部分极化信号的阵列协方差矩阵, 显然该矩阵的秩为 2, 观测矢量仍然服从零均值复高斯分布, 此时观测矢量的概率分布可以写为:

$$p_1(x|H_1) = \frac{1}{N! |R_1|} \exp\left\{-x^H R_1^{-1} x\right\} \quad (6)$$

因此, 似然比为:

$$\Lambda(x) = \frac{p_1(x|H_1)}{p_0(x|H_0)} = \frac{|R_0|}{|R_1|} \exp\left\{x^H (R_0^{-1} - R_1^{-1}) x\right\} \quad (7)$$

将上式求对数, 并忽略常数项, 得到统计检验量为:

$$Y = x^H \{R_0^{-1} - R_1^{-1}\} x \quad (8)$$

根据部分极化波的分解, 可以将部分极化信号的阵列协方差矩阵进行如下特征分解为:

$$R_S = N_{s1} s_1 s_1^H + N_{s2} s_2 s_2^H \quad (9)$$

其中: s_1 和 s_2 分别为主、次极化信号的信号导向矢量, 并且 $s_2^H s_1 = 0$, $s_1^H s_1 = s_2^H s_2 = 1$, 即 s_1 和 s_2 构成 $2N$ 维复空间 C^{2N} 中的标准正交基, 不妨对 R_0 进行如下特征分解:

$$R_0 = \sum_{i=1}^{2N} \lambda_i s_i s_i^H + \sum_{i=3}^{2N} i s_i s_i^H \quad (10)$$

则其逆矩阵容易得到:

$$R_0^{-1} = \frac{1}{\lambda_1} s_1 s_1^H + \frac{1}{\lambda_2} s_2 s_2^H + \sum_{i=3}^{2N} \frac{1}{i} s_i s_i^H \quad (11)$$

根据 R_0 的特征分解, 容易得到 R_1 的特征分解如下:

$$R_1 = (\lambda_1 + N_{s1}) s_1 s_1^H + (\lambda_2 + N_{s2}) s_2 s_2^H + \sum_{i=3}^{2N} i s_i s_i^H \quad (12)$$

根据上式, R_1 的逆也可以容易得出:

$$R_1^{-1} = \frac{1}{\lambda_1 + N_{s1}} s_1 s_1^H + \frac{1}{\lambda_2 + N_{s2}} s_2 s_2^H + \sum_{i=3}^{2N} \frac{1}{i} s_i s_i^H \quad (13)$$

因此:

$$R_0^{-1} - R_1^{-1} = \frac{N_{s1}}{\lambda_1(1 + N_{s1})} s_1 s_1^H + \frac{N_{s2}}{\lambda_2(1 + N_{s2})} s_2 s_2^H \quad (14)$$

特别地, $s_1 = s_1^H R_0 s_1$ 和 $s_2 = s_2^H R_0 s_2$ 分别为特征向量 s_1 和 s_2 对应的特征值. 将式 (14) 代入式 (8) 可得最终的统计检验量为:

$$Y = \frac{1}{\lambda_1(1 + N_{s1})} |x, s_1|^2 + \frac{2}{\lambda_2(1 + N_{s2})} |x, s_2|^2 = w_1 P_{s1} x^2 + w_2 P_{s2} x^2 \quad (15)$$

其中: $\lambda_1 = \frac{N_{s1}}{1}$, $\lambda_2 = \frac{N_{s2}}{2}$, $w_1 = \frac{1}{\lambda_1(1 + N_{s1})}$, $w_2 = \frac{2}{\lambda_2(1 + N_{s2})}$.

$P_{s1} = s_1 s_1^H$ 和 $P_{s2} = s_2 s_2^H$ 分别为到一维子空间 s_1 和 s_2 的投影矩阵.

根据式 (15) 可以得到部分极化信号检测器的结构, 也即最佳检测系统结构如图 1 所示.

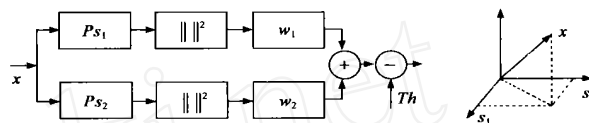


图 1 部分极化信号最佳检测系统结构

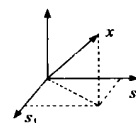


图 2 检验统计量几何解释

检验统计量也可以从线性空间进行几何解释. 如图 2 所示, 首先将观测矢量 x 分别在主、次信号矢量 s_1 和 s_2 分别构成的子空间 s_1 和 s_2 上投影, 其投影长度的平方 $P_{s1} x^2$ 和 $P_{s2} x^2$ 再分别以 w_1 和 w_2 加权并求和得到最终的统计检验量. 该检测器与主、次信号矢量 s_1 和 s_2 张成子空间的正交补空间 s_1^\perp, s_2^\perp 无关.

检验统计量也可以从物理概念进行解释, 极化敏感阵列分别以 s_1 和 s_2 为接收矢量对信号进行接收, 接收能量加权求和, 得到最终的检验统计量, 该检测器属于信号匹配“能量型”检测器. 在 H_0 和 H_1 的假设条件下, 观测矢量的统计均值都为零向量, 只不过当有信号时“协方差”变大了, 而没有所谓的“中心偏移”, 因此该检测器主要依靠接收矢量的“协方差”进行检测, 属于“协方差型”检测器, 该检测器比那种利用“中心偏移”检测器需要的信噪比数值大一些, 实际上这两种条件下信噪比的定义也有所不同.

4 检测器性能分析

观测矢量 x 服从复高斯分布, 复高斯分布向量的线性变换仍然服从复高斯分布, 所以 x, s_1, x, s_2 服从复高斯分布, 并且均值为零. 那么 $|x, s_1|^2$ 和 $|x, s_2|^2$ 服从自由度为 2 的 χ^2 分布, 即指数分布, 指数分布由其数学期望决定, 只要求得其数学期望, 其概率分布即可求得. 并且由于 s_1 和 s_2 正交, 所以 $|x, s_1|^2$ 和 $|x, s_2|^2$ 统计独立. 令 $Y_1 = \frac{1}{\lambda_1(1 + N_{s1})} |x, s_1|^2$, $Y_2 = \frac{2}{\lambda_2(1 + N_{s2})} |x, s_2|^2$, 则 $Y = Y_1 + Y_2$, 先分别求得 Y_1 和 Y_2 的分布, 然后再求 Y 的分布. 下面直接给出在 H_0 和 H_1 条件下统计检验量的概率分布:

$$p_Y(y|H_0) = \frac{k_1 k_2}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 y} - e^{-k_2 y}), \quad y \geq 0 \quad (16)$$

$$\text{其中: } k_1 = \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \right)^{-1} = 1 + \frac{1}{2}, \quad k_2 = 1 + \frac{1}{2}.$$

$$p_Y(y|H_1) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \left(e^{-y/2} - e^{-y} \right), \quad y \geq 0 \quad (17)$$

在雷达领域通常采用 N-P 准则,即在虚警概率恒定条件下,使得检测概率最大,具体方法是,固定虚警概率 P_f ,求得检测门限 T_h ,然后根据检测门限 T_h 求得检测概率 P_d . 根据式 (16) 可得:

$$P_f = \int_{T_h}^{\infty} p_Y(y|H_0) dy = \frac{k_2 e^{-k_1 T_h} - k_1 e^{-k_2 T_h}}{k_2 - k_1} \quad (18)$$

在给定虚警概率 P_f 的条件下,根据上式可以求得检测门限,该非线性方程可以用迭代的方法求得 T_h . 根据式 (17) 可得检测概率为:

$$P_d = \int_{T_h}^{\infty} p_Y(y|H_1) dy = \frac{1 - e^{-T_h/2} - 2e^{-T_h}}{1 - \frac{1}{2}} \quad (19)$$

参数 $\gamma_1 = \frac{N_{s1}}{1}$ 和 $\gamma_2 = \frac{N_{s2}}{2}$ 反映了信噪比 SNR 的大小,可以看出,信号强度体现为部分极化信号的主、次信号矢量的特征值,噪声强度仅体现为噪声协方差矩阵对应于信号主、次信号矢量 s_1 和 s_2 的特征值,与其余的 $2N - 2$ 个特征值无关.

5 结构噪声背景下的信号检测性能

前面研究的噪声为广义的色噪声,其协方差矩阵只要是满秩 Hermitian 矩阵即可. 所谓的结构噪声是指,接收机热噪声加欠秩的干扰噪声情形,在雷达和通信领域比较常见而且重要,白噪声的协方差矩阵为单位矩阵,结构噪声的协方差矩阵为单位矩阵加干扰的欠秩协方差矩阵,特别地在单个干扰源的条件下,干扰协方差矩阵的秩为 2. 结构噪声是上述问题的特例情况,其检测器和检测性能均相当于上述结果的具体情况. 在单干扰结构噪声下:

$$R_0 = \sigma^2 E_{2N} + R_I \quad (20)$$

其中: E_{2N} 为 $2N$ 维单位矩阵,干扰的协方差矩阵可以进行如下特征分解:

$$R_I = N_{i1} i_1 i_1^H + N_{i2} i_2 i_2^H \quad (21)$$

其中: n_1 和 n_2 为部分极化干扰信号的两个特征值, i_1 和 i_2 对应于这两个特征值的特征矢量,根据前面部分极化波分解的思想,这两个矢量也分别称为主、次干扰信号矢量,它们模长为 1,并且正交. 因此可以求得上述参量的具体表达式.

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} + N_{i1} |s_1, i_1|^2 + N_{i2} |s_1, i_2|^2 \quad (22)$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2} + N_{i1} |s_2, i_1|^2 + N_{i2} |s_2, i_2|^2 \quad (23)$$

不加证明的给出如下关系式:

$$|s_1, i_1|^2 = |s_2, i_2|^2 = M_S |u|^2 \quad (24)$$

$$|s_1, i_2|^2 = |s_2, i_1|^2 = M_S |v|^2 \quad (25)$$

$$|u|^2 + |v|^2 = 1 \quad (26)$$

其中: $M_S = |s_s, i_s|^2$ 为信号与干扰的空间匹配系数, $M_P = |u|^2$ 为信号主极化矢量与干扰主极化矢量之间的匹配系数. 所以式 (22)、(23) 可以重写为:

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} + M_S (N_{i1} |u|^2 + N_{i2} |v|^2) \quad (27)$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2} + M_S (N_{i1} |v|^2 + N_{i2} |u|^2) \quad (28)$$

所以可以得到如下关系式:

$$\gamma_1 = \frac{N_{s1}}{1} = \frac{q_1}{1 + M_S (g_1 |u|^2 + g_2 |v|^2)} \quad (29)$$

同样可得:

$$\gamma_2 = \frac{q_2}{1 + M_S (g_1 |v|^2 + g_2 |u|^2)} \quad (30)$$

其中: $q_1 = \frac{N_{s1}}{2}$ 和 $q_2 = \frac{N_{s2}}{2}$ 分别为阵列主、次信号噪声比, $g_1 = \frac{N_{i1}}{2}$ 和 $g_2 = \frac{N_{i2}}{2}$ 分别为阵列主、次干扰噪声比.

检测器的性能与多种因素有关,特别是在结构噪声背景下,它与虚警概率、信号极化度、干扰强度、干扰极化度、干扰到达角以及信号与干扰主极化矢量的极化匹配系数等因素有关. 本节通过具体算例来研究与各种因素之间的关系. 由于相关的因素较多,在考察与某一因素的关系时固定了其它的因素,相当于检测性能在某一因素维方向的切片. 基本参数设置如下:阵元数为: $N = 8$,虚警概率为: $P_f = 1e - 4$,信号到达角: $\theta_s = 5^\circ$,信号极化度: $D_s = 0.5$,干扰强度: $\text{INR} = 15\text{dB}$,干扰极化度: $D_I = 0.3$,干扰到达角: $\theta_I = 10^\circ$,信号与干扰主极化匹配系数: $M_P = 0.7$. 在考察某一因素时,其它因素为上述默认值. 检测性能曲线见图 3~6.

5.1 检测性能与信号极化度的关系

研究信号极化度对检测性能的影响,比较三种情况,信号极化度分别为:

$D_s = 0.1, D_s = 0.5, D_s = 0.9$,检测性能曲线见图 3.

可以看出:信号的极化度对检测器检测性能总体影响不大,检测性能仅在高信噪比区域 $\text{SNR} \geq 20\text{dB}$ 才

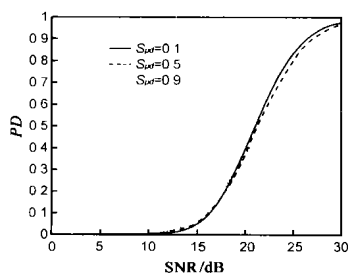


图 3 不同信号极化度条件下检测性能曲线

有些差异,在相同信噪比条件下,极化度较高对应的检测概率较低. 因为信号极化度决定主、次极化的能量分配,也决定了参数 γ_1 和 γ_2 的比值,在能量一定的条件下 γ_1 和 γ_2 相等时检测概率最大,也就是完全未极化时检测概率最大.

5.2 检测性能与干扰强度的关系

研究干扰强度对检测器性能的影响,比较三种情况,干扰强度分别为:

$\text{INR} = 10\text{dB}, \text{INR} = 15\text{dB}, \text{INR} = 20\text{dB}$,检测性能曲线

见图 4. 可以看出:在相同的信噪比条件下,随着干扰强度的增加,检测概率下降,这是符合一般规律的. 这三种情况下,需要的信

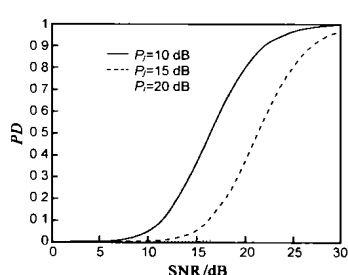


图 4 不同干扰强度条件下检测性能曲线

噪比相差大约 5dB,刚好是干噪比的差别。

5.3 检测性能与干扰极化度的关系

研究干扰极化度对检测器性能的影响,比较两种情况,干扰极化度分别为: $D_I = 0$, $D_I = 1$, 检测性能曲线见图 5。可以看出,在两种极端条件下,即完全未极化和完全极化,检测性能非常接近,因此干扰极化度对检测性能影响不大。因为检测性能主要取决于进入接收机的干扰总能量,而干扰极化度仅决定了主、次干扰能量的比,所以检测性能与干扰极化度无关。

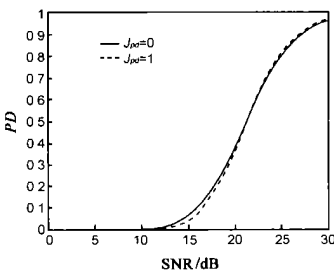


图 5 不同干扰极化度条件下检测性能曲线

5.4 检测性能与干扰到达角的关系

研究干扰到达角对检测器性能的影响,比较四种情况,干扰到达角分别为: $\theta_I = 15^\circ$, $\theta_I = 10^\circ$, $\theta_I = 5^\circ$, $\theta_I = 2^\circ$, 检测性能曲线见图 6。可以看出:干扰到达角对检测器性能影响比较大,干扰到达角越接近信号到达角,检测器性能越差。因为到达角越接近,进入系统的干扰功率越多,造成信噪比越低,因此检测概率也越低。

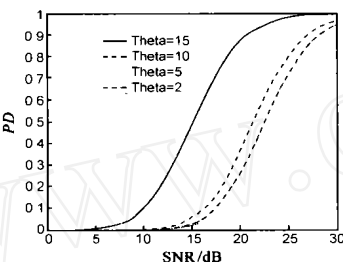


图 6 不同干扰到达角条件下检测性能曲线

6 结束语

首次深入研究了基于极化敏感阵列的部分极化信号检测问题。在高斯分布假设条件下,利用矩阵特征分解求得似然比统计检验量;根据 N-P 准则求得检测器的检测性能;进一步利用上述理论和方法分析了结构噪声背景下检测器的检测性能,通过具体算例比较得到了信号极化度、干扰强度、干扰极化度以及干扰到达角等因素对检测器检测性能的影响。需要强调的是,在干扰背景下的信号检测问题中,干扰和信号到达角之间的距离强烈影响着检测器的性能,当干扰和信号空间距离较小时,检测性能急剧下降,这是因为进入接收机的干扰

能量较多,信噪比较低的原因。信号和干扰的极化度对检测性能影响较小。本文的研究对极化敏感阵列的设计提供理论指导,从理论上解决了极化敏感阵列在雷达或通信领域的实际应用的问题。

参考文献:

- [1] 庄钊文,肖顺平,王雪松. 雷达极化信息处理及应用[M]. 北京:国防工业出版社,1999. 1
- [2] E J Kelly. An adaptive detection algorithm[J]. IEEE Trans, 1986, AES-22(1):115 - 127.
- [3] Frank C Robey, Daniel R. Fuhrmann, Edward J. Kelly, Ramon Nitzberg. A CFAR adaptive matched filter detector[J]. IEEE Trans, 1992, AES-28(1):208 - 216.
- [4] Hyung-Rae Park, Jian Li, Hong Wang. Polarization-space-time domain generalized likelihood ratio detection of radar targets[J]. Signal Processing, 1995, 41:153 - 164.
- [5] Keith A Burgess, Barry D Van Veen. Subspace CLRT for vector sensor array detection[A]. IEEE Conference on ASSP[C]. US: IEEE, 1994. 253 - 256.
- [6] R S Raghavan, N Pulsone, D J McLaughlin. Performance of the CLRT for adaptive vector subspace detection[J]. IEEE Trans, 1996, AES-32(4):1473 - 1486.

作者简介:



徐振海 男,1977 年 9 月生于河南省卫辉市,现为国防科技大学博士研究生,1998 年 7 月获国防科技大学电子工程学院学士学位,并直接攻读信息与通信工程学科博士学位,研究方向为雷达极化信息处理、阵列信号处理以及雷达目标识别,已在国内外期刊、会议发表论文 20 余篇。



王雪松 男,1972 年 10 月出生于内蒙古包头市,现为国防科技大学教授,中国电子学会高级会员,“三遥”分会委员,1994 年 7 月毕业于国防科技大学电子技术系,1999 年 6 月获博士学位,主要从事雷达极化信息处理、信号处理与目标检测及识别、弹道导弹攻防对抗、雷达系统建模仿真、电子战等领域的研究,合作出版专著 2 部,在国际、国内期刊及学术会议上发表论文 70 余篇,其中 130 多篇进入 SCI 和 EI 等国际著名检索。