

一种基于一阶扰动自适应特征值分解的多用户检测算法

薛 强,杜志敏,吴伟陵
(北京邮电大学 181 信箱,北京 100876)

摘 要: 本文提出了一种新的、适用于多径信道中多用户检测的盲自适应算法. 这种算法使用基于一阶扰动的自适应特征值分解算法对信号空间进行分解,并使用最小均方(LMS)算法对信道进行盲自适应估计. 实验和仿真证明,这种算法收敛速度快,稳态性能好,是一种较好的盲自适应多用户检测算法.

关键词: 码分多址; 多用户检测; 子空间跟踪; 盲自适应

中图分类号: TN914.53 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2000)11A-0012-03

A Multiuser Detection Using Adaptive Eigenvalue Decomposition Based on First-order Perturbations

XUE Qiang, DU Zhi-min, WU Wei-ling
(Beijing University of Posts & Telecommunications, P.O. Box 181, Beijing 100876, China)

Abstract: In this paper, we proposed a new blind adaptive approach used in multipath channel. This approach performs an eigendecomposition of autocorrelation matrix, and uses Least Mean Square to estimate channel adaptively. Experiments and simulations show that the approach converges faster and has a better performance, so it is a better blind adaptive multiuser detection.

Key words: code division multiple access; multiuser detection; subspace tracking; blind adaptation

1 引言

码分多址(CDMA)技术的提出解决了时分多址(TDMA)移动通信系统容量小的问题,因此在移动通信系统中得到了广泛的应用. 多用户检测技术可以充分提高 CDMA 系统的容量. 1986 年,Verdu 提出了多用户检测思想^[1],理论上证明采用最大似然序列检测(MLSD)可以逼近单用户检测器的接收性能,从而开始了对多用户检测的广泛研究. 但由于其复杂度为 $O(2^k)$, k 为用户数,工程上基本无法实现,因此人们开始研究各种次优多用户检测技术^[2]. 其中研究最广泛的算法中的一种是盲自适应多用户检测算法. 目前所研究的盲自适应算法有约束最小输出能量(CMOE)算法、Bussgang 算法、基于高阶统计特性(HOS)的算法和基于子空间的算法^[3].

CMOE 算法的代价函数和最小均方误差(MMSE)只相差一个常数,因此 CMOE 算法是全局收敛的,但是 CMOE 算法要求准确知道接收信号中期望用户的扩频码信息,如果经过信道畸变后的扩频码与原扩频码有较大差别,那么 CMOE 算法的性能将急剧恶化,即使对这种情况再增加约束条件,如限制权矢量的功率,CMOE 算法的稳态性能仍然比较差.

Bussgang 类型的算法实现简单,在均衡器中应用非常广

泛. 它主要包括 Sato 算法、Godard 算法、恒模算法(CMA)等. 由于 Bussgang 算法在线性滤波器中存在局部收敛点,因此只有少数学者研究它在多用户检测中的应用.

相对于其它算法,基于 HOS 的算法可以估计相位,但是由于算法的复杂度高、收敛速度慢,目前只处于研究阶段,离工程实现尚有一段距离.

在文献[4]中,提出了一种基于子空间的盲自适应多用户检测算法. 它采用 PASTd 算法进行子空间跟踪,计算复杂度为 $O(NK)$. 但仿真结果表明采用 PASTd 算法的检测性能比较差,这是由于对子空间的近似估计造成了误差累积,使得系统性能恶化,因此 PASTd 算法不适用于盲多用户检测算法^[5].

本文提出了一种适用于多径信道中多用户检测的盲自适应算法. 这种算法使用基于一阶扰动的自适应特征值分解算法对信号空间进行分解,并使用最小均方(LMS)算法对信道进行盲自适应估计. 实验和仿真证明,这种算法收敛速度快,稳态性能好,是一种较好的盲自适应多用户检测算法.

2 系统模型

当信号经过多径信道时,会产生多径衰落和时延扩展. 考虑有 K 个用户同时接入的同步 DS-SS-CDMA 系统经过多径信道

的情况,假设第 k 个用户经过的多径信道的最大时延为 T_m , 多径信道为频率选择性慢衰落,则此多径信道可以用一个抽头间隔为 $1/W$,抽头加权系数为 $h_{k,l}$ 的模型来模拟^[6]:

$$h_k(t) = \sum_{l=1}^L h_{k,l} \left(t - \frac{l-1}{W} \right) \quad (1)$$

其中, $L = T_m/W + 1$, 通常抽头间隔 $1/W$ 可以取 T_c 或者是 $T_c/2$, 本文取抽头间隔为 T_c . 对于一个包含 K 个用户的同步 DS-SS-CDMA 系统来说,它经过一个频率选择性慢衰落的系统模型可以表示为:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M A_k b_k(i) \sum_{l=1}^L h_{k,l} \mathbf{x}_{s_k}(t - iT_b - (l-1)T_c) + n(t) \quad (2)$$

其中: A_k 、 $b_k(i)$ 、 s_k 分别是第 k 个用户发送信号的幅度、信息符号和具有单位功率的扩频码; $s_k(t) = \sum_{j=1}^N \phi_j(t - jT_c)$; $T_b = NT_c$ 为符号间隔. $\phi(t)$, $t \in (0, T_c)$ 是码片调制波, 本文假设为方波. T_c 是码片间隔时间; $n(t)$ 是一个具有单位功率谱密度的零均值复高斯白噪声; σ^2 是信道中的噪声功率. 用户每帧中包含的符号个数为 $2M+1$. 如果符号间隔远大于多径信道的最大时延, 码间串扰可以忽略不计. 这样, 模型(2)可以简化为下面的形式:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k \sum_{l=1}^L h_{k,l} s_{k,l} + n(t) \quad (3)$$

其中, $s_{k,l} = s_k(t - T_c(l-1))$.

基带信号首先经过一个码片匹配滤波器, 然后按照码片速率采样得到离散信号 $r(n)$. 定义 $\tilde{s}_k = S_k h_k$, 其中, $S_k = [s_{k,1}, s_{k,2}, \dots, s_{k,L}]$, $h_k = [h_{k,1}, h_{k,2}, \dots, h_{k,L}]^T$. 则 $r(n)$ 可以表示如下:

$$r(n) = \tilde{S} A b + n \quad (4)$$

其中: $\tilde{S} = [\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_K]$; n 是高斯白噪声矢量, 满足 $E[n n^T] = 0$ 和 $E[n n^H] = I_N$. 则式(4)的协方差矩阵是:

$$R = E[r(n) r(n)^H] = \tilde{S} A^2 \tilde{S}^H + \sigma^2 I_N \quad (5)$$

协方差矩阵可以分解为信号子空间和噪声子空间两部分:

$$R = U U^H = [U_s, U_n] \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & I_{N-K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^H \\ U_n^H \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_K)$; $\lambda_k = \sigma^2 I_{N-K}$; λ_k 是矩阵 R 的特征值且 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K \geq \sigma^2$.

假设一个线性多用户检测器解调第 k 个用户数据的解调矢量为 m_k , 则判决器的输出为:

$$\hat{b}_k = \text{sgn}(m_k^T r) \quad (7)$$

在文献[4]中已经推导出, MMSE 检测器的解调矢量 m_k 为:

$$m_k = \frac{1}{s_k^T U_s \Lambda^{-1} U_s^H S_k} U_s \Lambda^{-1} U_s^H S_k \quad (8)$$

3 求解解调矢量的自适应算法

3.1 使用基于一阶扰动自适应特征值分解方法对协方差矩阵进行分解

经典的子空间跟踪方法是特征值分解(EVD)和奇异值分解(SVD), 虽然其性能比较好, 但是复杂度比较高 $O(N^3)$, 不利于工程实现, 因此研究比较广泛的是快速子空间跟踪算法, 主要有 PROTEUS 算法、FSD 算法、ULV 算法、快速 QRD 算法、

投影估计子空间跟踪(PAST)算法等, 它们的计算复杂度可以降低到 $O(N^2)$ 或 $O(NK)$. 在这里使用基于一阶扰动的自适应特征值分解方法对协方差矩阵进行分解^[7].

基于一阶扰动自适应特征值分解方法, 使用下面的递推公式来更新样本协方差矩阵:

$$R(i) = R(i-1) + (1 - \alpha) x(i) x^H(i) \quad (9)$$

$$= R(i-1) + [x(i) x^H(i) - R(i-1)] \quad (10)$$

其中 α 为一个平滑因子, 满足 $0 \leq \alpha \leq 1$. $\alpha = 1 - \beta$, $0 \leq \beta \leq 1$. 如果 β 足够小的话, 则式中的修正项可以看作是 $R(i-1)$ 的一个小扰动. 从而根据 Hermitian 扰动理论知, $R(i)$ 的特征值和特征向量可以用 $R(i-1)$ 的幂级数展开. 假设 (λ_i, u_i) 是 $R(i)$ 的一个特征值和特征向量对, 则:

$$\lambda_i = \lambda_{i-1} + \sum_{l=1}^L \beta_l \quad (11a)$$

$$u_i = u_{i-1} + \sum_{l=1}^L \beta_l u_l \quad (11b)$$

式中: (λ_{i-1}, u_{i-1}) 是 R_{i-1} 的一个特征值和特征向量对, 而 β_l 和 u_l 是未知系数. 在实际应用中, 当 β 非常小时, 则低阶逼近可以用来计算 (λ_i, u_i) , 并且有很好的精度. 在这里, 省略掉所有 $l \geq 2$ 的项, 则当知道 λ_l 和 u_l 时, 可以使用迭代算法得出 (λ_i, u_i) 的值.

本算法的运算复杂度为 $5NK + O(K)$.

3.2 求解 h_k 矩阵的自适应算法

由于协方差矩阵可以分解为信号子空间 U_s 和噪声子空间 U_n 两种, 且噪声子空间对应的特征值都为 σ^2 , 则有 $R U_n = \sigma^2 U_n$, 在式(5)等式两边同时右乘 U_n 得:

$$R U_n = \tilde{S} A^2 \tilde{S}^H U_n + \sigma^2 U_n \quad (12)$$

由 $R U_n = \sigma^2 U_n$, 则得到 $\tilde{S} A^2 \tilde{S}^H U_n = 0$, 从而有:

$$U_n^H \tilde{S} A^2 \tilde{S}^H U_n = (\tilde{S}^H U_n)^H A^2 (\tilde{S}^H U_n) = 0 \quad (13)$$

由于 A^2 非奇异, 得到 $\tilde{S}^H U_n = 0$, 或等价有 $\tilde{S}^H U_n U_n^H \tilde{S} = 0$, 所以有:

$$\tilde{S}_k^H U_n U_n^H \tilde{S}_k = h_k^H S_k^H U_n U_n^H S_k h_k = h_k^H M h_k = 0 \quad (14)$$

其中 $M = S_k^H U_n U_n^H S_k$, M 是一个 $L \times L$ 的矩阵, L 是抽头延时线模型的抽头数. 于是求 h_k 的问题就转化为一个求等式最小值的问题(这里假设 $h_k \neq 0$):

$$\hat{h}_k = \arg \min_{h_k} h_k^H M h_k \quad (15)$$

式(15)的解是对应于矩阵 M 最小特征值的特征向量. 可以使用 SVD 分解来求解这一问题, 它的计算复杂度为 $O(L^3)$. 这里介绍一种自适应的方法. 通过定义下面的函数, 可以把上面的约束极值问题转化成非约束极值问题:

$$q(h, c) = \frac{1}{2} h^H M h + \frac{c}{4} (h^H h - 1)^2 \quad (16)$$

这里 c 是一个正的常数, 并且有下面的结论^[8]:

定理: h 是函数 $q(h, c)$ 的一个静态点当且仅当 h 是 M 的一个特征向量, 并且它的范数为:

$$h = \sqrt{1 - c} \quad (17)$$

其中 λ 是这一特征向量对应的特征值. 而且, $q(h, c)$ 所有的静态点都是鞍点, 当 h 是 M 最小的特征向量除外, 这时, $q(h,$

c) 达到全局最小点.

应用以上定理,任何使 $q(h, c)$ 达到最小的梯度下降类型的算法都可以使 h 收敛到 M 的最小特征向量. 使用算法:

$$h_k(t) = h_k(t-1) - u[Mh_k(t-1) + c(h_k(t-1)^2 - 1) \cdot h_k(t-1)] \quad (18)$$

每次叠代的计算复杂度为 $O(L^2)$. 由于 L 的数值一般较小,使用SVD分解和使用自适应算法的计算复杂度差别不大.

4 数值结果

仿真实验时,采用 31 位长的 Gold 码进行扩频. 在图 1 中,干扰用户为 5 个,其中前四个干扰用户的功率相等,且 $A_2^2/A_1^2 = 10\text{dB}$, $i=2,3,4,5$;第五个干扰用户的干扰功率为 $A_5^2/A_1^2 = 20\text{dB}$,信噪比 $\text{SNR} = 20\text{dB}$,多径信道有 5 条径,每条径的衰落服从瑞利衰落,相位服从 $[0, 2\pi]$ 上的均匀分布. 图 1 中,曲线“PC1”表示使用 PC 算法自适应分解协方差矩阵,使用 SVD 算法求信道增益的情况. 曲线“PC2”表示使用 PC 算法自适应分解协方差矩阵,同时使用上文 3.2 节中介绍的自适应算法求信道增益时的情况. 曲线“PASTd”是使用 PASTd 算法对

协方差矩阵自适应分解的情况. 曲线“SVD”是对协方差矩阵进行 SVD 分解得到的 SIR 曲线,图 1 的横坐标表示叠代的次数,纵坐标为 SIR. 从图中可以明显看出,使用 PASTd 算法分解协方差矩阵时,算法不收敛. 而使用 PC 算法时收敛性能较好,且收敛后输出的 SIR 也达到了使用 SVD 分解的性能. 因而是可以看出来,整个自适应算法是可行的.

图 2 中使用了动态的用户和变化的多径. 系统的信噪比为 20dB ($\text{SNR} = 20\text{dB}$),初始状态为 4 个干扰用户,且 $A_2^2/A_1^2 = 10\text{dB}$, $i=2,3,4,5$. 在叠代次数为 3000 次时,一个 MAI 为 20dB 的用户(即 $A_5^2/A_1^2 = 20\text{dB}$)进入系统;在叠代次数为 6000 次时,MAI 为 20dB 的用户和两个 MAI 为 10dB 的用户离开系统. 在叠代次数为 9000 次时,两个 MAI 为 20dB 的用户进入系统,同时,信道的多径改变. 其中,图 2(a) 图中使用了 PC 算法分解协方差矩阵,而使用 SVD 分解求信道增益; (b) 图中使用 3.2 节中介绍的自适应算法求信道增益 h_k . 从图中可以看出,PC 算法收敛速度快,适用于动态的环境,但用来求信道增益 h_k 的算法收敛速度较慢,还有待于改进.

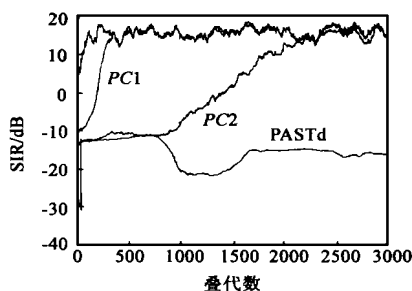


图 1 SVD、PASTd 和 PC 算法性能比较

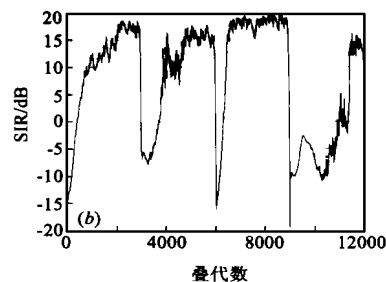
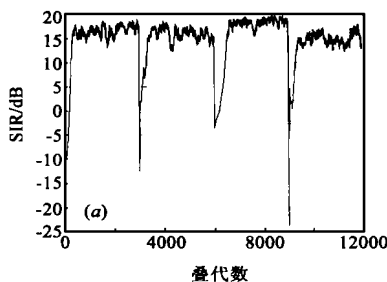


图 2 环境改变时算法的收敛特性

5 结论

本文提出了一种基于一阶扰动自适应特征值分解的子空间多用户检测算法. 整个算法都可以使用自适应的方式完成. 仿真和实验表明,和 PASTd 算法相比,算法具有收敛速度快,稳态性能好的优点. 整个算法的运算量为 $O(NK)$,运算复杂度低,易于实现.

参考文献:

- [1] S. Verdu. Minimum probability of error for asynchronous gaussian multiple-access channels [J]. IEEE Trans. On Information Theory, 1986, 32(1): 85 - 96.
- [2] S. Verdu. Multiuser Detection [M]. Cambridge University Press, 1998.
- [3] U. Madhow. Blind adaptive interference suppression for direct-sequence CDMA [J]. Proc. of the IEEE, 1998, 86(10): 2049 - 2069.
- [4] X. Wang, H. V. Poor. Blind multiuser detection: A subspace approach [J]. IEEE Trans. On Information Theory, 1998, 44(2): 677 - 690.
- [5] 王艺, (指导老师周炯磐). DS-SS-CDMA 系统中线性多用户检测技术的研究 [D]. 博士学位论文. 北京: 北京邮电大学, 2000.
- [6] J. G. Proakis. 数字通信 (第三版) 795 - 780 [M]. 北京: 电子工业出版社, 1998.
- [7] B. Champagne. Adaptive eigendecomposition of data covariance matrices based on first-order perturbations [J]. IEEE Trans. On Signal Pro-

cessing, 1995, 43(6): 1151 - 1160.

- [8] P. Strobach. Low-rank adaptive filters [J]. IEEE Trans. On Signal Processing, 1996, 44(12): 2932 - 2947.

作者简介:



薛 强 1974 年生, 1998 年毕业于山东大学电子工程系, 获理学硕士学位, 现为北京邮电大学信息工程系博士研究生, 主要从事多用户检测、自适应信号处理方面的研究.

杜志敏 1975 年生, 1996 年在北京邮电大学无线电工程系获学士学位, 并于同年在该系攻读硕士研究生, 1998 年转入北邮信息工程系提前攻读博士学位, 目前主要从事智能天线技术的研究.

吴伟陵 1938 年生, 北京邮电大学信息工程系教授、博士生导师. 中国电子学会信息论分会主任委员. 主要从事信息论、信息处理与移动通信方面的教学和科研工作.