

# 3D 最小二乘表面匹配中不同共轭点 搜索规则对配准精度影响分析

左志权, 刘正军, 张 力

(中国测绘科学研究院, 北京 100830)

**摘 要:** 在一种泛型的 3D 最小二乘表面匹配模型基础上, 讨论三种主流的共轭点对应准则, 及其对表面匹配精度的影响分析. 针对真实航空激光雷达点云数据进行配准对比实验, 结果表明三种表面间共轭点对应准则都能较准确地估计出相邻重叠三维表面间的正形变换参数, 其中最小法向距离准则在大多数情况下能获得相对较高配准精度.

**关键词:** 3D 表面匹配; 共轭点对; 空间相似变换; 精度分析

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 10-1926-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.10.008

## Accuracy Analysis of Different Conjugate Points Rules in Least Squares 3D Surface Matching

ZUO Zhi-quan, LIU Zheng-jun, ZHANG Li

(Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China)

**Abstract:** In this approach, three conjugate point rules between two overlapped surfaces are discussed, based on a general least squares 3D surface matching model. We explain how these methods can be used for the co-registration of two real 3D point sets, and show co-registration results based on airborne laser scanner data. Concluding results of our experiment suggest that every proposed conjugate point rules has a good performance for transformation parameters estimation in 3D surface matching procedure. In many cases, the least normal distance can achieve best result in practical matching.

**Key words:** 3D surface matching; conjugate points; 3D similarity transformation; accuracy analysis

### 1 引言

随着各类激光雷达硬件技术的快速发展, 以及与其他传感器有效组合<sup>[1,2]</sup>, 通过获取空间实体高密集三维点云信息进行表面逆向重建已逐渐成为主流<sup>[3,4]</sup>. 其中, 点云配准与拼接是三维建模逆向工程面临的首要问题, 其目的是为了获取两个离散三维点集间坐标系转换关系, 即: 采用尺度、旋转以及平移等 7 个正形变换参数中的全部或部分因子进行描述. 其中, ①计算机视觉领域最为著名的迭代最近点 (Iterative Closest Point, ICP) 配准算法<sup>[5~7]</sup>通过搜索两个 3D 点集间空间上距离最近的真实点对作为同名点, 并以真实同名点间欧氏距离最小为几何约束条件估计点集间除尺度外的 6 个正形变换参数. ICP 方法属于点到点配准算法, 采用线性交替趋近解算策略, 在一定初值条件下, 往往需要大量迭代运算, 并且缺乏尺度因子描述符, 会一定程度上影响不同

分辨率点云配准效果; ②最小法向距离 (Least Normal Distance, LND) 配准算法<sup>[8,9]</sup>则是以点与局部平面法向距离最小为依据进行点集间 7 个正形变换参数估计. 该方法属于点到面的配准算法, 需将点投影到局部平面上, 在针对立面点云、三维体数据等配准时, 则存在一定的局限性; ③最小高程差 (Least Z-difference, LZD) 配准算法<sup>[10]</sup>, 其通过最小化所有对应同名点间的高差平方和来求解点集间 7 个正形变换参数. 该方法仅考虑共轭点间高程方向差异, 在实际点云配准中具有一定的局限性; ④另外, 还有一类基于上述各种配准模型的改进算法, 如采用复合数据结构加快速点云组织方式, 提高共轭点搜索效率<sup>[11,12]</sup>, 以及通过重叠区域点云特征点匹配, 获取配准初值等<sup>[13]</sup>. 其中这类算法仅仅是针对配准实现策略的改进, 对最终配准精度影响较小.

上述三类表面匹配算法都在相应配准理论模型基础上, 衍生定义出不同的共轭点对应准则. 本文以表面

间共轭点对欧氏距离最小为理论基础,提出一种可同时支持多种表面间共轭点对应准则的泛型 3D 表面匹配平差配准理论模型,并对不同共轭点准则对配准精度的影响进行对比实验分析,得出在多数情况下最小法向距离规则能获得更好配准精度这一有益结论。

## 2 3D 表面匹配理论

### 2.1 估计模型

对于给定两个三维表面,一个为模板表面  $F(x, y, z)$ ,另一个为搜索表面  $G(x, y, z)$ ,二者具有重叠区域  $O(x, y, z)$ ,且  $O = F \cap G$ 。最小二乘表面匹配的目标是寻找描述  $F(x, y, z)$  和  $G(x, y, z)$  之间空间几何转换关系的正性变换参数  $T$ ,使得:

$$G(x, y, z) = T\{F(x, y, z)\} \quad (1)$$

一般采用 7-参数空间相似变换模型描述两个独立 3D 坐标系外部转换关系  $T$ 。假设模板表面上任意点  $P(x, y, z)$ ,对应搜索表面上共轭点为  $Q(x', y', z')$ ,且  $P, Q$  应满足:  $P \in (F \cap O), Q \in (S \cap O)$ ,那么:  $Q = t + mRP$ ,即:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + m \cdot R(\varphi, \omega, \kappa) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $t_x, t_y, t_z$  为沿坐标轴方向的三个平移分量,  $\varphi, \omega, \kappa$  为绕坐标轴旋转的三个角度参数,  $m$  为坐标系间尺度变换因子。

为了采用最小二乘估值理论估计 3D 表面间最优正形变换参数  $T$ ,通过引入随机真误差向量  $V(x, y, z)$ ,使得:

$$V(x, y, z) = G(x, y, z) - F(x, y, z) \quad (3)$$

式(3)从理论上描述了两个连续重叠 3D 表面匹配的观测方程,求解目标函数  $[V^T V]$  最小值的过程即可估计出 3D 表面间最优变换参数  $\bar{T}$ 。定义重叠区域共轭点对  $P, Q$  间的欧氏距离  $d = \text{Dist}(P, Q)$ ,那么表面匹配最小二乘估计目标函数可表示为:

$$\sum \|dd\| = \min \quad (4)$$

为了方便误差方程式的推导,令  $D = d^2$ ,则共轭点间的欧氏距离平方和为:

$$D = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 \quad (5)$$

将式(5)进行泰勒级数展开,并忽略二阶及其高次项,则:

$$D + V = D_0 + \frac{\partial D}{\partial t_x} dt_x + \frac{\partial D}{\partial t_y} dt_y + \frac{\partial D}{\partial t_z} dt_z + \frac{\partial D}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial D}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial D}{\partial \kappa} d\kappa + \frac{\partial D}{\partial m} dm \quad (6)$$

其中,  $V$  为泰勒级数局部展开所引入的残差,理论上匹配完成后共轭点间距离平方值  $D$  应为 0,因此式(6)所

对应误差方程为:

$$V = D_0 + \frac{\partial D}{\partial t_x} dt_x + \frac{\partial D}{\partial t_y} dt_y + \frac{\partial D}{\partial t_z} dt_z + \frac{\partial D}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial D}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial D}{\partial \kappa} d\kappa + \frac{\partial D}{\partial m} dm \quad (7)$$

误差方程式(7)所对应矩阵形式为:

$$V = AX + L, \quad P \quad (8)$$

其中,式(8)中  $A$  为设计矩阵,可由式(2)、(5)、(7)直接导出;  $X = [t_x, t_y, t_z, \varphi, \omega, \kappa, m]^T$  为 7-参数向量;  $L = D_0$  为共轭点对距离平方值;  $P$  为观测向量对应权矩阵。

从统计理论角度出发,随机变量  $V \sim N(0, \sigma_0^2 Q_u)$ ,其期望值  $E(V) = 0, E\{VV^T\} = \sigma_0^2 Q_u = \sigma_0^2 P_u^{-1}$ ,因此上述估计模型是典型高斯-马尔科夫估计模型。为了控制未知参数估计质量,可将未知参数作为附带先验权值的观测向量,新引入观测向量矩阵为:

$$V_e = IX + L_e, \quad P_e \quad (9)$$

式中  $I$  为单位矩阵,  $L_e$  为观测方程常数向量,  $P_e$  为先验权矩阵,设定  $((P_e)_i \sim \infty)$ ,第  $i$  个未知参数当作常量,设定  $((P_e)_i \sim 0)$ ,则第  $i$  个未知参数当作自由变量。联合式(8)与式(9),按最小二乘原理可得出未知参数最小二乘无偏估计值:

$$\hat{X} = -(A^T PA + P_e)^{-1}(A^T PL + P_e L_e) \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = (V^T PV + V_e^T P_e V_e) / r \quad (11)$$

$$\hat{V} = A\hat{X} + L \quad (12)$$

$$\hat{V}_e = I\hat{X} + L_e \quad (13)$$

上述式(10)~(13)中,  $\hat{X}$  为未知参数的最小二乘估值向量,  $\hat{\sigma}_0^2$  为观测值的单位权中误差,  $r = n - u$  为多余观测分量,  $n$  为观测方程个数,  $u$  为未知参数个数。

### 2.2 精度与可靠性

精度和可靠性是任何一个平差系统质量分析的两个基本因素,经典平差理论认为未知参数理论精度与相关系数矩阵是衡量一个平差过程解算质量的重要依据<sup>[14]</sup>,其中未知参数理论精度  $\sigma_i$  及其相关系数可通过法方程式中未知数协因数矩阵  $Q_{xx}$  进行估算:

$$\sigma_i = \sigma_0 \sqrt{q_{ii}}, q_{ii} \in Q_{xx} = (A^T PA + P_e)^{-1} \quad (14)$$

可靠性矩阵  $Q_{vv}P$  往往作为平差系统质量分析、网形的优化设计和粗差检测的重要依据,能提供每一个观测值的内部可靠性指标(Li and Yuan, 2002)。  $Q_{vv}P$  与观测值的数值大小无关,其理论计算公式为:  $Q_{vv}P = P^{-1} - A Q_{xx} A^{-1}$ 。在已知可靠性矩阵  $Q_{vv}P$  的前提下,可采用稳健的粗差剔除算法进行观测值粗差定位。但在 3D 表面配准解算中,参与平差解算的多余观测值分量往往非常巨大,因此采用近似粗差探测方法便能得到良好效果。本算法观测值的后验权估计公式如下:

$$P_i = \begin{cases} 0, & |v_i| > K\sigma_0 \\ 1, & |v_i| \leq K\sigma_0 \end{cases} \quad (15)$$

当  $P_i = 0$  时表示对应观测值为粗差点,  $P_i = 1$  表示非粗差观测值. 如果统计样本数据中不具备显著系统误差时, 观测值残差近似服从正态分布, 因此按照统计理论正态分布特征, 在平差过程中一般设定  $K$  为 6 或 7.

### 2.3 表面间共轭点规则

上述平差模型为表面匹配的平差数学模型, 如何定义表面间共轭点则是执行表面匹配的另一个重要环节. 由于在 3D 表面数据集中, 针对重叠区域内数据寻找传统意义的同名对应点集往往较为困难. 因此为了进行最小二乘 3D 表面匹配, 需要定义一种近似同名点对搜索规则. 其中, Besl and McKay (1992) 将与待配准点空间距离最近的真实点作为同名点, 以下简称 ICP 规则; Robert (2004) 与 Gruen and Akca (2005) 则将与待配准点沿法线方向距离最近的内插点作为同名点, 以下简称 LND 规则; 而 Rosenholm (1988) 将待配准点沿铅垂线方向距离最近的内插点作为同名点, 以下简称 LZD 规则. 不规则三角网格 (包括二维三角网格和三维三角网格), 是一种普适性较好的离散点集空间拓扑关系表达结构, 可以方便地查询点集间的空间邻接关系<sup>[15,16]</sup>. 以不规则三角网作为 3D 表面表达模型, 三种同名点定义规则如图 1 所示.

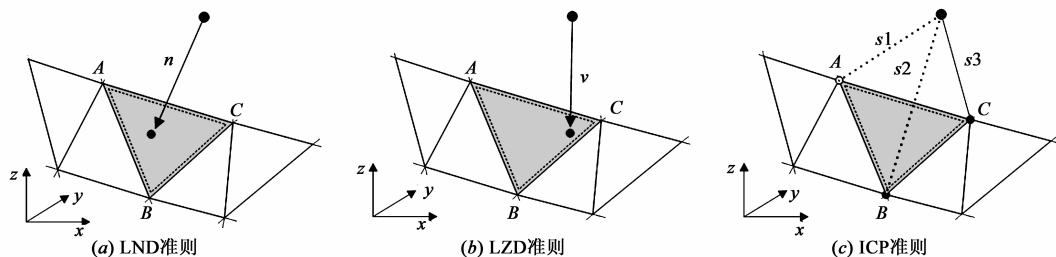


图1 不同表面间共轭点搜索示意图

## 3 实验分析

选 2 组真实机载 LiDAR 点云数据集进行算法可行性验证. 本文所有涉及算法均在 Windows 环境下采用 C 语言实现, 其相应硬件环境: Inter Core 2.2GHZ CPU, 2GB 内存, NVIDIA Quadro 512M 显存. 在进行算法验证前, 应先对点云数据进行粗分类预处理, 将地面点与非地面点分类标记. 后续进行最小二乘表面匹配实验均是针对粗分类后的地面点数据而展开. 进一步地, 实验过程中相邻条带间正形变换 7 参数的最小二乘解算初值为:  $t_{x0} = t_{y0} = t_{z0} = 0.0$ ,  $\varphi_0 = \omega_0 = \kappa_0 = 0.0$ ,  $m_0 = 1.0$ . 由于同一飞行架次获取的不同条带数据其尺度因子变化相对较小, 因此在实施最小二乘平差过程中尺度参数所对应初始权值设定为较大正常数:  $P_{m0} = 1.0e + 005$ , 三个角度参数所采用转角系统为  $\varphi - \omega - \kappa$  转角系统.

图 1 中,  $A, B, C$  表示搜索表面局部区域内共轭点候选三角形 3 个顶点;  $n$  表示表面法线向量;  $v$  表示铅垂线方向;  $s_1, s_2, s_3$  分别表示已知点到 3D 表面间的欧氏距离, 其中  $s_3 = \min\{s_1, s_2, s_3\}$ ,  $C$  即为搜索共轭点.

### 2.4 3D 表面匹配步骤

在配准平差模型与共轭点对应规则确立前提下, 在计算机上执行两个离散点集 3D 表面匹配过程可简要归纳为以下几个步骤:

(i) 采用不规则三角网结构 (二维或三维网格), 构建参考 (搜索) 表面的 3D 表面模型;

(ii) 选用一种共轭点对应规格, 针对待配准 (模板) 表面点集逐一搜索其共轭点, 按照式 (7) 建立误差方程式;

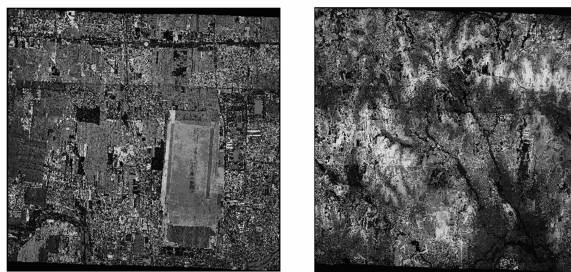
(iii) 待所有点内插完成后, 按照式 (10) 法化求解表面间的未知转换参数;

(iv) 迭代执行 (ii) ~ (iii), 直到未知数改正数小于限差, 即可结束求解.

每次迭代过程中, 可按照式 (15) 或其他自定义权函数调整观测值权函数, 可实现平差过程中的共轭点对自动粗差剔除功能.

### 3.1 数据描述

数据集来自于徕卡 ALS60 系统所获取的真实点云数据. 第 1 组数据来自于中国河北省某城区, 包含有大量人工建筑、树木、河流以及车辆与行人等信息. 第 2 组数据来自于中国河南省某城镇郊区, 其中包含有梯田、陡坎、树木以及少量孤立建筑物等信息, 如图 2 所示.



(a) 河北点云顶视渲染图 (b) 河南点云顶视渲染图

图2 两个实验区域点云数据

实验区域两组点云数据更详细的统计信息,包括条带点集数目、数据地理范围、邻接条带重叠度、扫描角,以及平均点间距等,如表 1 所示。

表 1 实验数据相关属性统计信息

数据集	总点数目 (1.0e+004)	~数据 范围 (m×m)	~重叠 度(%)	最大 扫描角 (deg)	~平均点 密度 (points/m <sup>2</sup> )
strip1(河北)	514.77	1999×1549	17	26	4.12
strip2(河北)	477.12	1997×1545	18	28	4.30
strip3(河北)	498.10	1999×1547	17	26	3.92
strip1(河南)	324.17	1999×2515	15	33	2.11
strip2(河南)	319.30	1999×2504	14	28	2.43
strip3(河南)	309.46	1999×2523	13	31	2.27

3.2 结果与分析

为了验证本文所提出 3D 表面匹配模型的通用性,以及各不同共轭点对应准则对配准精度的影响分析,

将对上述两组数据相邻条带分别实施配准,并进行对比分析.配准实验共分为 3 部分:(1)针对典型地物进行剖面分析,对比配准前后相邻条带典型地物套合程度;(2)列举并对比算法所估计出的正形变换参数,及其各项精度指标;(3)针对配准前后共轭点间高程残差分布图,验证其残差是否具备收敛性。

(1)剖面分析

选取测区内明显地物进行剖面效果对比分析,其中不同灰度色阶曲线分别代表取自不同条带的点云数据,第 1 列为配准前剖面图,第 2、3、4 列分别为三种规则配准后剖面图,如图 3 所示。

试验中共选择四组典型地物剖面图进行对比分析,可以看出经过配准处理后相邻条带的间断面套合较好,明显消除点云间不符值现象,其中 LND 配准规则套合效果最好。

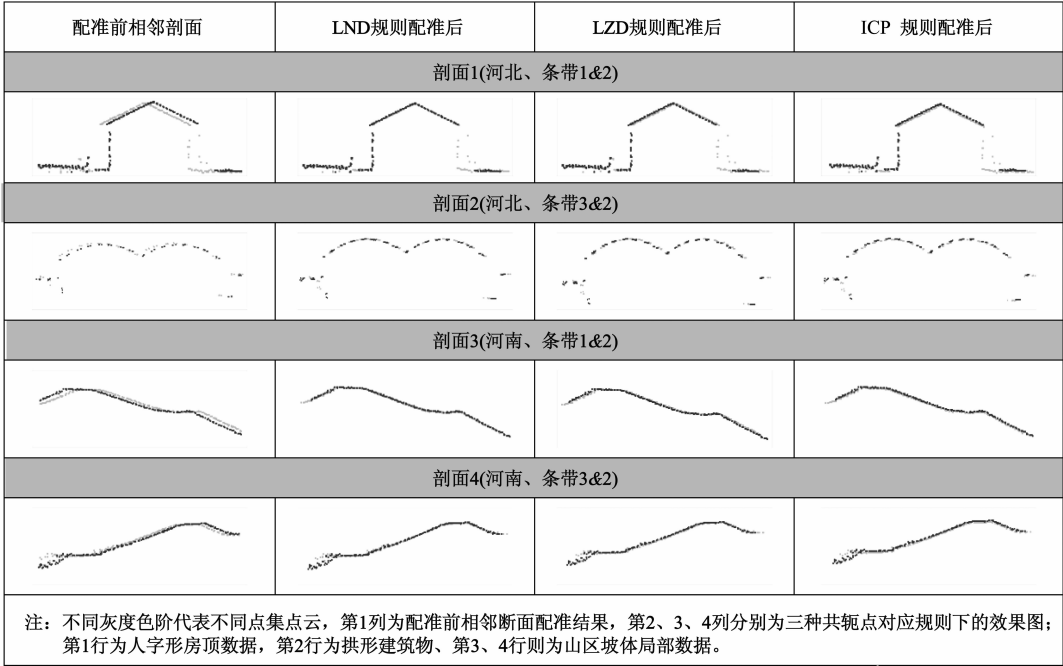


图3 不同配准准则下典型地物断面对比结果

(2)精度统计

将执行配准估计后的平差结果进行统计如表 2,对算法的各项精度指标进行统计如表 3.从表 2 可看出,通过若干次迭代后各类同名点对应准则均可以正确估计出重叠点云的正形转换参数(即:收敛得到量级相当的单位权中误差);而表 3 则表明通过各类配准准则均能获得较好的配准精度,其中 LND 规则获得效果最好.从实践角度也同样说明,影响配准精度的主要因素是共轭点搜索规则。

(3)残差分析

从配准前后共轭点间的高程残差分布,可整体定量地验证配准效果,其中灰色曲线为配准前残差分布,黑色曲线分别为三种规则配准后残差分布,如图 4 所示。

从图 4 可看出,配准前共轭点高程残差分布图的均值偏离 0 值较远,并且存在明显的线性系统误差,其曲线振幅也相应较广;配准后高程残差分布曲线的均值比较平稳地接近 0 值,其曲线振幅也较小,其中 LND 准则能更好地拟合点集间共轭点的线性系统误差,使残差更接近正态分布特征。

表 2 不同共轭点对应规则下的配准结果

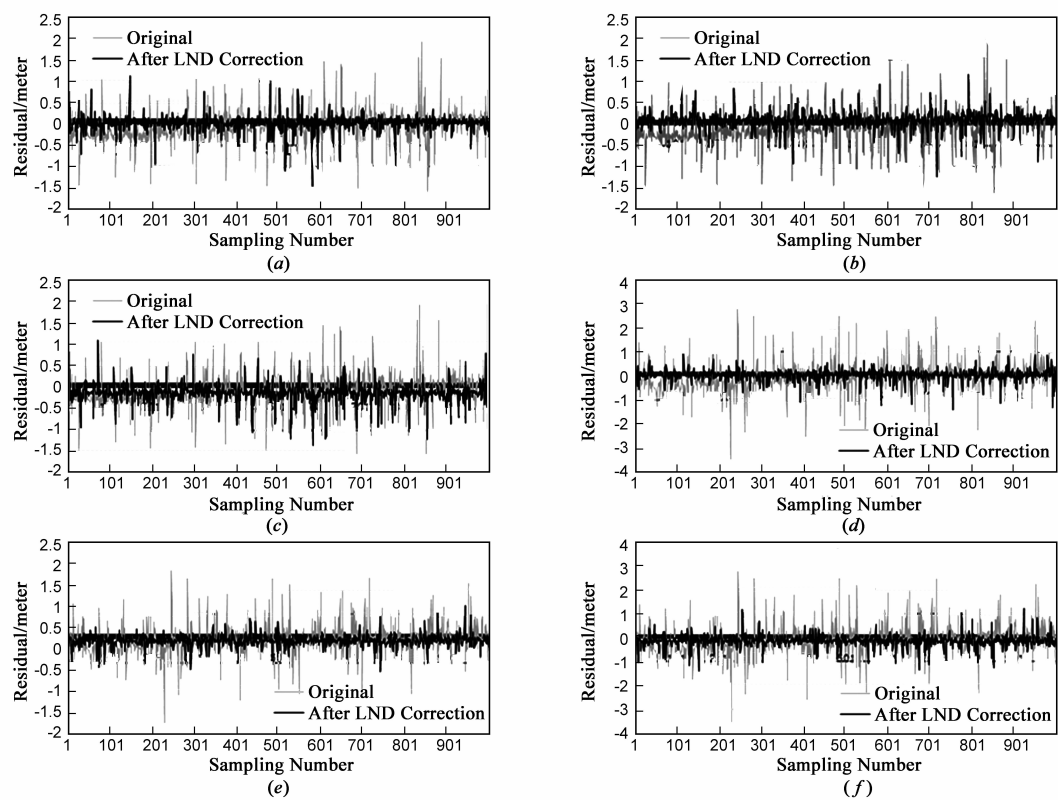
数据集	条带	重叠点数目 (1.0e + 04)	迭代 次数	时间 (sec)	$t_x$ (m)	$t_y$ (m)	$t_z$ (m)	$\varphi$ (deg)	$\omega$ (deg)	$\kappa$ (deg)	$m$
LND 配准规则											
河北	1&2	203.45	18	108	- 0.586	1.799	- 3.345	0.00059	0.0670	0.0056	0.99997
河北	3&2	199.34	15	95	0.238	0.461	- 0.364	0.0024	0.0127	0.0097	0.99978
河南	1&2	189.24	17	102	- 1.960	3.614	- 3.226	0.00085	0.0780	- 0.0023	1.000046
河南	3&2	186.74	13	82	- 2.275	1.911	- 1.334	0.00014	0.0320	- 0.0052	0.99998
LZD 配准规则											
河北	1&2	203.45	15	99	- 0.504	1.933	- 3.277	0.00047	0.0690	0.0063	0.99999
河北	3&2	199.34	13	78	0.394	0.577	- 0.240	0.0064	0.0178	0.0067	0.99963
河南	1&2	189.24	14	85	- 1.798	3.668	- 3.104	0.00358	0.0808	- 0.0010	1.000062
河南	3&2	186.74	15	88	- 2.221	1.983	- 1.152	- 0.00002	0.0320	- 0.0036	0.99991
ICP 配准规则											
河北	1&2	203.45	17	103	- 0.578	1.892	- 3.278	0.0021	0.0675	0.0078	0.99994
河北	3&2	199.34	17	94	0.334	0.533	- 0.172	0.0038	0.0148	0.0101	0.99983
河南	1&2	189.24	16	93	- 1.904	3.779	- 3.034	0.0023	0.0810	0.0005	1.000076
河南	3&2	186.74	15	85	- 2.109	1.998	- 1.256	0.0019	0.0347	- 0.0047	1.000023

注： $t_x$ 、 $t_y$ 、 $t_z$  为配准算法估计出的 3 个平移参数，单位为 m； $\varphi$ 、 $\omega$ 、 $\kappa$  为配准算法估计出得 3 个坐标转换参数，分别绕  $y$ - $x$ - $z$  轴旋转，单位为°； $m$  为估计出的尺度因子，一般应接近 1.0.

表 3 不同共轭点对应规则下的配准精度统计

数据集	条带	点平均间距 (m)	$\sigma_0$ (m)	$\sigma_{t_x}$ (m)	$\sigma_{t_y}$ (m)	$\sigma_{t_z}$ (m)	$\sigma_\varphi$ (1.0e - 03rad)	$\sigma_\omega$ (1.0e - 03rad)	$\sigma_\kappa$ (1.0e - 03rad)	$\sigma_m$ (1.0e - 05)
LND Rule										
河北	1&2	0.72	0.27	0.031	0.045	0.004	1.97	1.83	0.12	1.02
河北	3&2	0.72	0.33	0.027	0.038	0.003	2.04	3.66	0.54	2.44
河南	1&2	1.13	0.43	0.036	0.032	0.003	2.68	2.89	0.37	4.54
河南	3&2	1.13	0.57	0.046	0.044	0.005	3.44	6.24	0.69	6.33
LZD Rule										
河北	1&2	0.72	0.38	0.052	0.030	0.002	2.80	4.33	0.45	3.73
河北	3&2	0.72	0.41	0.031	0.049	0.001	1.54	5.90	0.24	8.94
河南	1&2	1.13	0.97	0.082	0.056	0.009	4.30	6.79	0.73	2.67
河南	3&2	1.13	0.62	0.095	0.063	0.007	7.32	8.32	0.74	8.09
ICP Rule										
河北	1&2	0.72	0.42	0.044	0.064	0.008	3.07	3.61	0.24	1.55
河北	3&2	0.72	0.59	0.036	0.073	0.004	3.00	4.54	0.03	4.28
河南	1&2	1.13	0.71	0.033	0.069	0.023	4.35	3.38	0.27	5.76
河南	3&2	1.13	0.84	0.054	0.088	0.012	6.72	7.91	0.83	9.02

注： $\sigma_0$  为配准算法配准结束后的单位权中误差，由所有参与平差解算的共轭点间残差统计得出； $\sigma_{t_x}$ 、 $\sigma_{t_y}$ 、 $\sigma_{t_z}$ 、 $\sigma_\varphi$ 、 $\sigma_\omega$ 、 $\sigma_\kappa$ 、 $\sigma_m$  为估计参数的理论验后精度，可由式(14)计算得出.



注：两组数据集中分别抽取1次配准结果进行残差统计，其中(a)-(c)为河北数据条带1&2配准前后残差分布；(d)-(f)为河南数据条带1&2配准前后残差分布；(a)(d)为最小法向距离(LND)准则下的残差分布；(b)(e)为最小高程差(LZD)准则下的残差分布，(c)(f)为最邻近点(ICP)准则下的残差分布；图中灰色曲线为配准前残差分布，呈显著线性系统误差特征，黑色曲线则为相应准则配准后残差分布曲线。

图4 不同配准准则下残差分布曲线

4 结论

本文所提出 3D 表面匹配数学模型简单,较利于计算机实现,仅仅通过修改表面间共轭点对应准则,可对现有配准方法进行有机统一,相关实验表明:

(1) 本文提出的 3D 表面配准模型是一种泛型点云配准模型,各类主流共轭点对应准则均适用于该模型,且对真实数据具有良好效果;

(2) 由于树木等非规则地物会减低配准精度或造成配准失败,因此对室外场景进行配准前,需首先进行滤波或粗分类处理;

(3) 3D 表面匹配中仍需要一定起伏几何特征,确保匹配正常进行.

另外,需特别指出:尽管针对本文所选机载 LiDAR 点云配准实验表明最小法向距离规则能取得较好精度,但并不能简单地定论某一种配准模型的优劣性,例如,地面 LiDAR 实体状点云就很难转化为表面法向匹配模式,此时 ICP 共轭点对应规则将会取得更好效果.因此,实践中应根据具体应用情况进行配准规则选择.

参考文献

[1] 邱兆文,张田文.文物三维重建关键技术[J].电子学报,

2008,36(12):2423-2427.  
Qiu Zhao-wen, Zhang Tian-wen. Key techniques on cultural relic 3D reconstruction [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36 (12):2423-2427. (in Chinese)  
[2] 张爱武,胡少兴,等.基于激光与可见光同步数据的室外场景三维重建[J].电子学报,2005,33(5):810-815.  
Zhang Ai-wu, Hu Shao-xing, et al. 3D reconstruction of outdoor scenes from synchronized laser range data and visual image data [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(5):810-815. (in Chinese)  
[3] 黄运保.测量点集曲面重建若干关键技术研究[D].华中科技大学,2004.  
Huang Yun-bao. Research on key technologies of surface reconstruction from measures points [D]. Huazhong University of Science and Technology, 2004. (in Chinese)  
[4] 邱彦杰.反向工程中自动精确模型重建的关键技术研究[D].上海交通大学,2011.  
Qiu Yan-jie. Automatic and accurate surface reconstruction in reverse engineering [D]. Shanghai Jiao Tong university, 2011. (in Chinese)  
[5] Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3D shapes [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intel-

- ligence, 1992, 14(2): 239 – 256.
- [6] Chen Y, Medioni G. Object modeling by registration of multiple range images [J]. Image and Vision Computing, 1992, 10(3): 145 – 155.
- [7] Zhang Z. Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces [J]. International Journal of Computer Vision, 1994, 13(2): 119 – 152.
- [8] Robert M P. Theory and Application of Weighted Least Squares Surface Matching for Accurate Spatial Data Registration [M]. Australia: The University of Newcastle, 2004. 15 – 30.
- [9] Gruen A, Akca D. Least squares 3D surface and curve matching [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2005, 59(3): 151 – 174.
- [10] Rosenholm D. Three dimensional absolute orientation of stereo models using digital elevation models [J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1988, 54(3): 1385 – 1389.
- [11] Liu Y H. Improving ICP with easy implementation for free form surface matching [J]. Pattern Recognition, 2004, 37(3): 211 – 226.
- [12] 戴静兰, 陈志杨, 叶修梓. ICP 算法在点云配准中的应用 [J]. 中国图象图形学报, 2007, 12(3): 517 – 521.  
Dai Jing-lan, Chen Zhi-yang, Ye xiu-zi. The application of ICP algorithm in point cloud alignment [J]. Journal of Image and Graphics, 2007, 12(3): 517 – 521. (in Chinese)
- [13] 王程东, 程筱胜, 崔海华, 戴宁. SIFT 算法在点云配准中的应用 [J]. 传感器与微系统, 2012, 31(2): 149 – 152.  
Wang Cheng-dong, Cheng Xiao-sheng, Cui Hai-hua, Dai Ning. Application of SIFT algorithm in point cloud registration [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2012, 31(2): 149 – 152. (in Chinese)
- [14] 李德仁, 袁修孝. 误差处理与可靠性理论 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002. 92 – 120.
- Li De-ren, Yuan Xiu-xiao. Error Processing and Reliability Theory [M]. Wuhan, China: Wuhan University, 2002. 92 – 120. (in Chinese)
- [15] 武晓波, 王世新, 肖春生. Delaunay 三角网的生成算法研究 [J]. 测绘学报, 1999, 28(1): 28 – 35.  
Wu Xiao-bo, Wang Shi-xing, Xiao Chun-sheng. A new study of delaunay triangulation creation [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1999, 28(1): 28 – 35. (in Chinese)
- [16] 王建华, 徐强勋, 张锐. 任意形状三维物体的 Delaunay 网格生成算法 [J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 717 – 722.  
Wang Jian-hua, Xu Qiang-xun, Zhang Rui. Delaunay algorithm and related procedure to generate the tetrahedron mesh for an object with arbitrary boundary [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 717 – 722. (in Chinese)

#### 作者简介



左志权 男. 1983 年 11 月出生, 湖北仙桃人. 2011 年毕业于武汉大学遥感信息工程学院, 其后在中国测绘科学研究院摄影测量与遥感所从事相关研究工作, 研究兴趣为 LiDAR 系统误差检校、地形地表建模、以及点云与影像联合处理等相关内容, 发表学术论文 10 余篇.

E-mail: zqzuo@casm.ac.cn



刘正军 男. 1974 年生, 湖南湘潭人. 博士, 研究员, 国家测绘局青年学术与技术带头人. 2003 年博士毕业于中科院遥感所, 主要从事机载 LiDAR 数据处理、高分辨率遥感影像信息提取、突发事件地理信息技术等方面研究工作, 发表学术论文 50 余篇.

E-mail: zjliu@casm.ac.cn