

# 基于主成分分析的经验模态分解消噪方法

王文波<sup>1,2</sup>, 张晓东<sup>3</sup>, 汪祥莉<sup>4</sup>

(1. 武汉科技大学信息与计算科学系, 湖北武汉 430065; 2. 遥感科学国家重点实验室, 北京 100101;

3. 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北武汉 430072; 4. 武汉理工大学计算机科学与技术学院, 湖北武汉 430063)

**摘 要:** 针对非线性非平稳信号的去噪问题, 提出一种基于主成分分析(PCA)的经验模态分解(EMD)消噪方法. 该方法根据 EMD 的分解特性, 利用 PCA 对噪声信号经 EMD 分解后的内蕴模态函数(IMF)进行去噪处理: 首先利用“ $3\sigma$  法则”对第一层 IMF 进行细节信息提取, 并估计每层 IMF 中所含噪声的能量; 然后对 IMF 进行 PCA 变换, 根据 IMF 中所含噪声的能量选择合适数目的主成分分量进行重构, 以去除 IMF 中的噪声. 为验证本文方法的有效性, 进行了数字仿真与实例应用实验. 实验结果均表明, 所提方法的消噪效果整体上优于 Bayesian 小波阈值消噪方法和基于模态单元的 EMD 阈值消噪方法, 是一种有效的信号消噪新方法.

**关键词:** 经验模态分解; 信号消噪; 主成分分析; 噪声能量

**中图分类号:** TN911.72      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2013)07-1425-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.07.028

## Empirical Mode Decomposition De-noising Method Based on Principal Component Analysis

WANG Wen-bo<sup>1,2</sup>, ZHANG Xiao-dong<sup>3</sup>, WANG Xiang-li<sup>4</sup>

(1. School of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430065, China;

2. State Key Laboratory of Remote Sensing Science, Beijing 100101, China;

3. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;

4. School of Computer Science and Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan, Hubei 430063, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of nonlinear and nonstationary signal de-noising, a novel de-noising method is proposed by combining the principal component analysis(PCA) and empirical mode decomposition(EMD). The method removes noise of intrinsic mode functions(IMFs) using PCA, after the noisy signal is decomposed by EMD. Firstly, the signal details of the first IMF are extracted by using  $3\sigma$  criterion, and the noise energy of each level IMF is estimated. Secondly, the PCA is implemented on each IMF, and the part of principle components are selected to reconstruct the IMF according to noise energy of IMFs, then the noise of IMF is removed efficiently. Numerical simulation and real data test were carried out to evaluate the performance of the proposed method. The experimental results showed that the proposed method outperformed the Bayesian wavelet threshold de-noising algorithm and mode cell EMD de-noising algorithm. So it is an effective signal de-noising method.

**Key words:** empirical mode decomposition; signal de-noising; principal component analysis; noise energy

## 1 引言

从被噪声污染的信号中对原信号进行复原是信号处理中的经典问题之一<sup>[1]</sup>. 小波分析由于良好的时频分析特性, 在信号去噪中得到了广泛的应用<sup>[2,3]</sup>, 但在应用小波变换对信号去噪时, 需要预先选定小波基和分解的层数. 已有的研究表明<sup>[4,5]</sup>, 选用不同的小波基和分解层数, 对去噪结果影响很大, 这给利用小波进行信号去噪带来了很大的不便. 近年来, Huang 等人提出了一

种新的时频分解算法—经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)<sup>[6]</sup>. EMD 是一种数据驱动的自适应信号分解方法, 可以把数据分解成具有物理意义的一组内蕴模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)分量. EMD 与小波变换相比最大优点是: 小波分解需要事先给定小波基(如 Haar, Morlet, Daubechies 等)并设定分解层次; 而 EMD 中的基函数和分解层次不需要事先给定, 而是根据信号特性通过迭代的方式自适应地获取.

EMD 在一定程度上克服了小波变换的不足, 是一

种完全数据驱动的自适应分解算法,已经被应用于多个领域<sup>[7]</sup>.基于 EMD 的信号去噪算法也已得到了广泛的研究,已有的 EMD 去噪算法主要分为三大类:部分重构去噪法<sup>[8,9]</sup>、直接阈值去噪法<sup>[10,11]</sup>和基于模态单元的阈值去噪法<sup>[12,13]</sup>.上述算法均为 EMD 去噪提供了很好的思路,取得了较好的去噪效果,但仍存在一些问题.部分重构去噪法中,将选出的高频 IMF 作为噪声直接去除而对剩余的 IMF 直接累加,导致去噪后信号细节信息丢失较多且噪声不能完全去除;直接阈值去噪法中没有考虑 EMD 分解的固有特性,去噪时破坏了模态单元的完整性,影响了去噪的效果;基于模态单元的阈值去噪法去噪时没有破坏 IMF 中固有振荡的完整性,提高了噪声去除能力和信号细节保持能力,但其模态单元的阈值确定是个难题;而且算法中将极值小于阈值的模态单元直接去除,极值大于阈值的模态单元直接保留,导致小阈值模态单元中信号信息被丢失,大阈值模态单元中噪声不能被去除.

为了进一步提高 EMD 的去噪能力,本文提出了一种基于主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)的 EMD 去噪方法,主要思想是根据 EMD 的分解特性,准确估计每层 IMF 中所含噪声的能量,然后利用 PCA 对高层 IMF 进行分解,并根据 IMF 中噪声所占的能量比例,选择合适个数的主成分分量进行重构,从而有效去除 IMF 中的噪声.本文所提出的方法较好地考虑了 IMF 中所含噪声的特点,去噪过程中不需要计算阈值,而且可较好保持模态单元的完整性.

## 2 经验模态分解和主成分分析

### 2.1 经验模态分解

经验模态分解可将待分析信号分解为一系列表征时间尺度的 IMF 分量,对信号  $x(t)$  进行 EMD 分解的步骤为<sup>[6]</sup>:

**Step1** 确定  $x(t)$  的所有极大值和极小值点,分别对其进行三次样条插值,构造  $x(t)$  的上下包络线  $x_{up}(t)$  和  $x_{low}(t)$ , 计算上下包络线的均值  $m_1(t) = (x_{up}(t) + x_{low}(t))/2$ ;

**Step2** 计算  $x(t)$  和  $m(t)$  之间的差值,  $g_1(t) = x(t) - m_1(t)$ ;

**Step3** 判断  $g_1(t)$  是否是一个 IMF,

(a) 如果  $g_1(t)$  符合 IMF 的定义条件,是一个 IMF, 则抽取  $g_1(t)$  作为第一个 IMF 分量,令  $imf_1(t) = g_1(t)$ , 并求原信号与  $imf_1$  之间的差值  $r_1(t)$ ,  $r_1(t) = x(t) - imf_1(t)$ ,

(b) 如果  $g_1(t)$  不是一个 IMF,则将  $g_1(t)$  视为一个新的信号序列,重复步骤 1 和步骤 2,求其包络均值

$m_{11}(t)$  及  $g_1(t)$  与  $m_{11}(t)$  间的差值  $g_{11}(t)$ , 对  $g_{11}(t)$  重复上述过程  $n$  次,直到  $g_{1n}(t)$  符合 IMF 的定义条件,则令  $g_{1n}(t) = g_{1(n-1)}(t) - m_{1n}$  为  $x(t)$  的第一个 IMF 分量,并求原信号与  $imf_1$  之间的差值  $r_1(t)$ ,  $r_1(t) = x(t) - imf_1(t)$ ;

**Step4** 将  $r_1(t)$  作为一个新的“原始”信号,重复步骤(step1 ~ step3),抽取第 2 个内蕴模态函数分量  $imf_2$ , 令  $r_2(t) = r_1(t) - imf_2(t)$ , 将  $r_2(t)$  作为一个新的“原始”信号,抽取第 3 个内蕴模态函数分量  $imf_3, \dots$ ; 以此类推,直到第  $K$  次的余项  $r_K = r_{(K-1)} - imf_K$  满足终止条件,则停止迭代,  $x(t)$  的 EMD 分解完成.

EMD 分解结束后,原始信号  $x(t)$  可被表示为各 IMF 和一个余项之和  $x(t) = \sum_{k=1}^K imf_k(t) + r_K(t)$ , 其中  $imf_k$  表示第  $k$  个 IMF 分量.如果  $x(t)$  被零均值高斯白噪声污染,则  $imf_k$  中所含噪声仍近似服从零均值正态分布<sup>[14]</sup>,即可设

$$imf_k = y_k + n_k \quad (1)$$

其中  $y_k$  表示没被污染的原始信号,  $n_k$  表示所含噪声, 且  $n_k \sim N(0, \sigma_k^2)$ .

### 2.2 主成分分析

主分量分解(PCA)<sup>[15]</sup>被广泛应用于数据的降维和去噪处理中.设原始数据为  $X = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_M^T)^T$ , 令  $\bar{x}_i = x_i - E(x_i)$ , 其中  $E(x_i)$  为  $x_i$  的期望, 记  $\bar{X} = (\bar{x}_1^T, \bar{x}_2^T, \dots, \bar{x}_M^T)^T$ , 则  $X$  的协方差矩阵为  $C_{M \times M} = E((\bar{X})_{M \times N} (\bar{X}^T)_{N \times M})$ , 通过奇异值分解,  $C_{M \times M}$  可被写为  $C_{M \times M} = U_{M \times M} \Lambda_{M \times M} (U^T)_{M \times M}$ , 这里  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$  为对角矩阵,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$  为  $C$  的特征值,  $U = (u_1, u_2, \dots, u_M)$  为特征值所对应的特征向量组成的正交矩阵.令

$$P_{M \times N} = (U^T)_{M \times M} \bar{X}_{M \times N} \quad (2)$$

称  $P = (p_1^T, p_2^T, \dots, p_M^T)^T$  的各行为  $\bar{X}$  的主分量, 它们在  $P$  中依贡献率大小排序.  $p_i$  对应的特征值与特征值总和的比  $\lambda_i / \sum_{i=1}^M \lambda_i$  称为该主分量的贡献率.如果仅取前  $H$  个主分量  $\tilde{P} = (p_1^T, p_2^T, \dots, p_H^T, 0^T, \dots, 0^T)^T$  重构原始数据, 则重构的数据为  $\tilde{X}_{M \times N} = U_{M \times M} \tilde{P}_{M \times N}$ , 噪声信号在经 PCA 处理时, 由于  $\lambda_{H+1}, \dots, \lambda_M$  对应的主分量  $p_{H+1}, \dots, p_M$  包含了信号中的大部分噪声, 在重构时直接丢掉; 而代表了信号主要特征的主分量  $p_1, \dots, p_H$  被保留, 因而 PCA 可以有效的去除噪声.

## 3 利用 $3\sigma$ 准则提取 $imf_1$ 中的细节信息

在最初的 EMD 去噪算法中, 通常认为第一层 IMF

全部由噪声构成,但随着研究的深入,逐渐发现  $\text{imf}_1$  中仍含有一定量的信号细节信息<sup>[12,13]</sup>. 对  $\text{imf}_1$  进行适当的处理,提取其所含的信号细节信息并加以保留,会提高去噪效果,利用处理后的  $\text{imf}_1$  估计其余 IMF 中所含噪声的能量也更准确. 但由于先验知识很少,所以对  $\text{imf}_1$  进行处理是个难题. 在  $\text{imf}_1$  中噪声占绝大部分,而仅含有少量的信号细节信息,且所含噪声仍近似服从零均值正态分布,所以非常适合采用“3 $\sigma$  法则”进行细节信息提取<sup>[16]</sup>. 由式(1)可知,  $\text{imf}_1$  满足加性噪声模型  $\text{imf}_1 = y_1 + n_1$  且  $n_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$ . 根据“3 $\sigma$  法则”,噪声  $n_1$  的分布满足  $P\{|n_1[i]| \leq 3\sigma_1\} = 99.73\%$ , 即噪声  $n_1$  落在  $[-3\sigma_1, 3\sigma_1]$  之间的概率为 0.9973, 而落在  $3\sigma_1$  之外的概率仅约为 0.003. 因此如果  $\text{imf}_1[i]$  的值没有落在  $[-3\sigma_1, 3\sigma_1]$  之内,则可认为  $\text{imf}_1[i]$  中必然含显著误差,也即有必然含有信号信息  $y_1$ , 需要予以保留. 利用“3 $\sigma$  法则”对  $\text{imf}_1$  进行细节信息提取可表示为:

$$\text{imf}_1^d[i] = \begin{cases} \text{imf}_1[i], & \text{if } \text{abs}(\text{imf}_1[i]) \geq 3\sigma_1 \\ 0, & \text{if } \text{abs}(\text{imf}_1[i]) < 3\sigma_1 \end{cases}$$

其中  $\text{imf}_1^d$  表示从  $\text{imf}_1$  提取出的信号细节;噪声方差  $\sigma_1^2$  采用文献[17]中提出的方法进行估计,即  $\sigma_1^2 = \frac{\text{Median}(\text{HH})}{0.6745}$ , 这里  $\text{HH}$  表示  $\text{imf}_1$  的高频子带小波系数.

#### 4 各层 IMF 中所含噪声能量的估计

利用“3 $\sigma$  法则”对  $\text{imf}_1$  进行细节信息提取后,可求出  $\text{imf}_1$  中所含噪声的能量  $W[1]$ <sup>[18]</sup>:

$$W[1] = \sum_{i=1}^M (\text{imf}_1[i] - \text{imf}_1^d[i])^2 \quad (3)$$

假设  $\text{imf}_k (k \geq 2)$  中所含噪声的能量为  $W[k]$ , 由于信号和噪声混杂在一起, 因此一般情况下并不能求出  $W[k]$ . 但通过含噪信号经 EMD 分解后的噪声能量模型, 可对  $W[k]$  进行近似计算. 被白噪声污染的信号经 EMD 分解后, 如果第一层内蕴模态函数  $\text{imf}_1$  中所含噪声的能量为  $W[1]$ , 则  $\text{imf}_k$  中所含的噪声的能量  $W[k]$  可由下式求出<sup>[18]</sup>

$$W[k] = \frac{W[1]}{\beta} \rho^k, k \geq 2 \quad (4)$$

其中  $\beta \approx 0.719$ ,  $\rho \approx 2.01$ . 因此, 求出  $\text{imf}_1$  中所含噪声的能量  $W[1]$  后, 即可通过式(4)估计  $\text{imf}_k (k \geq 2)$  中所含噪声的能量  $W[k]$ .

#### 5 根据噪声能量利用 PCA 去除 $\text{imf}_k (k \geq 2)$ 中的噪声

$\text{imf}_k (k \geq 2)$  经 PCA 分解后, 信号和噪声能够被有效分离, 如果想较好去除  $\text{imf}_k$  中噪声, 必须要选择合适

个数的主分量进行重构, 通常根据前  $H$  个主分量的累计贡献率  $r = (\sum_{i=1}^H \lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i)$  来确定保留的主成分分量的个数. 但累积贡献率  $r$  的选择并不是一个简单的事情, 本文根据  $\text{imf}_k$  中所含噪声能量的比例, 提出了一种自适应确定累计贡献率  $r$  的方法. 由式(1)可知  $\text{imf}_k = y_k + n_k$ ,  $E(n_k) = 0, (k \geq 2)$ , 为了表示方便, 设  $X_k = \text{imf}_k^T$ ,  $\bar{X}_k = \text{imf}_k^T - E(\text{imf}_k^T) = X_k - E(X_k)$ ,  $C_{X_k} = E(\bar{X}_k \bar{X}_k^T)$  为  $X$  的协方差矩阵, 其中  $M$  表示  $\text{imf}_k$  的长度, 显然  $\bar{X}_k$  所含噪声与  $\text{imf}_k^T$  所含噪声相同. 假设  $\bar{X}_k$  经 PCA 分解后的主分量为  $P = (p_1^T, p_2^T, \dots, p_M^T)^T$ , 如果选择前  $H$  个主分量  $\tilde{P} = (p_1^T, p_2^T, \dots, p_H^T, 0^T, \dots, 0^T)^T$  进行重构以去除  $\bar{X}_k$  中的噪声, 则可得到去噪后的信号

$$\tilde{X}_k = (u_1, u_2, \dots, u_M) (p_1^T, \dots, p_H^T, 0^T, \dots, 0^T)^T = \sum_{i=1}^H u_i p_i \quad (5)$$

此时从  $\bar{X}_k$  中删除的噪声为

$$\Delta \bar{X}_k = \bar{X}_k - \tilde{X}_k = \sum_{i=H+1}^M u_i p_i \quad (6)$$

设  $\bar{X}_k$  和  $\Delta \bar{X}_k$  的能量分别为  $\epsilon(\bar{X})$ 、 $\epsilon(\Delta \bar{X})$ . 信号 PCA 分解后, 前几项主分量包含了信号的主要特征信息, 而噪声集中在后面的主分量中. 因此在利用 PCA 对  $\bar{X}_k$  去噪时, 如果选择合适的  $H$ , 使删除的噪声  $\Delta \bar{X}_k$  的能量与  $\bar{X}_k$  本身所含的噪声能量相同, 也即使得  $\epsilon(\Delta \bar{X}_k) = W[k]$ , 则可认为  $\bar{X}_k$  中的噪声基本被全部去除, 达到了较好的去噪效果. 式(6)等价于

$$\frac{\epsilon(\Delta \bar{X}_k)}{\epsilon(\bar{X}_k)} = \frac{W[k]}{\epsilon(\bar{X}_k)} \quad (7)$$

由式(2)和  $U$  的正交性可知:  $\bar{X}_k = UP = \sum_{i=1}^M u_i p_i$ ,  $p_i = u_i^T \bar{X}_k$ , 所以信号  $\bar{X}_k$  的能量为:

$$\begin{aligned} \epsilon(\bar{X}_k) &= \bar{X}_k \bar{X}_k^T = (\sum_{i=1}^N u_i p_i) (\sum_{j=1}^N u_j p_j)^T \\ &= \sum_{i=1}^N p_i p_i^T = \sum_{i=1}^N u_i^T \bar{X}_k \bar{X}_k^T u_i \\ &= (N-1) \sum_{i=1}^N u_i^T C_{\bar{X}} u_i = (N-1) \sum_{i=1}^N \lambda_i \end{aligned} \quad (8)$$

而所删除的噪声  $\Delta \bar{X}_k$  的能量可表示为

$$\begin{aligned} \epsilon(\Delta \bar{X}_k) &= (\Delta \bar{X}_k)^T \Delta \bar{X}_k \\ &= \sum_{i=H+1}^N p_i p_i^T = \sum_{i=H+1}^N u_i^T \bar{X}_k \bar{X}_k^T u_i \\ &= (N-1) \sum_{i=H+1}^N u_i^T C_{\bar{X}} u_i \\ &= (N-1) \sum_{i=H+1}^N \lambda_i \end{aligned} \quad (9)$$

由式(8)和式(9)可知, 被删除噪声  $\Delta \bar{X}_k$  的能量与  $\bar{X}_k$  的

能量之比为 $\frac{\varepsilon(\Delta\bar{\mathbf{X}}_k)}{\varepsilon(\bar{\mathbf{X}}_k)} = (\sum_{i=H+1}^N \lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i)$ . 所以, 为了使 $\bar{\mathbf{X}}_k$  中的噪声被完整去除, 应选择合适的  $H$  使 $(\sum_{i=H+1}^N \lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i) = \frac{W[k]}{\varepsilon(\bar{\mathbf{X}}_k)}$  成立. 但在选择  $H$  时, 很难保证使得 $(\sum_{i=H+1}^N \lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i) = \frac{W[k]}{\varepsilon(\bar{\mathbf{X}}_k)}$  恰好成立, 本文中对  $H$  按照以下方法进行取值: 如果存在  $\beta$  使得式(10)成立, 则令  $H = \beta$ ,

$$(\sum_{i=\beta+1}^N \lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i) \leq \frac{W[k]}{\varepsilon(\bar{\mathbf{X}}_k)} \leq (\sum_{i=\beta}^N \lambda_i / \sum_{i=1}^N \lambda_i) \quad (10)$$

应保留的主分量个数  $H$  确定后, 根据式(5)可求出  $\bar{\mathbf{X}}_k$  去噪后的信号 $\tilde{\mathbf{X}}_k$ , 因为  $\bar{\mathbf{X}}_k = \mathbf{imf}_k^T - E(\mathbf{imf}_k^T)$ , 所以  $\mathbf{imf}_k$  去噪后的值为:  $\mathbf{imf}_k^d = (\tilde{\mathbf{X}}_k + E(\mathbf{imf}_k^T))^T$ .

本文所提出的基于 PCA 的 EMD 去噪算法具体步骤为:

**Step1** 对信号  $\mathbf{x}(t)$  进行 EMD 分解, 设分解后的 IMF 为  $\mathbf{imf}_1, \dots, \mathbf{imf}_K$ , 余项为  $\mathbf{r}_K$ ;

**Step2** 对  $\mathbf{imf}_1$  采用“ $3\sigma$  法则”提取信号细节信息, 设提取的细节信息为  $\mathbf{imf}_1^d$ ;

**Step3** 根据式(3)求  $\mathbf{imf}_1$  所含噪声的能量, 并利用式(4)估计  $\mathbf{imf}_k (k \geq 2)$  中所含噪声的能量;

**Step4** 对  $\mathbf{imf}_k (k \geq 2)$  进行 PCA 分解, 根据式(10)选择合适个数的主分量进行重构去噪, 设  $\mathbf{imf}_k$  去噪后的值为  $\mathbf{imf}_k^d$ ;

**Step5** 累加全部  $\mathbf{imf}_k^d (1 \leq k \leq K)$  和余项  $\mathbf{r}_K$ , 得到去噪后信号  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ .

## 6 实验结果与分析

为了分析所提出算法的去噪性能, 分别对仿真信号

和真实信号进行去噪实验. 仿真信号利用 Matlab 中的 wnoise 函数生成, 分别生成“Blocks”, “Bumps”, “Heavy sine”和“Doppler”等四类具有典型特征的测试样本; 真实信号选择来自 Bell 实验室的一段电力系统信号. 为了对比去噪效果, 对噪声信号分别采用基于 Bayesian 阈值的小波去噪法(Bayesian-Wavelet)、基于模态单元的 EMD 阈值法(Mode-EMD)和本文提出的基于 PCA 的 EMD 去噪法(PCA-EMD)进行去噪. 在利用 Bayesian-Wavelet 法进行去噪时, 小波基选用“db8”小波, 分解层数取为 10; 在 Bayesian-Wavelet 和 Mode-EMD 的去噪中, 均采用硬阈值法. 本文采用均方误差 MSE 和信噪比 SNR 来评估算法的性能: 信噪比越大, 均方误差越小, 表明去噪效果越好.

### 6.1 对仿真信号的去噪

在对仿真信号的实验中, 首先利用 wnoise 生成信噪比分别为 SNR = 0, 5dB, 10dB, 15dB, 20dB 的测试信号, 信号长度  $L$  取为 4096. 图 1 是 SNR = 5dB 时, 测试样本“Doppler”及不同方法去噪后的实验结果, 在图 1(c) ~ (f) 中, 实线为原始信号, 虚线为去噪后信号. 对 3 种方法去噪后的结果分别计算 MSE 和 SNR (见表 1). 可以看出, 在当 SNR = 5dB 时, “Doppler”信号经 PCA-EMD 方法消噪后效果相对较好, 与 Bayesian-Wavelet 算法相比, SNR 提高了 2.509, MSE 约减小了 0.053; 与 Mode-EMD 算法相比, SNR 约提高了 1.529, MSE 约降低了 0.017.

不同信噪比的仿真信号经三种方法去噪后的 MSE 和 SNR 如表 1 所示, 通过比较可知, 本文提出的 PCA-EMD 方法总体去噪效果要优于 Bayesian-Wavelet 方法和 Mode-EMD 方法, 消噪后的信号更接近原始信号; 但当信噪比增大时, PCA-EMD 与 Mode-EMD 之间的差距在逐渐减小, 当信噪比增加到 20dB 时, 本文方法与 Mode-EMD 算法的去噪结果已非常接近.

表 1 仿真信号的去噪结果

Methods		SNR/Variance				
		0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
Blocks	PCA-EMD	14.529/0.2138	16.820/0.1352	20.761/0.0545	22.959/0.0274	23.905/0.0257
	Mode-EMD	14.149/0.2333	16.571/0.1336	20.390/0.0554	22.833/0.0316	23.225/0.0289
	Bayesian Wavelet	13.895/0.2474	16.232/0.1444	19.822/0.0632	22.232/0.0329	23.537/0.0285
Bumps	PCA-EMD	14.061/0.0204	17.044/0.0102	19.619/0.0057	19.794/0.0051	17.291/0.0097
	Mode-EMD	13.366/0.0224	16.643/0.0113	19.316/0.0061	19.152/0.0058	17.220/0.0099
	Bayesian Wavelet	12.001/0.0328	15.943/0.0132	18.857/0.0068	18.939/0.0063	17.197/0.0097
Heavy Sine	PCA-EMD	19.735/0.1013	22.124/0.0584	27.544/0.0168	31.206/0.0085	34.194/0.0036
	Mode-EMD	18.612/0.1311	21.946/0.0609	27.197/0.0182	30.337/0.0088	34.142/0.0037
	Bayesian Wavelet	18.414/0.1373	21.358/0.0697	26.863/0.0196	30.479/0.0092	33.072/0.0047
Doppler	PCA-EMD	18.612/0.0124	21.549/0.0061	26.823/0.0224	29.918/0.0139	31.513/0.0024
	Mode-EMD	16.426/0.0207	20.020/0.0078	25.419/0.0256	27.355/0.0158	30.932/0.0022
	Bayesian Wavelet	15.819/0.0225	19.040/0.0114	24.684/0.0291	26.539/0.0150	28.212/0.0041

### 6.2 对实际电力信号的去噪

图 2(a) 是在有噪声干扰的环境下采集到的一段电

力系统信号, 对该信号分别利用三种方法进行去噪, 去噪后的结果如图 2(b) ~ (d) 所示. 从图 2 可以看出,

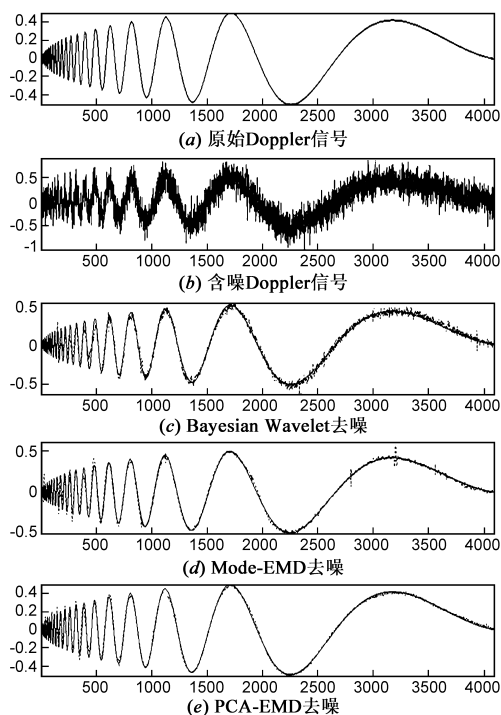


图1 Doppler信号的去噪结果比较

PCA-EMD 去噪后信号的细节和突变部分保持较好,与 Bayesian-Wavelet 和 Mode-EMD 去噪结果相比,噪声明显有所减少.分别计算各去噪信号 MSE 和 SNR,结果如下: Bayesian-wavelet 去噪后,  $MSE = 81.8073$ ,  $SNR = 32.023$ ; Mode-EMD 去噪后,  $MSE = 73.0587$ ,  $SNR = 32.5142$ ; PCA-EMD 去噪后,  $MSE = 70.9869$ ,  $SNR = 32.6391$ .可以看出,PCA-EMD 方法去噪后的 MSE 最小,而 SNR 最大.这表明电力信号经 PCA-EMD 方法去噪

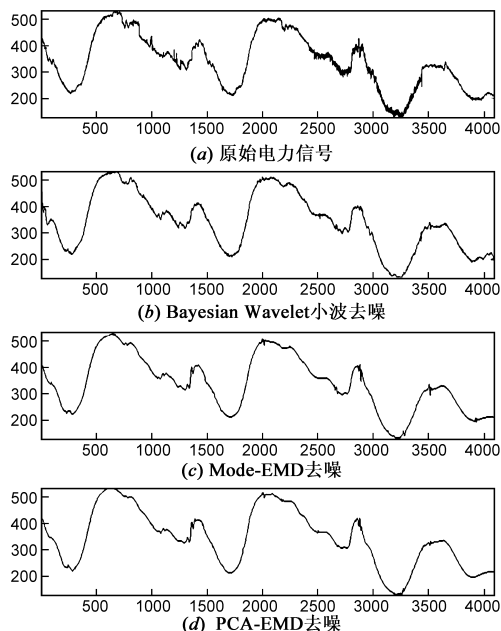


图2 电力信号的去噪结果比较

后,信号细节的保留程度和信号的复原程度都更好一些.可见,对实际信号进行去噪时,PCA-EMD 方法与 Bayesian-Wavelet 和 Mode-EMD 方法相比,去噪能力也有一定程度的提高,是一种比较有效的去噪方法.

实验在 matlab7.8.0 环境下进行,计算机内存为 2G, CPU 主频为 3.06GHz, EMD 采用 flandrin 提供的 pack\_EMD (<http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.html>).统计 Doppler, Heavy Sine, Bumps, Blocks 以及实际电力信号的去噪时间开销:本文方法的平均时间开销约为 0.032943s; Mode-EMD 算法的平均时间开销约为 0.029326s.本文方法的时间花费比 Mode-EMD 算法约高 12%,运算量没有明显增加.

## 7 结束语

为了提高 EMD 的去噪效果,本文提出了一种基于 PCA 的 EMD 去噪新方法.首先利用“ $3\sigma$  法则”对第一层 IMF 进行信号细节信息提取,并计算各层 IMF 中所含噪声的能量;然后利用 PCA 对各 IMF 进行去噪,去噪时根据每层 IMF 中所含噪声的能量自适应的确定应保留的主分量的个数.为了验证所提算法的性能,选择了基于 Bayesian 阈值的小波方法和基于模态单元的 EMD 阈值方法进行比较.首先采用含不同强度噪声的仿真信号进行实验,实验结果表明,所提算法的去噪效果整体优于小波方法和基于模态单元阈值的 EMD 方法.而对含噪电力信号进行的消噪实例应用,也进一步验证了本文方法的有效性.

## 参考文献

- [1] D L Donoho. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1995, 41(3): 613 - 627.
- [2] A Pizurica, W Philips. Estimating the probability of the presence of a signal of interest in multiresolution single and multi-band image denoising[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2006, 15(3): 654 - 665.
- [3] J Portilla, V Strela, M J Wainwright, E P Simoncelli. Image denoising using scale mixtures of gaussians in the wavelet domain [J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2003, 12(11): 1338 - 1351.
- [4] L Zhang, P Bao, X Wu. Multiscale LMMSE-based image denoising with optimal wavelet selection[J]. IEEE Transaction on Circuits System Video Technology, 2005, 15(4): 469 - 481.
- [5] 张华, 陈小宏, 杨海燕. 地震信号去噪的最优小波基选取方法[J]. 石油地球物理勘探, 2011, 46(1): 70 - 75.  
Zhang Hua, Chen Xiaohong, Yang Haiyan. Optimistic wavelet basis selection in seismic signal noise elimination [J]. OGP, 2011, 46(1): 70 - 75. (in Chinese)
- [6] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode de-

- composition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1998, A454(1971): 903 – 995.
- [7] 徐晓刚, 徐冠雷, 王孝通, 秦绪佳. 经验模态分解及其应用[J]. 电子学报, 2009, 37(3): 581 – 585.  
Xu Xiaogang, Xu Guanlei, Wang Xiaotong, et al. Empirical mode decomposition and its application[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(3): 581 – 585. (in Chinese)
- [8] 陈东方, 吴先良. 采用 EMD 方法消除瞬态散射回波中的高斯白噪声干扰[J]. 电子学报, 2004, 32(3): 496 – 498.  
Chen Dong-fang, Wu Xian-liang. Recovery of signal from transient scattered response contaminated by gaussian white noise based on EMD method[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(3): 496 – 498. (in Chinese)
- [9] 杨向林, 严洪, 许志, 等. 基于 Hilbert-Huang 变换的 ECG 消噪[J]. 电子学报, 2011, 39(4): 819 – 824.  
Yang Xiang-lin, Yan Hong, Xu Zhi, etc. ECG de-noising based on Hilbert-Huang transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(4): 819 – 824. (in Chinese)
- [10] Olufemi A, Vladimir A, Auroop R. Empirical mode decomposition technique with conditional mutual information for denoising operational sensor data[J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11(10): 2565 – 2575.
- [11] 赵志宏, 杨绍普, 申永军. 一种改进的 EMD 降噪方法[J]. 振动与冲击, 2009, 28(12): 35 – 37.  
Zhao Zhihong, Yang Shaopu, Shen Yongjun. Improved EMD based on de-noising method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(12): 35 – 37. (in Chinese)
- [12] 曲从善, 路延镇, 谭营. 一种改进型经验模态分解及其在信号消噪中的应用[J]. 自动化学报, 2010, 36(1): 67 – 73.  
Qu Congshan, Lu Tingzhen, Tan Ying. A modified empirical mode decomposition method with applications to signal denoising[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(1): 67 – 73. (in Chinese)
- [13] Y Kopsinis, S McLaughli. Development of EMD-based denoising methods inspired by wavelet thresholding[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(4): 1351 – 1362.
- [14] Zhaohua Wu, Norden E H. A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method[J]. Proceedings of the Royal Society of London A8, 2004, 460 (2046): 1597 – 1611.
- [15] Lei Zhang, Rastislav L, Wu Xiaolin. PCA-based spatially adaptive denoising of CFA images for single-sensor digital cameras[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2009, 18(4): 797 – 812.
- [16] 王宏宝. 电子测量[M]. 北京: 科学出版社, 2005.  
Wang Hongbao. Electronic Measuring[M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese)
- [17] Johnstone I, Wilverman B. Wavelet threshold estimators for data with correlated noise[J]. Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), 1997, 59(2): 319 – 351.
- [18] Flandrin P, Rilling G, Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(2): 112 – 114.

### 作者简介



**王文波** 男, 1978 年 5 月出生, 湖北襄阳人. 武汉科技大学信息与计算科学系副教授、硕士生导师. 主要研究方向为多尺度分析及应用.  
E-mail: ww0178@yahoo.com.cn



**张晓东** 男, 1974 年 6 月出生, 湖南岳阳人. 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室教授、博士生导师. 主要研究方向为遥感图像的处理与应用.  
E-mail: xdzhang@lmars.whu.edu.cn



**汪祥莉** 女, 1978 年 1 月出生, 湖北武汉人. 武汉理工大学计算机科学与技术学院讲师. 主要研究方向为无线传感器网络中的信息处理.