

# 强干扰下几乎循环平稳正弦信号 LSFD 估计

余国文, 王宏远

(华中科技大学数字视频与通信中心, 湖北武汉 430074)

**摘 要:** 强干扰和低信噪比环境下, 根据接收信号循环平稳特性, 本文提出一种基于周期时间平均的正弦信号检测和频率线性估计算法(LSFD), 可以准确估计信号频率, 有效抑制干扰和噪声, 且具有盲性. 计算机仿真结果证明了 LSFD 算法的正确性, 其弱信号检测性能优于 FFT 算法, 收敛速度优于循环相关系数算法.

**关键词:** 色噪声; 几乎循环平稳; 周期时间平均; 循环频率; 渐进收敛

**中图分类号:** TN929 533 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 06 1008 04

## Almost Cyclostationary Weaken Signal LSFD Estimating Under Stronger Interference

YU Guo-wen, WANG Hong-yuan

(Department of Electron & Information Engineering, HUST, Wuhan, Hubei 430074, China)

**Abstract:** A novel weaken signal detecting and frequency estimating blindly algorithm (LSFD) based on period time-average is proposed according to the cyclostationary under stronger interference. LSFD algorithm can estimate signal frequency correctly, and restrict interference and noise effectively than FFT. The analysis and simulation results show that LSFD algorithm is blindly, and faster than correlation method.

**Key words:** colored noise; almost cyclo-stationary; period time average; cyclo-frequency; asymptotic convergence

### 1 引言

强干扰条件下正弦信号检测和频率估计是电子对抗信号处理的一个重要问题, 如各种传感器中弱正弦感应信号识别, 雷达回波信号中 Doppler 频率估计, 数字通信中载波检测等. 通常离散傅立叶变换和功率谱估计技术能够给出信号频率的最大似然估计 (MLE)<sup>[1]</sup>. 为克服离散傅立叶变换最大似然估计算法对采样频率的依赖性, 并进一步降低算法复杂度, Tretter S 在文献[2]中提出基于接收信号线性回归的频率估计算法, Luise 和 Reggiannini 也提出了接收信号自相关系数频率估计算法<sup>[3]</sup>, 但是由于信号帧结构中导频符号的采用, 这些算法的频谱效率严重降低. 为提高频谱利用率, K. E. Scott 及 M. Tsatsanis 分别在文献[4, 5]中讨论了无导频符号辅助的开环盲信号检测和频率估计问题, 并给出了时频域仿真结果.

几乎循环平稳是许多信号处理对象的一种重要特征, 近年来逐步应用于信号处理领域, 成为信号处理理论研究的新热点之一. 在信号处理许多关键问题上, 利用循环相

关系数和循环谱估计技术, 可以获得对干扰和噪声的有效抑制<sup>[6,7]</sup>, 例如 G. B. Giannakis & G. Zhou 在文[8]中对加性和乘性噪声中谐波参数进行了估计, F. Gini & G. B. Giannakis 在文[9]中对低信噪比和无导频符号辅助环境下频率偏移盲估计问题进行了研究, 另外 G. B. Giannakis 还在文[10, 11]中对移动信道中 Doppler 频率进行了进一步讨论.

本文在上述分析基础上, 对循环平稳信号的周期时间平均特性做了进一步研究, 旨在探索低信噪比情况下正弦信号检测和频率估计快速计算方法. 实际上几乎循环平稳信号在二维频率域(信号频率和周期频率)中展现了区别于其他统计信号的重要特征<sup>[6,7]</sup>. 根据接收采样信号循环平稳特性分析, 本文构造了接收信号几乎循环平稳模型, 该模型考虑了来自系统内部或外部的强干扰信号和平稳噪声信号的影响. 在该几乎循环平稳信号模型基础上, 对接收目标平稳信号分量的周期频率收敛过程进行了分析, 提出一种基于周期时间平均的正弦信号 LSFD 线性估计算法. LSFD 算法能够高效地检测信号并估计信号频率, 有

收稿日期: 2004 12 08; 修回日期: 2005 08 16

效抑制干扰和噪声的影响, 而且无需导频信号辅助, 具有盲性. 在文章最后, 给出了计算机时域仿真结果, 与其他算法相比, 该算法在信号检测性能上要优于 FFT 算法, 且收敛速度较快.

## 2 几乎周期平稳接收信号模型

假设系统接收信号中除接收目标信号  $s(t)$  外, 还伴随有高斯或非高斯类平稳噪声信号  $n(t)$ , 以及其他来自系统内部的谐波干扰或系统外部的其他高频干扰  $I(t)$ , 这样系统接收信号可以表示为:

$$x(t) = s(t) + I(t) + n(t) \quad (1)$$

其中接收目标信号分量  $s(t)$  是  $k$  阶循环平稳的, 与噪声信号相互独立, 且接收信号中各分量的均值为零, 即:  $E[s(t)] = E[I(t)] = E[n(t)] = 0$ . 显然对  $x(t)$  进行正弦波抽取运算后, 因为噪声信号的平稳性, 它将不含任何周期频率成分, 即  $E^{[q]}[n(t)] = 0$ , 因此:

$$E^{[q]}[s(t) + I(t) + n(t)] = \alpha + \sum_j M_j^\beta \quad (2)$$

其中  $E^{[q]}$  是正弦波抽取运算符号,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  分别是接收目标信号和高频干扰信号的周期频率.

一般情况下  $\forall j$ , 有  $\beta_j \neq k\alpha$ , 即周期频率相互间不能通约. 因此总体上接收信号是一个几乎周期平稳信号, 其周期频率具有离散性. 假设发射信号是周期平稳信号(通常是符合实际情况的)<sup>[6]</sup>, 则传输信道可以等效为一个非随机的确定性系统, 在循环平稳信号激励下产生含循环平稳信号分量的几乎循环平稳输出信号, 或者说输出几乎平稳信号是循环平稳信号的并集, 特殊情况当  $\beta = k\alpha$  时, 输出含高次谐波的循环平稳信号. 因此可以在周期频率域利用循环平稳信号特性来分析信道输出信号特性.

假设循环平稳信号  $x(t)$  的  $k$  阶统计量是  $F_x(t, t)$ , 其中  $t$  是时间变量,  $t$  是  $k$  阶相对时间延迟矢量  $t = [t_1, t_1, \dots, t_k]$ ,  $k$  为任意整数, 则由文献[6], 该信号在周期频率  $\alpha$  处的 Fourier 系数是:

$$M_x^\alpha(t) = E^{[q]}[F_x(t, t)] = \langle F_x(t, t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_t \quad (3)$$

因而该统计量样本值具有周期性:

$$F_x(t, t) = F_x(t + m/\alpha, t) \quad (4)$$

这里符号  $\langle \cdot \rangle_t$  表示接收信号样本周期时间平均,  $M_x^\alpha$  是周期频率分量. 同样, 两个信号的互延迟统计量在周期频率  $\alpha$  处的 Fourier 系数是:

$$M_{xy}^\alpha(t) = E^{[q]}[F_{xy}(t, t)] = \langle F_{xy}(t, t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_t \quad (5)$$

且:  $F_{xy}(t, t) = F_{xy}(t + m/\alpha, t) \quad (6)$

当  $k = 1$  时, 假设  $t_1 = 0$ , 随机信号具有一阶循环平稳特性, 该信号在周期频率上的 Fourier 系数为循环均值:

$$F_x^\alpha = M_x^\alpha = \langle x(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_t \neq 0 \quad (7)$$

显然在非周期频率处, 信号  $k$  阶循环统计量的傅立叶系数为零:

$$M_x^\alpha(t) = \langle F_x(t, t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_t = 0 \quad (8)$$

本文将在后面的讨论中利用信号循环平稳特性, 对接收目

标信号进行检测, 并估计该信号频率.

## 3 循环平稳信号 LSFD 算法

几乎循环平稳信号中循环频率的存在将信号处理从一维频率域扩展到二维频率域. 信号在循环频率域中展现的离散性, 有助于信号辨识和频率估计. 本文提出的基于信号循环频率估计的循环辨识和频率跟踪算法, 利用了循环平稳信号在循环频率局部搜索过程中的线性偏差特性, 从而具有很强的抑制强干扰信号和噪声信号的能力.

在下面分析中假设信号为零均值信号, 即:

$$E[s(t)] = E[I(t)] = E[n(t)] = 0$$

假设接收目标信号  $s(t) = a(t)\cos(w_e t)$ , 其中  $w_e$  是信号频率,  $a(t) = 1$ . 此时接收目标信号满足一阶循环平稳, 信号周期频率  $w_e = w_c$ . 依式(9)所述几乎循环平稳接收信号模型, 假设目标信号周期频率  $\alpha = w_p \in (w_e + \delta, w_e - \delta)$ , 其中  $w_p$  是预估计周期频率, 其估计偏差范围是  $(-\delta, \delta)$ . 显然  $w_p$  不是高频干扰信号周期频率, 且与高频干扰信号周期频率距离较大. 依周期平稳信号性质, 有:  $\langle I(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle = \langle n(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle = 0$ . 因此接收信号在该周期频率处分量进一步化简为:

$$\langle X(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle = \langle S(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle \quad (9)$$

进一步假设  $w_e$  和信号估计周期频率  $w_p$  间存在下列关系:  $w_e = w_p + \Delta w$ , 其中  $\Delta w$  是频率估计偏差. 现将  $S(t)$  在预估计频率  $w_p$  处进行级数展开:

$$\begin{aligned} S(t) &= f(\cos(w_p t)) \\ &= C + A_c \cos(w_p t) - A_s \sin(w_p t) + (w_p \Delta w t) + A R_n \end{aligned} \quad (10)$$

其中:

$$R_n(S) = \sum_n \frac{1}{n!} \cos^{(n)}(w_p t) (w_p \Delta w t)^n \quad (11)$$

是 Lagrange 余项, 容易证明在有限  $t$  条件下, 它将收敛于零. 假设  $R_n(S) \rightarrow 0$  when  $n \gg 2$ , 即忽略二阶以上 Lagrange 余项, 则上式化简为:

$$S(t) = C + A_c \cos(w_p t) - kt \sin(w_p t) \quad (12)$$

其中系数  $k = w_p \Delta w$ . 进一步由于  $S(t)$  的周期频率  $\alpha = w_p$ , 则接收信号在该周期频率上 Fourier 系数的时间平均:

$$\langle S(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_t = C + \langle A_c \cos(w_p t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_t - \langle kt \sin(w_p t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_t \quad (13)$$

若取平均时间  $t = mT_p = m/f_p$ , 则依式(7)有:

$$\langle x(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_{mT} = C' + \langle -kt \sin(w_p t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_{mT} \quad (14)$$

显然信号  $y(t) = kt \sin(w_p t)$  是非平稳信号. 对  $y(t)$  的进一步研究发现它是一个正弦已调信号, 其调制信号  $m(t) = kt$  是直线信号, 当且仅当  $\Delta w = 0$  时, 调制信号, 目标信号  $m(t) = 0$  收敛于常数  $C'$ ; 而当  $\Delta w \neq 0$  时, 已调信号  $y(t)$  发散, 且发散包络呈直线, 其斜率与频率偏差呈线性关系. 若目标信号时间平均函数的发散斜率能够准确估计, 则信号可以辨识且频率可以估计.

由此我们得到如下所述基于周期谱域信号 LSFD 算法:

1. 假设周期频率  $w_p$ , 计算接收信号  $x(t)$  在该周期频率分量上的时间平均  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_L)$ , 其中  $x_i = \langle x(t) e^{jw_p t} \rangle_{mT}$  表示第  $m_i$  个周期内的时间平均.

2. 构造周期时间平均增量矢量  $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_L)$ , 其中  $y_j = x_j - x_{j-1}$ , 从而  $\mathbf{X} = k\mathbf{T}_k + b$ , 其中  $\mathbf{T}_k = (t_{T_1}, t_{T_2}, \dots, t_{T_L})$  表示周期平均计算时间,  $b$  表示该直线在  $y$  轴上截距;

3. 利用自适应的递归最小二乘方 (RLS) 算法估计周期时间平均增量矢量  $\mathbf{Y}$  的直线方程斜率  $k$ :  $y_{i+1} = k_i x_{i+1}$  直至  $\epsilon_{i+1} = e_{i+1}^2 = (y_{i+1} - y_i)^2 < \epsilon_n$  时结束频率搜索;

5. 计算频率估计误差  $\Delta w = w - w_p$ , 并修正估计频率  $w_p$ ;

### 4 仿真实验及结果

在对上述算法进行验证的实验中, 为简单起见, 不失一般性源信号采用频率为  $f_0 = 10\text{Hz}$  的正弦信号, 接收信号中可能存在高次谐波或其他高频分量的干扰  $I(t)$  及平稳噪声  $n(t)$ . 显然  $\alpha = f_c$  是接收信号循环频率, 且  $\langle I(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_{mT} = 0, \langle n(t) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_{mT} = 0$ . 另外还假设信号采样频率为  $f_s = 100\text{Hz}$ , 采样周期  $T_s = 1/f_s$  是信号采样周期.

实验 1 白噪声环境下周期时间平均信号辨识和频率估计首先假设信道中仅存在白噪声, 即信号接收模型中  $I(t) = 0, x(t) = \cos(20\pi t) + n(t)$ , 信噪比  $\text{SNR} = 0\text{dB}$ . 频率偏差 50%、25% 和 10% 情况下 20 次 Monte Carlo 实验的平均结果分别如图 1(a)、图 1(b) 和图 1(c) 所示, 图中横坐标表示时间, 单位为秒, 纵坐标表示信号归一化幅度. 从实验结果可以看到周期时间平均算法都是有效的, 经过约三次叠代后就可以准确辨识出信号中含有频率为 10Hz 的信号了, 且频率估计精度在 2% 以内. 同时还可以看到大约经过三个周期后频率估计误差的线性特性已很明显, 因此该算法还具有收敛速度较快的特点, 而这一点是信号循环相关算法所不具备.

实验 2 本实验检验周期时间平均算法在强干扰信号环境下频率估计有效性. 首先假设接收信号中存在高频干扰, 如频率为 70Hz 的干扰信号, 其余假设同实验 1. 此时接收信号是三项之和:  $x(t) = \cos(wt) + 5\cos(10wt) + n(t)$ . 源信号和其他干扰信

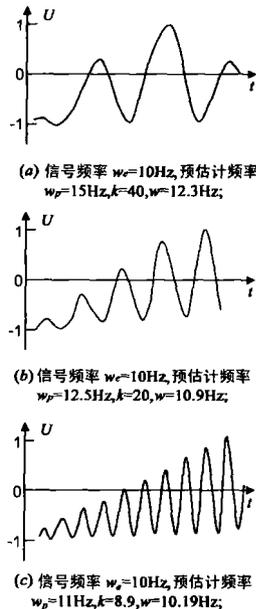


图 1 时间周期平均频率估计和峰值斜率之间关系图 (SNR=0dB)

号的信噪比为 0dB. 由图 2 可以看到, 基于 FFT 快速算法的 Fourier 变换域中由于强干扰信号的侵蚀, 源信号谱已很微弱, 难以进行频率估计. 同样在不同频率估计偏差 (10% 和 0.1%) 情况下, 对比无高频干扰和包含高频干扰时周期时间平均算法 20 次 Monte Carlo 实验结果平均分别如图 3(a) 和图 3

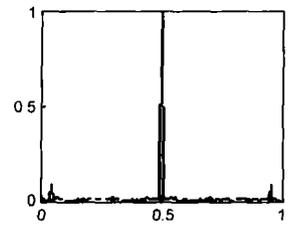


图 2 强干扰下 FFT 辨识有效信号模糊情况 (信号频率  $w_c = 10\text{Hz}$ ,  $\text{SNR} = 0\text{dB}$ )

(b) 所示, 图中横坐标表示时间, 单位为秒, 纵坐标为信号幅度. 从实验结果可以看到即使在强干扰信号情况下, 周期时间平均算法仍然能够有效的估计信号频率并辨识信号.

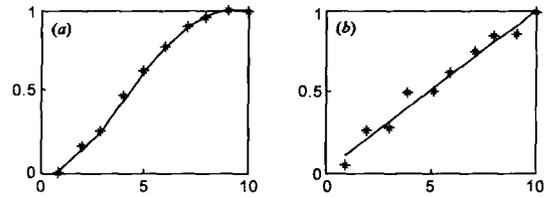


图 3 LSFD 算法信号检测及频率估计

### 5 结论

本文根据几乎循环平稳信号在周期频率点的收敛特性, 提出了色噪声和强干扰环境下正弦信号时间平均叠代搜索 LSFD 算法, 具有较小计算量和复杂度. 无强干扰接收信号时, FFT 算法和 LSFD 算法均能对信号进行有效辨识, 并准确估计信号频率. 但是在强干扰情况下, 基于 FFT 的频域信号辨识方法有效性下降, 而基于周期频率的时间平均 LSFD 算法仍能准确的进行信号辨识和频率估计, 且频率估计误差增加可随估计叠代次数的增加而进一步降低.

### 参考文献:

- [1] KAY S. Modern Spectral Estimation [M]. Englewood Cliffs, New Jersey: PrenticeHall, 1988.
- [2] TRETTER S. Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression [J]. IEEE Trans Inform Theory, 1985, IT-31(11): 832- 835.
- [3] LUISE M, REGGIANNINI R. Carrier frequency recovery in all-digital modems for burst-mode transmissions [J]. IEEE Trans Com, 1995, COM-43(2/3/4): 1169-1177.
- [4] K E Scott, E B Olasz. Simultaneous clock phase and frequency offset estimation [J], IEEE Trans Comm, 1995, 43(2): 2263- 2270.
- [5] M Tsatsanis. Estimation and equalization of fading chan-

- nels with random coefficients [ J ]. Signal Processing, 1996, 53( 12 ): 211– 229.
- [ 6 ] W A Gardner. Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals [ J ]. IEEE Signal processing Magazine, 1991. 14– 36.
- [ 7 ] W A Gardner. A introduction to cyclostationary signals, Cyclostationary in communications and Signal Processing, IEEE Press, 1994.
- [ 8 ] G B Giannakis, G Zhou. Harmonics in multiplicative and additive noise: parameter estimation using cyclic statistics [ J ]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, ( 12 ): 2217– 2221.
- [ 9 ] F Gini, G B Giannakis. Frequency offset and symbol timing recovery in flat fading channels: A cyclostationary approach [ J ]. IEEE Transactions on Communications, 1998, 46( 3 ): 400– 411.
- [ 10 ] G B Giannakis. On velocity estimation and correlation properties of narrow-band mobile communication channels [ J ]. IEEE Transactions on Vehicular technology ,

2001, 50(4): 1039– 1052.

- [ 11 ] J Lin, J G Proakis. A parametric method for Doppler spectrum estimation in mobile radio channels [ A ]. Proc 27th CISS [ C ]. Baltimore, M D. 1993. 875– 880.

#### 作者简介:



**余国文** 男, 1967 年出生, 空军雷达学院电子对抗系讲师, 现为华中科技大学电子与信息工程系博士研究生, 主要研究方向是通信信号信号处理, 通信与网络对抗, 宽带数据链等。



**王宏远** 男, 1946 年出生, 1984~ 1985 年留美访问学者, 现为华中科技大学电子与信息工程系数字视频与通信中心主任, 教授, 博士生导师. 主要研究方向是宽带多媒体信号处理, 数字视频等。