

零自相关区相位编码波形设计

李风从, 赵宜楠, 乔晓林

(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 本文研究在设定区间具有极低自相关幅值的相位编码波形设计方法, 可用于雷达、声呐和通信系统进行干扰抑制和信号同步等. 提出了一种基于功率谱逼近的波形设计算法. 根据自相关与功率谱的傅立叶变换对关系, 将自相关设计指标转换为功率谱设计指标; 利用时、频域交替变换投影方法, 且在迭代过程中动态构造理想序列功率谱, 使设计波形的功率谱逐步逼近理想波形的功率谱, 最终实现所期望的波形. 与通用的非线性规划相比, 该算法无需计算导数, 内存消耗小, 且迭代过程可由 FFT 高效实现.

关键词: 波形设计; 相位编码; 自相关旁瓣; 功率谱逼近

中图分类号: TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 12-2499-04

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.12.028

Designing Phase Coded Waveforms with Zero Autocorrelation Zone

LI Feng-cong, ZHAO Yi-nan, QIAO Xiao-lin

(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: This paper discusses the design of phase coded waveforms with ultra-low autocorrelation sidelobes in desired intervals. These waveforms can be used as interference suppression and signal synchronization waveforms for radar, sonar and communication systems. An algorithm based on power spectral density (PSD) approximation is proposed. According to the relationship between aperiodic autocorrelation sequence and the waveform PSD, the autocorrelation design object is translated into a PSD design object. The method transforms and projects the design waveform in the time and the frequency domain iteratively. Thus the PSD of the design waveform approximates the ideal PSD iteratively in order to generate the desired waveform. Compared with the general nonlinear programming methods, this method is derivative-free, thus requires less computer memory, and the iteration can be implemented by FFT efficiently.

Key words: waveform design; phase code; autocorrelation sidelobe; power spectral density approximation

1 引言

随着无线设备面临的环境日益复杂, 设计具有低相关旁瓣的波形正成为研究热点^[1~4]. 在雷达、声呐和通信的一些应用中, 只要求发射信号在自相关主瓣附近具有较低的旁瓣, 而不限远主瓣的旁瓣, 这类波形也称为零自相关区波形^[5~7]. 相比传统的波形设计方法^[8], 由于不必抑制全部旁瓣, 目标函数的约束项大为减少, 使设计算法输出的波形在指定的自相关区间内具有极低的旁瓣. 文献[9]提出的 CAP 和 WeCAN 算法可设计这类波形. 其中 CAP 需要进行矩阵的奇异值分解, 因此设计长序列时受到内存的制约. WeCAN 则采用了功率谱逼近的思想, 在优化中使用交替投影的方法, 相比基于导数的优化方法, 收敛速度较慢.

本文根据非周期自相关与功率谱的傅立叶变换对关系, 提出一种设计零自相关区波形的办法. 通过定义具有恒模特性的波形集合和具有理想自相关的波形集合, 使用交替投影进行求解. 投影过程只涉及傅立叶变换和向量元素的操作, 无需矩阵分解, 内存消耗小, 可设计长序列. 同时, 不必计算目标函数的导数, 实现简单. 与具有类似思想的 WeCAN 相比, 设计较短序列时收敛速度更快.

2 问题描述

恒模序列作为发射波形可最大化发射脉冲的能量^[10~12]. 恒模相位编码波形的离散基带形式为:

$$\mathbf{s} = [s_1 \quad s_2 \quad \cdots \quad s_N]^T \quad (1)$$

$$s_n = \exp(j\psi_n), \psi_n \in [0, 2\pi), n = 1, \cdots, N \quad (2)$$

其中 $(\cdot)^T$ 为转置.定义自相关向量:

$$\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \cdots \ a_{N-1} \ 0 \ a_{-N+1} \ a_{-N+2} \cdots \ a_{-1}]^T \quad (3)$$

其中

$$a_n = \begin{cases} \mathbf{s}^H \mathbf{U}_n \mathbf{s}, & n = 0 \cdots N-1 \\ a_{-n}^*, & n < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{U}_n = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{(N-n) \times n} & \mathbf{I}_{(N-n) \times (N-n)} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times (N-n)} \end{pmatrix}_{N \times N} \quad (5)$$

$(\cdot)^*$ 和 $(\cdot)^H$ 分别为复共轭和共轭转置.令 $\tilde{\mathbf{s}}$ 为一理想零自相关区波形,其自相关向量为 $\tilde{\mathbf{a}}$,具有如下特性

$$\tilde{a}_n = 0, n \in Q(W) \quad (6)$$

其中 W 为零自相关区宽度, $Q(W) = [-W, -1] \cup [1, W]$.定义目标函数:

$$J(\mathbf{s}) = \|\tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|^2 \quad (7)$$

其中 $\|\cdot\|$ 为2-范数.令 \mathbf{F} 表示 $2N \times 2N$ 单位离散傅里叶变换(DFT)矩阵,即 $\mathbf{F}^H \mathbf{F} = \mathbf{I}_{2N \times 2N}$,由于 \mathbf{F} 是等距线性算子,式(7)可表示成

$$J(\mathbf{s}) = \|\tilde{\mathbf{F}}\mathbf{a} - \mathbf{F}\mathbf{a}\|^2 \quad (8)$$

自相关的DFT可视为离散波形功率谱,令 $\mathbf{p} = \mathbf{F}\mathbf{a}$, $\tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{F}}\mathbf{a}$ 分别表示设计波形和理想波形的功率谱向量,由DFT的性质, \mathbf{p} 也可分解为

$$\mathbf{p} = \mathbf{F}\mathbf{x} \odot (\mathbf{F}\mathbf{x})^* \quad (9)$$

其中 \odot 为Hadamard积, \mathbf{x} 为 \mathbf{s} 的补零向量

$$\mathbf{x} = [\underbrace{s_1 \ s_2 \ \cdots \ s_N}_{2N} \ 0 \ \cdots \ 0]^T \quad (10)$$

令

$$\tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{f}} \odot \tilde{\mathbf{f}}^* \quad (11)$$

则波形设计可转化为数学优化问题:

$$\min_{\mathbf{s}} \|\tilde{\mathbf{f}} \odot \tilde{\mathbf{f}}^* - \mathbf{F}\mathbf{x} \odot (\mathbf{F}\mathbf{x})^*\|^2 \quad (12)$$

当设计波形和理想波形具有完全相同的功率谱时,式(12)取得最小值0.由单位离散傅里叶变换矩阵 \mathbf{F} 的逆矩阵 $\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^H$ 定义频域到时域的变换,有

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \tilde{\mathbf{f}} \quad (13)$$

然而,从计算的角度看,式(11)对 $\tilde{\mathbf{p}}$ 的拆分并不唯一,式(13)无法实现.从频域的角度看,任意形式的相位谱均能满足频域的要求,只需满足 $|\tilde{f}_n| = \sqrt{(\tilde{\mathbf{p}})_n}$,其中 $(\cdot)_n$ 为向量的第 n 个元素, $|\cdot|$ 表示复数的模.但是从时域的约束出发,如果随意选择相位谱,式(13)得到的波形无法保证恒模.

3 波形设计

通过第2节的分析,设计问题最终转化为相位提取问题^[13]:搜索同时具有设定的时域包络和设定的傅里叶变换幅度的序列^[14,15].尽管不能得到最优波形的解析式,但利用类似交替投影的迭代算法可以最终确定向量 $\tilde{\mathbf{f}}$ 的相位,使由式(13)设计得到的波形序列能够满

足时域的约束,同时具有接近理想的自相关形状.

3.1 功率谱逼近法

首先,分别定义时域和频域约束的两个集合:

$$A = \{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{2N \times 1} : \|\mathbf{x} \odot \mathbf{x}^* - \mathbf{v}\|_{\infty} = 0\} \quad (14)$$

$$B = \{\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{2N \times 1} : (\mathbf{y})_n = \sqrt{(\tilde{\mathbf{p}})_n}, n = 1 \cdots 2N\} \quad (15)$$

其中 $\|\cdot\|_{\infty}$ 为 ∞ -范数, $\mathbb{C}^{2N \times 1}$ 为 $2N$ 维复向量空间, $\sqrt{\cdot}$ 为按元素求算术平方根.定义任意向量 \mathbf{x} 与集合 S 的距离

$$d(\mathbf{x}, S) = \inf_{\mathbf{s} \in S} d(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \quad (16)$$

其中

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}\| \quad (17)$$

inf为下确界.为各集合定义相应的投影算子

$$\text{Proj}_o(\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{a} \in A} d(\mathbf{x}, \mathbf{a}) = \mathbf{v} \odot \exp(j\angle \mathbf{x}) \quad (18)$$

$$\text{Proj}_l(\mathbf{y}) = \arg \min_{\mathbf{b} \in B} d(\mathbf{y}, \mathbf{b}) = \sqrt{\tilde{\mathbf{p}}} \odot \exp(j\angle \mathbf{y}) \quad (19)$$

Proj_o 和 Proj_l 分别为时域和频域的投影算子, \exp, \angle 分别代表按元素求 e 指数和幅角主值; \mathbf{v} 为波形包络向量,对 N 点恒模波形, \mathbf{v} 定义为

$$\mathbf{v} = [\underbrace{1 \ \cdots \ 1}_N \ \underbrace{0 \ \cdots \ 0}_N]^T \quad (20)$$

迭代功率谱逼近算法总结如下:

1: $k = 0$, 选择初始序列 \mathbf{x}_0

2: $\mathbf{f}_k = \text{Proj}_l(\mathbf{F}\mathbf{x}_k)$

3: $\mathbf{x}_{k+1} = \text{Proj}_o(\mathbf{F}^H \mathbf{f}_k)$

4: $k = k + 1$

5: 回步骤2,直至 $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| < \epsilon$

6: 取出 \mathbf{x}_k 的前 N 个元素作为最终设计波形

对于初始序列 \mathbf{x}_0 的选取,一种简单有效的方法是使用 $\mathbf{v} \odot \exp(j\psi_0)$ 作为 \mathbf{x}_0 ^[9],其中 ψ_0 的各元素在 $[0, 2\pi)$ 服从均匀分布.上述算法与文献[9]中提出的CAN类似,均通过使设计波形的功率谱去逼近指定的功率谱来获得期望的自相关特性.与CAN不同的是,该算法根据指定的自相关约束,利用自相关与功率谱的傅立叶变换对关系将时域设计目标转换为频域设计目标.通过令设计波形的功率谱逼近指定的功率谱而非白色谱,实现对零自相关区的抑制.这里将该算法命名为ICAN(Improved CAN).由于并不限定具体的理想功率谱构造方法,ICAN实际上是一种算法框架.

3.2 理想功率谱的构造

作为一种算法框架,ICAN可以和不同的理想功率谱构造算法结合,得到相应的波形设计方法.最简单的构造法为直接置零法,通过将已有序列(如线性调频)的自相关的采样点置零,并进行傅立叶变换得到理想功率谱.然而,这种方式构造的自相关往往是无法实现的,其傅立叶变换会包含负值,与功率谱采样为非负实数这一事实相矛盾.

这里利用加权积分旁瓣电平 (WISL), 导出一种有效的功率谱构造算法. 该算法每次迭代都需要更新投影算子, 故称其为动态构造法. WISL 定义为

$$\text{WISL} = \sum_{n=1}^{N-1} \gamma_n^2 |a_n|^2$$

(21)

令 $\gamma_n \in \{0, 1\}$, 得到 0-1 WISL

$$\text{WISL}_{\{0,1\}} = \sum_{n \in Q(W)} |a_n|^2$$

(22)

令理想自相关序列 \tilde{a} 具有如下形式

$$\tilde{a}_n = \begin{cases} 0, & n \in Q(W) \\ a_n, & n \notin Q(W) \end{cases}$$

(23)

将其代入式(22), 有

$$\text{WISL}_{\{0,1\}} = \|\tilde{a} - a\|^2$$

(24)

比较式(7)和式(24)可发现, 使用式(23)的理想自相关构造方法时, 目标函数与 0-1 WISL 等价. 动态构造法的具体步骤为: 在算法的第 k 次迭代过程中, 由 x_k 计算 a_k :

$$a_k = F^H(Fx_k \odot (Fx_k)^*)$$

(25)

将其与蒙板向量 m 相乘, 得到当前的理想自相关序列:

$$\tilde{a}_k = m \odot a_k$$

(26)

其中 m 定义为

$$m = [\underbrace{1 \ 0 \ \cdots \ 0}_{W-1} \ 1 \ \cdots \ 1 \ \underbrace{0 \ \cdots \ 0}_{W-1}]^T$$

(27)

由当前理想自相关序列 \tilde{a}^k 计算理想功率谱, 并更新投影算子

$$\text{Proj}_l^k(y) = \sqrt{Fa_k} \odot \exp(j\angle y)$$

(28)

用式(28)给出的投影算子 $\text{Proj}_l^k(y)$ 替代算法中所使用的 $\text{Proj}_l(y)$, 即可得到 ICAN 的一种具体实现.

4 数值仿真

仿真 1 为验证算法的性能, 仿真中采用了文献[9]中自相关幅值电平 (autocorrelation level) 的定义:

$$\text{ACL} = 20 \log_{10} \left| \frac{a_k}{a_0} \right| \text{ (dB)}, k = 1, \cdots, N-1$$

(29)

波形序列码元个数 $N = 150$, 抑制区间为 $[-W, -1] \cup [1, W]$, 其中 $W \in [1, 70]$. 图 1 绘制了 W 取不同值时, 设计波形零自相关区间内所有样本的平均值; 同时将直接置零法和动态构造法分别与 ICAN 结合的波形设计结果进行了比较. 其中, 对于每种不同的 W 取值, 使用随机初始向量进行了 100 次试验. 算法的最大迭代次数限制为 10^4 . 从图 1 可看出, 当 ICAN 与动态构造法结合且 $W < 50$ 时, 设计波形零自相关区内的旁瓣深度均可达 -300dB 以下. $W > 50$ 时, 区间内的旁瓣深度呈明显上升趋势. 对于区间宽度较大的场合, 可使用本文方法设计的结果作为通用非线性规划算法的初始向量. 相比直接置零法, 动态构造法更为高效, 因此后续的仿真都采用动态构造法.

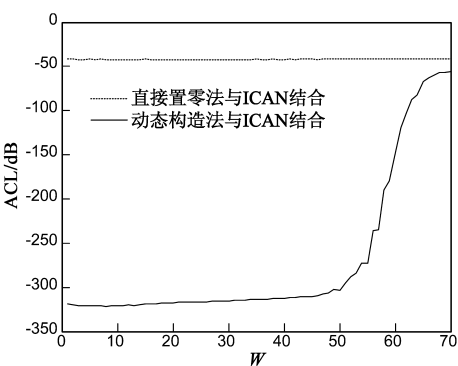
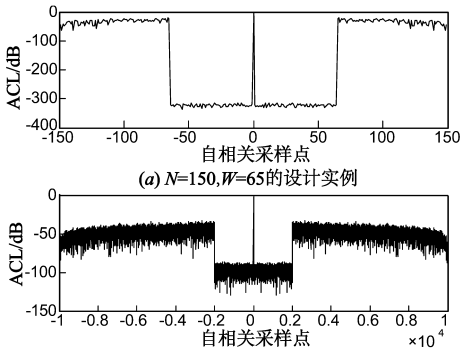


图1 不同 W 取值的设计波形零相关区的平均旁瓣深度

图 2(a)所示为 $W = 65$ 时算法经 35121 次迭代所得到的设计波形自相关幅值. 对于所使用的计算平台: Intel Core i3-2100, 2GB RAM, 32 位 Windows7, Matlab® 8.0, 该设计实例计算时间为 6.63s. 图 2(b)给出了一个长序列设计实例. 与具有类似性能的 CAP 算法^[9]相比, 本文的方法不需要奇异值分解, 消耗的内存只与波形的长度 N 呈线性关系, 适合设计长序列波形. 仿真中, 设计波形的长度为 10000 点, 零相关区间为 $[1, 2000]$. 该设计实例使用了与仿真 1 相同的软硬件平台, 消耗时间为 357s.



(a) $N=150, W=65$ 的设计实例
(b) $N=10^4, W=2000$ 的设计实例
图2 波形设计实例

仿真 2 与 WeCAN 算法^[9]比较. 表 1 给出了本文算法与 WeCAN 在计算时间与旁瓣深度的比较结果, 该仿真所使用的计算平台与仿真 1 中一致. 由于限制 WeCAN 和本文算法的最大迭代次数为 10^5 , 因此 WeCAN 未达到文献[9]的仿真效果. 从表 1 可以看出, 本文所提的零相关区波形设计算法的计算速度和旁瓣深度都优于 WeCAN 算法.

表 1 本文算法与 WeCAN 的性能比较

抑制区间	[1, 10]		[1, 30]		[1, 50]	
设计算法	WeCAN	本文算法	WeCAN	本文算法	WeCAN	本文算法
时间						
消耗(s)	355.46	0.09	354.90	0.15	354.93	0.91
旁瓣						
深度(dB)	-121.81	-320.02	-70.02	-315.39	-55.5578	-303.31

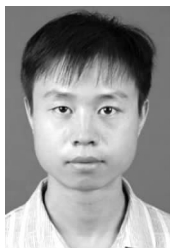
5 结论

本文提出了一种相位编码波形设计方法,可以产生具有指定零自相关区的波形.算法迭代过程中只涉及 DFT 和投影运算,计算机内存的消耗与波形长度 N 呈线性关系,因此可以用于设计长序列波形.算法在 $W < N/2$ 时,可以给出令人满意的结果.计算机仿真表明,对于不太长的波形序列(如 $N = 150$),平均零自相关幅值达到了 -250dB 以下;对于较长的波形序列($N = 10^4$),平均零自相关幅值可达到 -100dB 以下.

参考文献

- [1] Y C Wang, L Dong, X Xue, K C Yi. On the design of constant modulus sequences with low correlation sidelobes levels[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(4): 462 – 465.
- [2] 位寅生, 刘永坦. 随机断续高频雷达波形设计和处理[J]. 电子学报, 2002, 30(3): 437 – 440.
Wei Yin-sheng, Liu Yong-tan. Random interrupted HF radar waveform designing and processing[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(3): 437 – 440. (in Chinese)
- [3] 王飞雪, 欧钢. 恒增益处理损失的最佳编码旁瓣抑制滤波器[J]. 电子学报, 2003, 31(9): 1418 – 1421.
Wang Fei-xue, Ou Gang. Optimal code sidelobe suppression filters with constant loss in process gain[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 30(3): 1418 – 1421. (in Chinese)
- [4] 位寅生, 刘永坦, 许荣庆. 准随机跳频信号的二维处理[J]. 电子学报, 2003, 31(6): 801 – 804.
Wei Yin-sheng, Liu Yong-tan, Xu Rong-qing. A novel 2-D signal processing scheme for quasi-random step frequency signal[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(6): 801 – 804. (in Chinese)
- [5] Honggang Hu, Guang Gong. New sets of zero or low correlation zone sequences via interleaving techniques[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(4): 1702 – 1713.
- [6] 金明, 廖桂生, 李军. 基于遗传算法的类零相关多相码设计[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(1): 14 – 17.
Jin Ming, Liao Gui-sheng, Li Jun. Zero correlation zone like polyphase code design based on genetic algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(1): 14 – 17. (in Chinese)
- [7] Sandeep P Sira, Douglas Cochran, Antonia Papandreou-Suppappola, Darryl Morrell, William Moran, Stephen D Howard, Robert Calderbank. Adaptive waveform design for improved detection of low-RCS targets in heavy sea clutter[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(1): 56 – 66.
- [8] E De Witte, H D Griffiths. Improved ultra-low range sidelobe pulse compression waveform design[J]. Electronic Letters, 2004, 40(22): 1448 – 1450.
- [9] Petre Stoica, Hao He, Jian Li. New algorithm for designing uni-modular sequences with good correlation properties[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(4): 1415 – 1425.
- [10] Xuhua Gong, Huadong Meng, Yimin Wei, Xiqin Wang. Phase-modulated waveform design for extended target detection in the presence of clutter[J]. Sensors, 2011, 11(7): 7162 – 7177.
- [11] Satyabrata Sen, Arye Nehorai. Adaptive OFDM radar of target detection in multipath scenarios[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(1): 78 – 90.
- [12] 蒋敏, 黄建国, 韩晶. MIMO 阵列恒定包络波形设计[J]. 电子学报, 2011, 39(9): 2194 – 2199.
Jiang Min, Huang Jian-guo, Han Jing. Constant envelope waveform design for MIMO array[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(9): 2194 – 2199. (in Chinese)
- [13] J R Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. Applied Optics, 1982, 21(15): 2758 – 2769.
- [14] Lee K Patton, Brian D Rigling. Phase retrieval for radar waveform optimization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(4): 3287 – 3302.
- [15] Leland Jackson, Steven Kay, Naresh Vankayalapati. Iterative method for nonlinear FM synthesis of radar signals[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(2): 910 – 917.
- [16] G Wang, Y Lu. Designing single – multiple sparse frequency waveforms with sidelobe constraint[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2011, 5(1): 32 – 38.
- [17] Shannon D Blunt, Karl Gerlach, Jeffrey Heyer. HRR detector for slow – moving targets in sea clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 965 – 974.

作者简介



李风从 男, 1985 年出生于湖北省黄石市. 博士研究生. 主要研究方向为自适应信号处理.
E-mail: xialulee@sina.com



赵宜楠(通信作者) 男, 1977 年 2 月出生于黑龙江省哈尔滨市. 现为哈尔滨工业大学(威海)信息工程研究所副教授、博士生导师. 主要研究方向为新体制雷达、自适应信号处理.
E-mail: hrbzyn@163.com

乔晓林 男, 1948 年 9 月出生于内蒙古赤峰市. 现为哈尔滨工业大学(威海)信息工程研究所教授、博士生导师. 主要研究方向为新体制雷达.