线性系统理论在分析分形-小波变换编码误差中的应用

马 波,裘正定
(北方交通大学信息所,北京 100044)

摘 要: 本文利用线性系统理论对 Davis 所采用的自子树量化(SQS)分形-小波变换图像编码算法进行了深入分析,并发现 SQS 变换的吸引子与动力系统的稳定状态具有一致性.因此编码过程实际上就是对动力系统的参数进行编码.通过这种分析使我们了解到了尺度函数系数的量化误差是怎样影响解码图像的,从而可以更有效地控制解码误差,并且由此还可以更深刻地认识 SQS 算法中直接存储尺度函数系数方案给编、解码带来的巨大好处.

关键词: 分形; 小波变换; 自子树量化; 线性系统; 解码误差
中图分类号: TN919.81 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 01-0053-04

The Analysis of Image Coding Error of Fractal-Wavelet Transformation by Using Linear System Theory

MA Bo, QIU Zheng-ding
(*The Information Institute of Northern Jiaotong University, Beijing* 100044, *China*)

Abstract: In this paper, we analysed the Self-Quantization of Subtrees (SQS) in Fractal-Wavelet transform for image coding algorithm of Davis by using the linear system theory. we found that there is an equivalence of the attractor of a SQS transformation and the steady-state of a dynamical system. So, the encoding process is done by encoding the parameters of this dynamical system. According to this we can know how quantization errors for the scaling function coefficients will affect the decoded image, then we have greater control over the final decoded error. Also, if we store the scaling function coefficients directly, we will get a result in a marked improvement in quality with respect to quantization for image compression.

Key words: fractal; wavelet transform; self-quantization of subtrees; linear system; decoded error

1 引言

最近出现了不少用分形-小波变换来进行图像压缩编码的算法[1,2,6],它们大都是对小波系数子树进行尺度变换,然后将其复制到更低一级的尺度上去.这一操作类似于 IFS 对集合的几何变换和 IFSM(有灰度映射的 IFS)对函数的变换[4].它们试图利用分形变换在小波域中对空间局部的自相似进行量化编码.同零树小波算法 EZW[5] 相比,它们也表现出很高的编码效率.主要是它们利用了小波分解的空间、频率局部特性,即通过小波分解的图像的大部分能量主要集中在低频信号中,而剩下的图像的高频部分,大多数的能量又主要在空间上集中在边缘附近.正是对这种信源模型的好的量化方案,使得它们在图像压缩算法中获得了显著的地位.现在国际上普遍关注较多的是 Davis[1] 的自子树量化算法 SQS. Davis 于 1998 年 2 月提出了分形-小波变换的自子树量化算法采用了与 Xiong[3] 类似的空间-频率量化编码方案,特别是 SQS 算法中直接存储尺度函数系数的处理技术比较新颖.它使得解码大大简化,同时也使对解码误差的控制要容易的多;但在文[1]中 Davis 并未给出尺度函数与编、解码误差的关系的数学描述,从而不能有针对性地设计尺度函数系数的有效量化方案.本文利用线性系统理论来分析尺度函数系数对编、解码误差的影响,并据此提出了控制解码误差的新的设计思想.

2 分形(IFS)编码与线性时不变离散系统的联系

IFS 理论把分形定义为在 Hausdorff 测度空间 $H(\tilde{X})$ 上压缩映射的不动点.定义变换 T 如下:

$$T(\tilde{X}) = \bigcup_{i=1}^{N} \omega_i(\tilde{X}) \tag{1}$$

其中 $\{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_N\}$ 是压缩映射 $\omega_i: \tilde{X} \to \tilde{X}$,即存在 $c_i \in [0, 1)$,有 $d(\omega_i(x), \omega_i(y)) \le c_i d(x, y), x, y \in \tilde{X}$. 则 $\{\tilde{X}, \omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_N\}$ 被称为一个 IFS. 映射 $\{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_N\}$ 可选择为 R^2 上的仿射变换,仿射变换定义为一个矩阵 $\boldsymbol{A}'_i$ 和一个平移向量 $\boldsymbol{B}'_i$

$$\omega_i(\bar{x}) = \boldsymbol{A}'_i \bar{x} + \boldsymbol{B}'_i = \begin{bmatrix} q_{i11} & q_{i12} \\ q_{i21} & q_{i22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{i1} \\ d_{i2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

收稿日期:1998-07-17;修订日期:1999-04-11
基金项目:国家 863 通信主题支持课题

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

算子 T 作用于 R^2 的某一子集 Q 并收敛于称为 IFS 吸引子的一个唯一的 $\tilde{X}$ 的子集.可得:

$$G=\lim_{n\to\infty}\omega^{on}(Q) \tag{3}$$

其中 G 为吸引子,而 ω^{On} 表示映射 ω 的 n 次迭代,于是有 $\omega^{o0}(Q)=Q$ 和 $\omega^{o(n+1)}(Q)=\omega(\omega^{on}(Q))$,所以吸引子就是变换的不动点,它等于变换 $\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_N\}$ 作用于它本身所得的 N 个部分的拼贴组合.可见,IFS 变换的吸引子是测度空间 $(\tilde{X},d)$ 上的非空、紧致子集.因此对初值 $x_0\in\tilde{X}$ 迭代作用算子 T,可得序列 $(x_n)\in\tilde{X}$,表示如下:

$$x_{n+1}=T(x_n),\ n>0 \tag{4}$$

若对任意初始值 $x_0\in\tilde{X}$,序列 (x_n) 收敛到空间中的同一个点 x^*,则 x^* 为 T 的吸引子,于是给定 T 有:

$$x^*=T^{\infty}(x),\quad \forall x\in\tilde{X} \tag{5}$$

若 $\tilde{X}$ 为一矢量空间,根据式(2)T 可写为如下形式:

$$\forall x\in\tilde{X},T(x)=Ax+B \tag{6}$$

其中 A 为线性算子,B 为常数算子.对输入为 u_n,输出为 y_n,状态为 x_n 的线性时不变离散系统(如图 1 所示).

其动力系统方程如下:

$$\text{状态方程:}x_{n+1}=A_{x_n}+B_{u_n} \tag{7}$$

$$\text{输出方程:}y_n=C_{x_n}+D_{u_n} \tag{8}$$

A 为状态转移矩阵.若式(7)中的 u_n 为常数,式(6)与式(7)是一致的,因此可以认为 $x\in\tilde{X}$ 是按 T 变化的系统的状态.

为了用 IFS 分形变换来编码一幅自然图像,图像必须表示成一个紧致、非空集合.根据有限覆盖定理,图像可表示为有限个子图像的并集.然而图像若只是非空紧致集的话,还不能用线性系统理论来进行分析.所幸 Jacquin[7] 提出了局部 IFS 分形编码算法,该算法是基于图像中不同尺度的局部图像之间具有自相似性,这种确定自相似是仿射变换下的线性自相似;这使得用线性系统理论对局部 IFS 分形变换进行分析就显得十分自然了.将图像看成线性系统的一个状态,初始图像是系统的初始状态,输入为常量,IFS 的吸引子可看作系统的稳定状态.这样,可通过研究线性系统的结构来了解 IFS 分形变换编码的误差特性.

3 自子树量化算法 SQS 的线性系统模型

由于小波基具有与分形编码所要提取的自相似性相同的特性,使得小波变换作为分形块编码的分析工具是非常适宜的.可分离的二维双正交小波基是由一组分离的小波 $\psi_{lh}(x,y),\psi_{hl}(x,y),\psi_{hh}(x,y)$ 和 $\phi(x,y)$ 经过伸缩、平移构成的.我们用 o 来表示 $\Omega=\{lh,hl,hh\}$ 三个方向中的一个,并选择可分离的对称(或反对称)的双正交小波基.$2^N\times 2^N$ 的图像 I_{mg} 的离散小波变换可表为基函数的线性组合:

$$W_J=\{\phi^J_{k,l}\mid 0\le k,l<2^J\}\cup\{\psi^j_{o,k,l}\mid o\in\Omega;J\le j<N;o\le k,l<2^j\} \tag{9}$$

其中,基函数 $\phi^j_{k,l}$ 和 $\psi^j_{o,k,l}$ 的系数分别为 $\langle\tilde{\phi}^j_{k,l},I_{mg}\rangle$ 和 $\langle\tilde{\psi}^j_{o.k.l},I_{mg}\rangle$,$\tilde{\phi}^j_{k,l}$ 为双尺度函数,$\tilde{\psi}^j_{o,k,l}$ 为小波.

小波分解的一个重要性质就是它们保存了图像特征的空间局部性.尺度函数 $\phi^J_{k,l}$ 的系数与图像中坐标(左下角)为 $(2^Jk,2^Jl)$ 大小为 $2^J\times 2^J$ 的块内像素的平均值成比例,而与该区域相关的小波系数分别在三个子树中,小波子树的根是小波 $\psi^J_{o,k,l}$ 的系数,其中 $o\in\Omega$,这些系数对应块的粗尺度的信息.树中每个小波系数 $\langle\tilde{\psi}^j_{o,k,l},I_{mg}\rangle$ 对应同样空间位置、同方向的四个子系数.这些子系数由下一层更精细尺度上的小波的系数组成,它们是 $\psi^{j+1}_{o,2k,2l}$,$\psi^{j+1}_{o,2k+1,2l}$,$\psi^{j+1}_{o,2k,2l+1}$ 和 $\psi^{j+1}_{o,2k+1,2l+1}$.一个小波子树包括根系数以及在三个方向的所有子系数.尺度函数 $\phi^j_{k,l}$ 位于与以 $\psi^J_{o,k,l}$ 为根的子树相同的区域,把 $\phi^J_{k,l}$ 作为与此子树相对应的尺度函数.对图像中的块的小波分解使得空间中一个小区域里的一组像素对应一个小波子树以及与该子树相联的尺度函数系数.

定义一个线性**输入子树**算子 $S^J_{k,l}:R^{2^{2N}}\to R^{2^{2(N-J)-1}}$,它从一幅图像中提取一个树根中包括了某一个方向的 $\psi^J_{o,k,l}$ 的系数的子树,此处只考虑一个方向而不是三个方向.定义了一个线性**输出算子** $(S^J_{k,l})^*$,它在一个全零的图像中插入一个根对应系数为 $\psi^J_{o,k,l},o\in\Omega$ 的子树.算子 $\hat{A}$ 是由从粗尺度到细尺度的系数变换、乘 1/2 以及对最细尺度的系数的舍弃等步骤组成的.$\hat{A}^k$ 为截短和重排子树 k 次.$\hat{L}_k$ 为对称变换算子,它对所选定的双正交小波基在每个尺度对小波系数产生作用.于是在小波变换域中,可以得到:

$$S^{N-R}_{\Gamma}I_{mg}\approx g_{\Gamma}\hat{L}_{P(\Gamma)}\hat{A}^{D-R}S^{N-D}_{\Pi(\Gamma)}I_{mg} \tag{10}$$

把用别的子树(域子树)来对某一子树(值子树)进行量化,称为**子树量化**,记为 $S^{N-R}_{\Gamma}I_{mg}$,其中 $\Pi:\tilde{R}\to\tilde{D}$ 表示对每一值子树从域子树集 $\tilde{D}$ 中选定了一个域子树.对式(10)用小波系数来代替子树可得 ψ^j_{γ}(对 ϕ 和 ψ 的方向及平移描述,简记为 γ)在 $S^{N-R}_{\Gamma}I_{mg}$ 中的一组方程:

$$\langle\tilde{\psi}^j_{\gamma},I_{mg}\rangle\approx(g_{\Gamma}/2^{D-R})\langle\tilde{\psi}^{j-(D-R)}_{\gamma},I_{mg}\rangle=(g_{\Gamma}/2^{D-R})\langle T\tilde{\psi}^j_{\gamma},I_{mg}\rangle \tag{11}$$

这里映射 T 包括块选择、平均、亚采样、旋转变换.同样可得尺度函数系数的方程:

$$\begin{aligned}\langle\tilde{\phi}^{N-R}_{\Gamma},I_{mg}\rangle&\approx(g_{\Gamma}/2^{D-R})\langle\tilde{\phi}^{N-D}_{\Pi(\Gamma)},I_{mg}\rangle+h_{\Gamma}\\&=(g_{\Gamma}/2^{D-R})\langle T\tilde{\phi}^{N-R}_{\Gamma},I_{mg}\rangle+h_{\Gamma}\end{aligned} \tag{12}$$

其中 h_{Γ} 为子树 Γ 的尺度函数系数的偏移量.由式(11)、(12),可以看出,分形块量化过程形成了一个从粗尺度小波系数到精细尺度小波系数的映射.还有,由式(12)可以看出传统分形编码方案中的偏移因子 h_{Γ} 只影响尺度函数系数.

如图 2 所示,设 X 是 I_{mg} 的离散小波变换,较浅阴影的域子树 $S^{N-D}_{\Gamma}X$ 构成的码字 $g_{\Gamma}\hat{L}\hat{A}S^{N-D}_{\Gamma}X$ 来近似较深阴影的值子树 $S^{N-R}_{\Gamma}X$.于是:

$$\begin{aligned}X=\sum_{\Gamma\in\tilde{R}}(S^{N-R}_{\Gamma})^*(S^{N-R}_{\Gamma})X&\approx\sum_{\Gamma\in\tilde{R}}g_{\Gamma}(S^{N-R}_{\Gamma})^*\hat{L}_{P(\Gamma)}\hat{A}^{D-R}\\&\cdot S^{N-D}_{\Pi(\Gamma)}X+\sum_{\Gamma\in\tilde{R}}h_{\Gamma}(S^{N-R}_{\Gamma})^*(S^{N-R}_{\Gamma})\boldsymbol{l}=\boldsymbol{A}_W X+\boldsymbol{B}_W\end{aligned} \tag{13}$$

方程(11)和(12)表示小波和尺度函数 $\omega_k\in W_{N-R}$ 的系数是由经过平移后的粗尺度上的小波和尺度函数 T_{ω_j} 的系数来表示的.在基 W_{N-R} 上展开内积 $T\omega_j$,得到 $T_{\omega_j}=\sum_{\omega\in W_{N-R}}\langle\tilde{\omega}_k,T_{\omega_j}\rangle\omega_k$.于是式(13)中对应于基函数 $\omega\in W_{N-R}$ 矩阵 $\boldsymbol{A}_W$ 的行向量的元素可表示为:

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

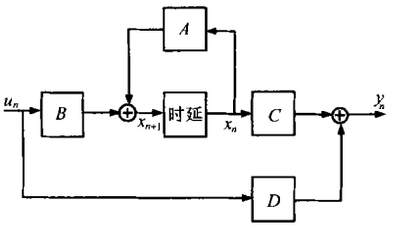


图 1

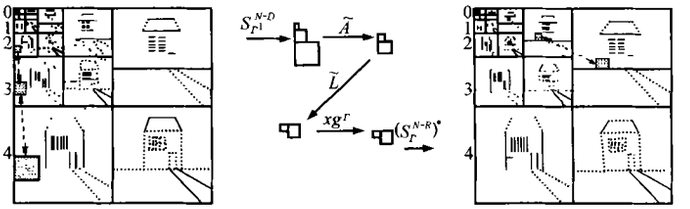


图 2

$$A_{j,k} = 2^{R-D} g_{\Gamma ij} \langle \tilde{\omega}_k, T\omega_j \rangle \tag{14}$$

其中 $\omega_j, \omega_k \in W_R$.

首先考虑式(13)中矩阵 A_W 的结构,将图像矢量 X 和 B_W 进行重新排列,使它们按尺度函数系数和小波系数分组为 $(X)_\phi$、B_W^ϕ 以及 $(X)_\psi$、B_W^ψ,矩阵分块处理后成为:

$$\begin{pmatrix} (X)_\phi \\ (X)_\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_W^{\phi\phi} & A_W^{\phi\psi} \\ A_W^{\psi\phi} & A_W^{\psi\psi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (X)_\phi \\ X)_\psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_W^\phi \\ B_W^\psi \end{pmatrix} \tag{15}$$

其中所有 B_W^ψ 的系数都为零,因为 B_W 的信息只依赖于图像的尺度函数系数.SQS 量化算法去除了尺度函数系数 $(X)_\phi$ 对其他图像系数的依赖关系.于是 $A_W^{\phi\phi}$、$A_W^{\phi\psi}$ 和 $A_W^{\psi\phi}$ 的矩阵元素全为零.将式(13)改写为:

$$X' = A_W(X') + B_W \tag{16}$$

其中 $A_W = A_W^{\psi\psi}$, $B_W = B_W^\phi$, $X' = X_\psi$.

将 X' 的系数由粗到细按子树结构的顺序进行排列,并且只考虑非重叠域集的话,图像 X' 的变换矩阵 A_W 可写成 $N_D = 2^{2(N-R-1)}$ 个正方形子矩阵 A_i 组成的一个块对角阵:

$$A_W = \mathrm{diag}(A_i) \tag{17}$$

A_i 的构成如下:

$$\frac{1}{2^{D-R}} \cdot \begin{pmatrix} g_{\Gamma 11}^{\psi\psi} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_{\Gamma 11}^{\psi\psi} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_{\Gamma 11}^{\psi\psi} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{\Gamma 12}^{\psi\psi} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{\Gamma 12}^{\psi\psi} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \gamma_{\Gamma 12}^{\psi\psi} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{\Gamma 13}^{\psi\psi} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{\Gamma 13}^{\psi\psi} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \gamma_{\Gamma 13}^{\psi\psi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{\Gamma 21}^{\psi\psi} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_{\Gamma 21}^{\psi\psi} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_{\Gamma 21}^{\psi\psi} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{\Gamma 22}^{\psi\psi} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{\Gamma 22}^{\psi\psi} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \gamma_{\Gamma 22}^{\psi\psi} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{\Gamma 23}^{\psi\psi} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{\Gamma 23}^{\psi\psi} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_{\Gamma 23}^{\psi\psi} \end{pmatrix} \tag{18}$$

(矩阵列数为 $3 \times (4^0 + 4^1 + \cdots + 4^{N-D})$ 列)

其中 $\gamma_{ij}^o = (g_\Gamma^o, g_\Gamma^o, g_\Gamma^o, g_\Gamma^o)$, Γ 为下标 (i,j) 的缩写,$0 = (0,0,0,0)$, $i \in \{1,2,\cdots,N_D\}$, $j \in \{1,2,3,4\}$, $o \in \Omega$. 因此只需要对 $\{(g_\Gamma^o, \Gamma, \hat{P}_i, B_W), i = 1,2,\cdots,N_D\}$ 进行编码就可完全定义变换 T,其中 $\hat{P}_i$ 表示对矩阵 A_i 所采用的仿射变换类型.

4　SQS 算法中尺度函数系数对编、解码误差的影响

由前述分析,SQS 编码可以用线性系统的动态方程进行完全描述.给定 A_W 和 B_W,则输出就由初态和输入完全确定了.若给定一个系统,则它的稳态是由输入完全确定的,而与初态无关.由于稳态 X_∞ 为 T 的固定点,有:

$$X_\infty = A_W X_\infty + B_W \tag{19}$$

于是可直接求得:　$X_\infty = (I - AW)^{-1} B_W$　(20)

可见,系统的稳态是独立于初态且为 B_W 的线性函数.

IFS 分形图像压缩编码算法是由 Barnsley[4] 提出的拼贴定理来保证的,拼贴定理的核心就是为了设计一个 IFS,使它的吸引子与原图的误差最小.然而该拼贴定理并不能保证解码误差一定小于拼贴误差,因为传统的拼贴定理所构成的 IFS 可能会由于迭代映射而使得解码误差变大了,即解码误差有可能大于拼贴误差.对此下面作详细分析.

设 X_0 为编码原图像,定义:

$$e_E = X_0 - X_1, e_D = X_0 - X_\infty \tag{21}$$

有:　$e_E = X_0 - (A_W X_0 + B_W) = (I - A_W) X_0 - B_W$　(22)

$$e_D = X_0 - (I - A_W)^{-1} B_W \tag{23}$$

比较式(22)、(23)可得:　$e_D = (I - A_W)^{-1} e_E$　(24)

如果定义:　$M = (I - A_W)^{-1}$　(25)

则 $X_\infty = MB_W$, $e_D = Me_E$,从而有:

$$X_\infty + e_D = M(B_W + e_E) \tag{26}$$

$$X_0 = M(B_W + e_E) \tag{27}$$

若定义:　$r = B_W + e_E$　(28)

则有　$X_0 = A_W X_0 + r$　(29)

对比式(13)可以看出,$A_W X_0$ 表示了 X_0 的自相似分形变换编码分量,而 r 表示了 X_0 的残余分量,B_W 则是送至解码器的 r 的近似值.若 r 在送入解码器过程中无任何误差,则:

$$r = B_W \Rightarrow e_E = 0 \Rightarrow e_D = 0 \Rightarrow X_0 = X_\infty \tag{30}$$

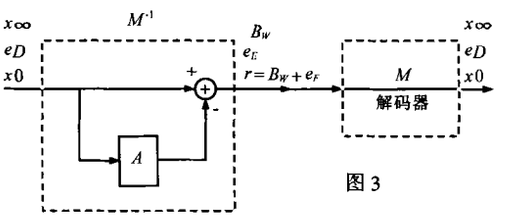


图 3

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

由式(27)有 $X_0 = Mr$,因此,对 B_W 的编码实际是对由域子树来近似值子树之后图像残余部分的编码(如图 3 所示).

5 实验

由式(30)可知,B_W 是对残余量 r 的近似,因此若 B_W 的编码精度越高,则可使 e_E 近似为零,从而使解码误差接近拼贴误差,这样可提高整个小波-分形变换编码的精度.为了验证此分析的正确性,进行了以下实验:

实验(1)根据小波-分形混合编码方案,由式(12)和(13)有

$$h_\Gamma = \boldsymbol{B}_W / 2^b \tag{31}$$

其中 b 为小波分解的层数.于是可单独量化 h_Γ,从而可通过简单的尺度量化来近似 B_W.

实验(2)采用 SQS 的直接存储尺度函数系数的方法,对式(16)中的 B_W 直接进行 DPCM 编码存储.

对 512×512×8 的灰度图"lena"进行小波-分形混合图像编码,对图像进行 4 层小波分解,分解所用的小波基为 Antonini[8]所构造的双正交小波基.对 h_Γ 采用 7 个比特进行量化;对 g_Γ,限定 $|g_\Gamma| < 2$,并用 5 个比特进行量化;域子树位置相对于待编码值子树位置的偏移量(实验中采用局部域子树搜索策略)也只用 7 个比特来进行量化.两组实验中,除对尺度函数系数部分的编码方法不同外,其余子树量化部分完全相同.这样利于我们比较:尺度函数系数采用不同的编码方法会对重构图像质量产生怎样的影响.实验结果如表 1 所示.

表 1

	尺度函数系数误差	第一层小波系数误差	第二层小波系数误差	第三层小波系数误差	第四层小波系数误差	实际比特率(bits/pixel)	PSNR
实验(1)	37980	88461	487898	695423	1107885	0.0806396	22.5726
实验(2)	8806	19715	256656	649597	1046095	0.0289612	23.9323

表 1 中误差的定义为所选域子树经分形变换后树内各元素值的平方和与所量化值子树树内各元素值的平方和的差.对表 1 中的实验结果的分析发现尺度函数系数的量化误差越大,使得对其后各小波子带的树量化误差也越大,于是影响了整个编码算法的对图像的重构质量,对应的重构图像见图 4:

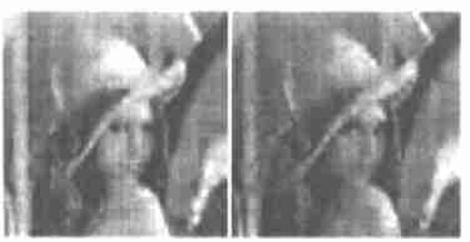


图 4 (左为实验(1);右为实验(2))

这种影响可以解释如下:用图 5 表示小波-分形子树量化中信息是怎样通过尺度扩展映射从粗尺度传到精细尺度上.阴影部分根在粗尺度上的系数是用实验(1)或实验(2)的方法进行编码存储的,在这一层以下的所有值子树都用域子树进行量化.右边的值子树由左边的较大的域子树构成的码字进行量化.算子 $\hat{A}$ 将域子树中存储的粗信息变换成下一个精细尺度中的系数,每一个值子树量化成一个相类似的子树,这样每一个尺度扩展映射恢复了一个尺度的信息.显然这里存在着一个误差由粗尺度向细尺度扩散的问题,这也就是表 1 中对尺度系数的量化误差影响后续小波子带的量化误差的原因.

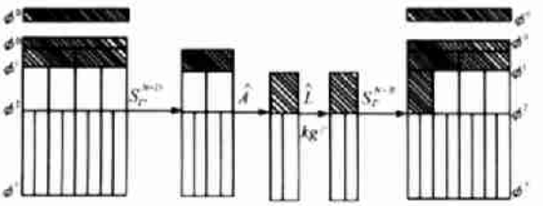


图 5

上述实验印证了关于 B_W 对小波-分形混合编码算法中重构误差的影响的结论.在此类编码算法中,用直接存储尺度函数系数的方法是有理论依据的,因而有较大的实用价值.

6 结论

一般的分形-小波变换编码是将每个子树分形量化后的残留部分的均值 h_Γ 传至解码器,而 SQS 算法却是直接传输 B_W 值.由式(11)、(12)可见,这能使解码大大简化,因解码时只需要恢复小波系数.另外,e_E 是残留分量 $r = X_0 - A_W X_0$ 的传输误差,它在解码产生了输出误差 e_D.因为知道了尺度函数的量化误差是怎样影响解码图像的,因此对最终解码误差的控制比对 h_Γ 的控制要有效的多.采用尺度函数系数的编码比原来对 h_Γ 的编码有效,是因为与值块相对应的尺度函数系数之间是相关的并包含很多的冗余信息,可以通过对这些系数进行小波变换和存储那些粗尺度的小波系数来去除上述冗余信息.尽管可以对 h_Γ 采用相似策略,但是却不容易获得显著的编码增益,这主要是因为 h_Γ 是由许多来自图像不同部分的尺度函数系数的线性组合构成的.这些系数对之间一般不具有相关性,因为码字选择方案决定了 h_Γ 的这种线性组合原则没有考虑这些系数本身的值,将这些不相关的系数组合起来损害了 h_Γ 中可能有的某些空间结构,从而使它们难于编码.由以上分析可以得出如下结论:因为 $X_w + e_D = M(B_W + e_E)$,那么若选择 B_W 使其接近 X_0(或 X_w),则可使 e_D 减小,从而大大提高解码图像的质量.

马 波 1991 年毕业于北京航空航天大学自动控制系,获学士学位.1996 年获铁道部科学研究院通信信号研究所硕士学位.现为北方交通大学信息研究所博士生.主要从事信号处理、图像压缩以及小波理论方面的研究工作.

裘正定 北方交通大学信息研究所教授,博士生导师,通信协会会士.长期从事信号处理与通信方面的科研与教学工作.研究领域为信号处理算法理论,多媒体信息处理与通信及 ATM 网络技术,并承担和主持包括自然科学基金和国家"863"计划项目在内的多项科研及产品的开发.

参考文献

[1] G. M. Davis. A wavelet-based analysis of fractal imagecompression. IEEE Trans. On Image Processing, Feb., 1998, 7(2): 141 ~ 154

(下转第 63 页)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

实验 1:假设 4 个具有相同循环频率的窄带 BPSK 信号分别以 -40°,-10°,15°,40°入射至 3 均匀线阵,(图 1)元给出了窄带 GSC-SSE 方法的 DOA 估计结果.由于虚拟阵列的孔径扩展效应,用该方法可以在 3 元阵的情况下估计 4 个源,而一般特征结构法在这种情况下最多只能估计出两个源的 DOA.

实验 2:考虑 7 元 ULA,假设两个具有相同循环频率的调幅信号分别以 50°和 60°入射.用 3.2 节中与带宽无关的 GSC-SSF 方法进行波达方向估计,图 2(*a*)为窄带(相对带宽为 1%),取 $l=2$ 时的情形;图 2(*b*)为宽带(相对带宽为 60%)取 $l=3$ 时的情形.其中信噪比为 10dB,快拍次数为 1000 次,取 25 次 Monte-Carlo 实验的结果.可以看出,对宽带和窄带信号 GSC-SSF 方法均十分有效.

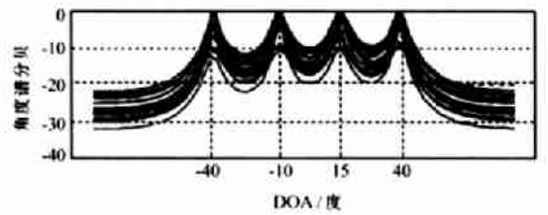


图 1　在 3 元 ULA,使用窄带 GSC-SSF 方法的情形下对 4 个 BPSK 信号 DOA 的估计结果

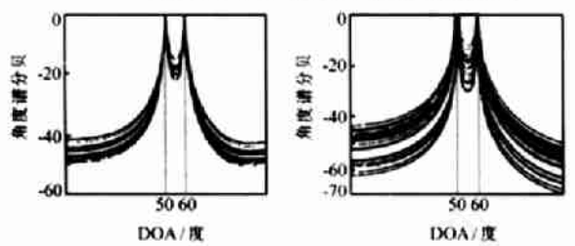


图 2　不同带宽情形下 GSC-SSF 方法的仿真结果

6　结论

本文首先基于一般意义下的阵列模型导出了阵列循环互相关函数与信号循环自相关函数之间的关系—阵列谱相关关系.通过这一关系,提出了广义谱相关子空间拟合方法——GSC-SSF 方法.理论分析与仿真结果表明,该方法可同时适用于宽带与窄带循环平稳信号的 DOA 估计;具体到窄带条件下,可以利用窄带 GSC-SSE 方法扩张阵列的等效孔径,从而可以大大提高算法的分辨率和可估计的信号源个数.我们还证明了 SC-SSF、Cyclic MUSIC、Cyclic ESPRIT 方法均可看作 GSC-SSF 方法在不同情开下的特例或近似,进而说明了该方法更具一般性.

参考文献

[1] W. A. Gardner. Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals. IEEE SP. Magazine, April 1991:14 ~ 36

[2] W. A. Gardner. Simplification of MUSIC and ESPRIT by exploitation of cyclostationarity. Proc. of IEEE, July 1988, 76(7):845 ~ 847

[3] G. Xu, T. Kailath. Direction-of-arrival estimation via explotation of cyclostationarity-A combination of temporal and spatial processing. IEEE Trans. on SP, July 1992, 40(7):1775 ~ 1785

[4] 金梁,殷勤业.广义谱相关子空间拟合 DOA 方法的性能分析.已投"信号处理"

[5] Liang Jin, Minli Yao, Qinye Yin. 2D DOA Estimation of Multipath Signals by Exploitation of Cyclostationarity. Proc. of 41st Midwest Symposium on Circuits & Systems, 1998, Indiana, U.S.A, 608 ~ 611

[6] Liang Jin, Yilin Wang, Qinye Yin. The Generalized Spectral Correlation Signal Subspace Fitting for DOA Estimation. Proc. of 6th IEEE International Workshop on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, 1998, Melbourn, Australia

[7] Liang Jin, Minli Yao, Qinye Yin. Azimuth and Elevation Bearing for Multimedia Signals Using Generalized Spectral Correlation Signal Subspace Fitting. Asia and Pacific Microwave Conference, 1998, 2:527 ~ 530

[8] 金梁.基于时空特征结构的阵列信号处理与智能无线研究.西安交大博士论文,1999



金　梁　解放军信息工程大学副教授,1969 年出生,1990 年于西安交通大学无线电技术专业获学士学位,1993 年解放军信息工程学院获通信与电子系统硕士学位,1999 年获西安交通大学通信与信息系统博士学位.感兴趣的研究方向为阵列信号处理、通信中的信号处理技术、联合时频分析及非平稳统计信号处理等.已在国内外发表学术论文 30 余篇.

殷勤业　教授,博士生导师.1950 年出生,1982 年、1985 年和 1989 年分别获西安交通大学学士、硕士和博士学位,现为西安交通大学信息工程研究所所长,主要从事时空谱估计、神经网络理论及应用、时频分析等方面的研究工作.

(上接第 56 页)

[2] B. Simon. Explicit link between local fractal transform and multiresolusion transform, Proceedings. edited by J. Storer. IEEE Computer Society Press, March 1995

[3] Z. Xiong, K. Ramchandran and M. T. Orchard. Space-frequency quantization for wavelet image coding. IEEE Trans. Image Processing, May 1997, 6:677 ~ 693

[4] M. F. Barnsley and L. P. Hurd. Fractal image compression. A. K. Peters, Wellesley, Mass. 1993

[5] J. Shapiro. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients. IEEE Trans. Signal Processing, Dec. 1993, 41:3445 ~ 3462

[6] R. Rinaldo and G. Calvagno. Image coding by block prediction of multiresolution subimages. IEEE Trans. Image Processing, July 1995, 4:909 ~ 920

[7] A. Jacquin. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformation. IEEE Trans. Image Processing, Jan. 1992, 1:18 ~ 30

[8] M. Antonini, M. Barlaud and I. Daubechies. Image coding using wavelet transform. IEEE Trans. Image Processing, Apr. 1992, 1:205 ~ 220

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net