

低信噪比下非凸化压缩感知 超宽带信道估计方法

樊甫华, 阮怀林

(解放军电子工程学院, 安徽合肥 230037)

摘要: 受感知信息算子矩阵相干性和噪声的影响, 压缩感知超宽带(UWB)信道估计误差过大. 为此, 首先提出利用压缩观测信号加权构造自适应感知信息(ASI)算子矩阵的方法, ASI算子矩阵不仅具有弱相干性, 而且包含观测信息, 适用于重建算法选择最优稀疏表示原子. 其次提出修正稀疏度自适应匹配追踪(SAMP)算法, 无需稀疏度或信噪比的先验信息实现压缩感知稀疏信号准确重建. 最后基于 ASI算子矩阵和修正 SAMP算法提出非凸化压缩感知 UWB信道估计方法, 理论分析和仿真结果均表明该方法能在低信噪比和极低压缩比下实现 UWB信道的准确估计.

关键词: 压缩感知; 超宽带通信; 稀疏信道估计; 自适应感知信息算子; 修正 SAMP算法

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2014)02-0353-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.02.022

Non-Convex Compressive Sensing Ultra-Wide Band Channel Estimation Method in Low SNR Conditions

FAN Fu-hua, RUAN Huai-lin

(Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei, Anhui 230037, China)

Abstract: There could be large error in Compressive Sensing Ultra-Wide Band (CS-UWB) channel estimation because of the coherence of sensing information matrix and the noise interference. Firstly, the Adaptive Sensing Information (ASI) matrix is constructed by measurement vector weighting, which has the desirable properties of low coherence and containing measurement information to support the sparse recovery algorithms to obtain optimal atoms. Secondly, a modified Sparsity Adaptive Matching Pursuit (SAMP) algorithm is proposed to recovery sparse signal accurately without prior information of sparsity or SNR. Finally, a non-convex CS-UWB channel estimation method is presented based on the ASI matrix and the modified SAMP algorithm. Both the theoretical analysis and the experimental results show that this method can accurately reconstruct UWB communication channel in low SNR conditions with very low compressive sampling ratio.

Key words: compressive sensing; ultra-wide band communication; sparse channel estimation; adaptive sensing information operator; modified SAMP algorithm

1 引言

超宽带(Ultra-Wide Band, UWB)通信具有诸多优点, 受到了广泛关注. 由于 UWB接收机的多径合并需要多径衰落幅度信息和时延信息, 则信道估计的准确性直接影响超宽带通信系统的性能. 压缩感知(Compressive Sensing, CS)^[1]是一种新的稀疏信号获取和重建理论, 因而 UWB稀疏多径信道估计也可转换为稀疏信号重建问题. 为了降低 UWB系统的采样速率, 许多学者提出了基

于 CS理论的 UWB信道估计方法^[2~4]. 文献[2]用改进的正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法同时处理多个观测值, 在实现压缩采样的同时保证高数据传输速率, 不足之处是重建算法直接设定迭代次数强制终止迭代过程. 文献[4]针对脉冲超宽带通信信号设计了过完备字典库和观测矩阵, 但是观测矩阵用发送端的预滤波实现, 降低了系统的数据传输速率. 本文拟从观测矩阵和重建算法两方面寻求压缩感知 UWB信道估计的改进方法.

降低观测矩阵与稀疏表示矩阵的互相关性^[5]是观测矩阵优化、重建算法设计的重要依据,文献[6]据此提出了观测矩阵与重建算法的协同构造方法.针对实际信号,文献[7,8]认为非凸化算法更适用于被噪声污染信号的稳健重建.研究表明,非凸化压缩感知重建算法的性能与冗余字典的相干性密切相关,字典相干性越小,信号重建精度越高.为此,许多学者提出了基于冗余字典构造原子间弱相干的感知字典的方法^[9~11].利用感知字典和非凸化算法将有效改善有噪稀疏信号重建性能,不过 OMP 及其改进算法适用无噪或高信噪比环境,以稀疏度自适应匹配追踪 (Sparsity Adaptive Matching Pursuit, SAMP) 算法^[12]代表的盲稀疏度重建^[13]是通过残差能量的大小来判定重建过程是否结束,迭代终止阈值的设置需要信噪比的先验信息.在信噪比未知的情况下, SAMP 等算法的应用受到了限制.

针对实际有噪压缩感知 UWB 信道估计,本文结合观测矩阵优化和感知字典构造的方法^[5,9~11],提出构造自适应感知信息 (Adaptive Sensing Information, ASI) 算子矩阵的方法,以降低 ASI 算子矩阵与感知信息 (Sensing Information, SI) 算子矩阵的互相关性,并引入压缩观测数据进行加权处理,使得 ASI 算子矩阵的列向量自适应匹配压缩观测数据,有利于重建算法选择最优的稀疏表示向量,提高信号重建精度;其次,提出修正稀疏度自适应匹配追踪 (Modified SAMP, MSAMP) 算法,通过改进 SAMP 算法的迭代终止条件,适用于信噪比未知且较低条件下稀疏信号的准确重建;最后,基于 ASI 算子矩阵和 MSAMP 算法提出压缩感知 UWB 信道估计方法,用以实现低压缩采样比和低信噪比条件下压缩感知 UWB 通信信道的准确估计.

2 UWB 通信信道估计模型

假设 UWB 信道冲激响应 $h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \delta(t - \tau_l)$, L 是多径总数, τ_l 和 α_l 分别是第 l 条单径的时延与增益^[3]. 发送信号 $s(t)$ 通过超宽带信道后,接收信号

$$x(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l s(t - \tau_l) + e(t) \quad (1)$$

其中 $e(t)$ 是均值为 0 的加性高斯白噪声. 对 $x(t)$ 离散化,得到

$$\mathbf{x} = \mathbf{S}\mathbf{h} + \mathbf{e} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{x} = [x_0 \ x_1 \ \cdots \ x_{N-1}]^T$ 为接收信号向量, $\mathbf{e} = [e_0 \ e_1 \ \cdots \ e_{N-1}]^T$ 是噪声向量, 信道 $\mathbf{h} = [h_0 \ h_1 \ \cdots \ h_{L-1}]^T$ 是近似 K -稀疏的向量, \mathbf{S} 是由发送信号 $s(t)$ 生成的稀疏变换矩阵, 即

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s(0) & s(-1) & \cdots & s(1-L) \\ s(1) & s(0) & \cdots & s(2-L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s(N-1) & s(N-2) & \cdots & s(N-L) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(2)表明接收信号 \mathbf{x} 在变换域 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{N \times L}$ 上是稀疏的, 所以对于 UWB 信道 \mathbf{h} 的估计就是解决受噪声污染的稀疏信号重建的问题.

3 压缩感知 UWB 通信信道估计方法

由于矩阵 \mathbf{S} 的列向量是由发送信号的移位序列构成的, 其各列之间具有较强的相关性. 若采用高斯随机矩阵 $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ($M \ll N$) 作为压缩观测矩阵, 则压缩观测向量

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{S} \mathbf{h} + \mathbf{e} = \Theta \mathbf{h} + \mathbf{e} \quad (4)$$

其中 $\Theta = \Phi \mathbf{S}$ 称为 SI 算子矩阵. 定义压缩采样比

$$\rho = M/N \quad (5)$$

其中 M 是压缩观测数目, N 是信号 \mathbf{x} 的长度.

式(4)表明 SI 算子矩阵 Θ 是压缩观测信号 \mathbf{y} 的稀疏表示矩阵. 无噪声时, 观测信号 $\mathbf{y} = \Theta \mathbf{h}$, 则对 \mathbf{h} 的估计就是受约束 l_0 范数最小的优化问题:

$$\min_{\mathbf{h} \in \mathbf{R}^L} \|\mathbf{h}\|_0, \quad \text{s.t. } \mathbf{y} = \Theta \mathbf{h} \quad (6)$$

当向量 \mathbf{h} 的稀疏度为 K , 且 SI 算子矩阵 Θ 的任意 $2K$ 列都是线性无关的, 那么式(6)存在唯一确定的解. 文献[14]认为: 当 Θ 具有有限等距性质 (Restricted Isometry Property, RIP) 且有限等距常数 (Restricted Isometry Constant, RIC) 在 RIC 界范围内, 式(6)又可等价于 l_1 范数框架下的凸优化求解问题.

考虑噪声 \mathbf{e} 的影响, 则对稀疏信道 \mathbf{h} 的估计可转化为一个稳健的稀疏信号恢复优化问题^[14]

$$\min_{\mathbf{h} \in \mathbf{R}^L} \|\mathbf{h}\|_1, \quad \text{s.t. } \|\mathbf{y} - \Theta \mathbf{h}\|_2 \leq \epsilon \quad (7)$$

其中 ϵ 是与噪声有关的常数. 对于该最优化问题, 文献[15]给出信道估计 $\hat{\mathbf{h}}$ 的误差上界: 当矩阵 Θ 的 RIC 满足 $\delta_{3K} + 3\delta_{4K} < 2$, 且 $\|\mathbf{e}\|_2 \leq \epsilon$, 则

$$\|\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|_2 \leq C_0 \frac{\|\mathbf{h} - \mathbf{h}_K\|_1}{\sqrt{K}} + C_1 \epsilon \quad (8)$$

其中 \mathbf{h}_K 是保留向量 \mathbf{h} 中 K 个最大的元素, 其余元素置零的新向量, C_0 和 C_1 都是非负的常数.

相干性判别理论^[16,17]指出: 矩阵 Θ 各列之间的相关性越弱, 越有利于稀疏信号重建. 而累积相干参数^[18]很好地反映了矩阵 Θ 各列之间的整体相关特性, 其定义为

$$\mu(K, \Theta) = \max_i \max_{\substack{|\Lambda| = K, i \in \Lambda \\ j \in \Lambda}} |\langle \theta_i, \theta_j \rangle| \quad (9)$$

其中 Λ 表示由 K 个列向量的序号所组成的集合. $\mu(K, \Theta)$ 度量了由矩阵 Θ 的 K 个列组成的子矩阵与其他列

之间的相关特性,其值越小,SI 算子矩阵 Θ 重建稀疏信号的性能越好.

3.1 压缩感知 UWB 信道估计存在的问题

式(8)表明含噪压缩感知 UWB 信道估计误差主要包括无噪声时压缩感知重建误差和噪声引起的误差.而在无噪声时,无论使用 l_0 范数框架下的非凸化方法,还是 l_1 范数框架下的凸化方法,信道估计效果都不好.主要原因在于:

(1)稀疏表示矩阵 S 是由发送信号构造的,列向量之间具有较大的相关性,严重影响了贪婪类算法正确选择稀疏表示原子.

(2)矩阵 S 各列之间的相关性使得 SI 算子矩阵 Θ 不具有 RIP 性质,基于 l_1 范数和 l_0 范数的优化结果不等价.

文献[7]认为,在非凸 CS 框架下,观测矩阵不再局限于是满足特定分布的随机矩阵,并且信号的先验信息可以方便引入到优化模型.因此,非凸 CS 方法更适用于含噪稀疏信道估计.针对式(4)模型,本文研究非凸化压缩感知 UWB 信道估计方法,主要解决两个方面的问题:

(1)降低 SI 算子矩阵 Θ 的相干性,减少矩阵 Θ 的干扰项对信道估计的影响

基于贪婪类算法估计 UWB 信道的过程可概括为:在矩阵 Θ 中搜寻与压缩观测信号 y 最匹配的列向量组成增量矩阵,利用该增量矩阵和信号 y 得到 h 的最小二乘估计.因此,矩阵 Θ 列向量之间的相干性使得信道估计 h 存在较大偏差.例如初始估计 h^0 的第 i 个元素

$$\begin{aligned} h_i^{(0)} &= |\Theta^T y| \\ &= |\Theta^T(\Theta h + e)| \\ &= \left| \sum_{l=0}^{L-1} \theta_i^T \theta_l h_l + \theta_i^T e \right| \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $i = [0, 1, \dots, L-1]$, 向量 θ_i 是 Θ 的第 i 列.当 $h_l \neq 0$, 干扰项 $\theta_i^T \theta_l$ 就会使估计值 $h_i^{(0)}$ 偏离真实值 h_i .为了降低 SI 算子矩阵对信道估计的影响,应尽可能减少干扰项的影响,即降低矩阵 Θ 的相干性.

(2)实现稀疏度未知以及低信噪比条件下 UWB 信道的准确估计

SAMP 算法能在稀疏度未知的条件下实现信号重建,其迭代终止条件是残差的能量小于设定的阈值.文献[19]指出匹配追踪稀疏分解残差的能量主要取决于噪声,在低信噪比情况下,采用残差能量小于设定阈值的迭代终止条件是不合理的.因为低信噪比条件下,当 SAMP 算法迭代到一定次数时,所得到的字典原子组合已逼近信号中的有用成分,此时残差不会随迭代次数的增加而明显下降,算法难以终止.此外,设置 SAMP 算

法的迭代终止阈值需要信噪比的先验信息,带来了一定的困难.因此,应寻求更合理的迭代终止条件.

3.2 构造 ASI 算子矩阵

由于 SI 算子矩阵 Θ 的各列并不相互正交,所以贪婪类算法在迭代过程中产生的残差不能与所选列向量张成的子空间正交,按照绝对内积最大准则可能会在下一迭代中选中与已有列向量强相干的列向量.若将矩阵 Θ 当作冗余字典,则可利用 Schnass 等人提出的构造感知字典 Ψ 的方法^[9~11]来减少矩阵 Θ 的相干性.

文献[10]定义互累积相干参数 $\bar{\mu}(K, \Psi, S)$ 和最小相干参数 $\beta(\Psi, S)$ 分别为

$$\bar{\mu}(K, \Psi, S) = \max_i \max_{|A|=K, i \notin A} \sum_{j \in A} |\langle \psi_i, s_j \rangle| \quad (11)$$

$$\beta(\Psi, S) = \min_i |\langle \psi_i, s_i \rangle| \quad (12)$$

其中 A 的定义同式(9),向量 ψ_i 为矩阵 Ψ 的第 i 列,向量 s_j 为矩阵 S 的第 j 列.如果

$$\bar{\mu}(K, \Psi, S) + \bar{\mu}(K-1, \Psi, S) < \beta(\Psi, S) \quad (13)$$

则利用 OMP 等算法能准确重建 K -稀疏信号^[10].这表明互累积相干参数 $\bar{\mu}(K, \Psi, S)$ 要尽量小,最小相干参数 $\beta(\Psi, S)$ 要尽量大.依据该原则以及文献[9~11]给出的感知字典设计方法,本文提出构造 ASI 算子矩阵的方法.

设构造的 ASI 算子矩阵为 G ,代替式(10)的 SI 算子矩阵 Θ ,得到

$$\begin{aligned} h_i^{(0)} &= |G^T y| \\ &= |G^T(\Theta h + e)| \\ &= \left| \sum_{l=0}^{L-1} g_i^T \theta_l h_l + g_i^T e \right| \end{aligned} \quad (14)$$

令矩阵 $D = G^T \Theta$,则 D 的非对角线元素 $d_{i,j} = g_i^T \theta_j$, $i \neq j$.依据 ASI 算子矩阵 G 和 SI 算子矩阵 Θ 之间的互累积相干最小原则, D 应尽量接近理想的格拉姆矩阵,也即矩阵 D 的 Frobenius 范数尽量小.当不考虑噪声的影响时,矩阵 G 的设计就是求解受约束的优化问题,其目标函数为

$$\min_{G \in \mathbb{R}^{L \times L}} \|G^T \Theta\|_F^2, \quad \text{s.t.} \quad g_i^T \theta_i = 1 \quad (15)$$

为了使贪婪迭代类重建算法能从候选集中选择最合适的对象,ASI 算子矩阵 G 中与信号有关的列向量应尽可能和压缩观测数据匹配,而与信号无关的列向量的 2-范数尽可能小.因此,引入压缩观测信号构造加权矩阵 $W = \text{diag}(|\Theta y|)$,进一步优化 ASI 算子矩阵,式(15)的目标函数变为

$$\min_{G \in \mathbb{R}^{L \times L}} \|G^T \Theta W\|_F^2, \quad \text{s.t.} \quad g_i^T \theta_i = 1 \quad (16)$$

噪声对信道估计的干扰取决于 $g_i^T e$ 的大小,因此通过约束矩阵 G 的 Frobenius 范数来减少噪声的影响,则

式(16)的目标函数修正为

$$\min_{\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{M \times L}} \|\mathbf{G}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{W}\|_F^2 + \alpha \|\mathbf{G}\|_F^2$$

$$\text{s.t. } \mathbf{g}_i^T \boldsymbol{\theta}_i = 1 \quad (17)$$

其中, $0 < \alpha < 1$ 是与噪声有关的正则化参数, 由 Frobenius 范数的定义可知, 式(17)等价于

$$\min_{\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{M \times L}} \left(\sum_{i=1}^L [\|\mathbf{W}^T \mathbf{\Theta}^T \mathbf{g}_i\|_2^2 + \alpha \|\mathbf{g}_i\|_2^2] \right)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{g}_i^T \boldsymbol{\theta}_i = 1 \quad (18)$$

针对 \mathbf{g}_i , 构造代价函数

$$J(\mathbf{g}_i, \lambda_i) = \frac{1}{2} (\|\mathbf{W}^T \mathbf{\Theta}^T \mathbf{g}_i\|_2^2 + \alpha \|\mathbf{g}_i\|_2^2) + \lambda_i (1 - \mathbf{g}_i^T \boldsymbol{\theta}_i) \quad (19)$$

求得使代价函数最小的 \mathbf{g}_i 为

$$\mathbf{g}_i = \frac{\mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\theta}_i}{\boldsymbol{\theta}_i^T \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\theta}_i} \quad (20)$$

其中 $\mathbf{Q} = \mathbf{\Theta} \mathbf{W}^2 \mathbf{\Theta}^T + \alpha \mathbf{I}_M$, \mathbf{I}_M 为单位阵. 即 ASI 算子矩阵 \mathbf{G} 仅与 SI 算子矩阵 $\mathbf{\Theta}$ 和加权矩阵 \mathbf{W} 有关. 由于矩阵 \mathbf{W} 对角线上元素 $w_i = |\langle \boldsymbol{\theta}_i, \mathbf{y} \rangle|$ 是压缩观测信号 \mathbf{y} 与 SI 算子矩阵的第 i 个列向量 $\boldsymbol{\theta}_i$ 的内积模, 在一定程度上反映了 $\boldsymbol{\theta}_i$ 是否是构成信号 \mathbf{y} 稀疏表示的最优向量, 有利于迭代算法从 ASI 算子矩阵 \mathbf{G} 中找到 \mathbf{y} 的最优稀疏表示向量.

3.3 MSAMP 算法

文献[12]给出 SAMP 算法的迭代终止条件为

$$\|\mathbf{r}^{(k)}\|_2 < \sigma \quad (21)$$

其中 $\mathbf{r}^{(k)}$ 表示第 k 次迭代残差, σ 是迭代终止阈值. 即只有残差的能量小于设定的阈值时, SAMP 算法迭代过程才终止, 其不足在于:

(1) 需要依据噪声能量的大小才能合理设定迭代终止阈值 σ , 当信噪比未知时, 阈值难以确定. 若设定的阈值远大于噪声能量, 迭代过程将过早终止, 反之迭代过程难以终止.

(2) 当信噪比较低时, 若残差 $\mathbf{r}^{(k)}$ 的能量已逼近噪声能量, 则第 $k+1$ 次迭代残差 $\mathbf{r}^{(k+1)}$ 与 $\mathbf{r}^{(k)}$ 基本接近, 即在后续的迭代过程中残差将几乎不变. 如果设定的阈值 σ 稍微偏离噪声水平, SAMP 算法将难以合理终止, 重建误差大.

由第(2)点不足分析可知, 此时残差 $\mathbf{r}^{(k)}$ 、 $\mathbf{r}^{(k+1)}$ 的绝大部分能量都来自噪声, 所以 $\mathbf{r}^{(k+1)} - \mathbf{r}^{(k)}$ 更能真实反映残差所含噪声成分的变化情况. 可认为: 当相邻残差之差很小时, 信号重建已完成, 迭代过程可终止. 同时为了消除噪声的随机性干扰, 对相邻残差之差进行规范化处理. 结合 SAMP 算法, 本文提出 MSAMP 算法, 其迭代终止条件

$$\eta^{(k)} = \frac{\|\mathbf{r}^{(k)} - v^{(k)} \mathbf{r}^{(k-1)}\|_2}{\|v^{(k)} \mathbf{r}^{(k-1)}\|_2} < \eta_T \quad (22)$$

其中 $v^{(k)} = \frac{\|\mathbf{r}^{(k)}\|_2}{\|\mathbf{r}^{(k-1)}\|_2}$, 阈值 η_T ($0 < \eta_T < 1$) 是与噪声能量无关的相对量. MSAMP 算法迭代终止条件的优点: (1) 无需噪声能量的信息; (2) $\eta^{(k)}$ 是规范化的相邻残差之差, 降低了噪声影响, 适用于低信噪比环境; (3) 引入相邻残差之比 $v^{(k)}$ 进行加权处理, 提高了算法的鲁棒性. 因为低信噪比时, 迭代过程中可能会出现相邻残差之差过大、过小的现象, 影响迭代算法的收敛平稳性. 由于 $v^{(k)}$ 与 $\mathbf{r}^{(k-1)}$ 负相关, 所以 $v^{(k)} \mathbf{r}^{(k-1)}$ 的变化趋势与 $\mathbf{r}^{(k-1)}$ 相反, 起到抑制相邻残差之差过大、过小的作用, 减少因噪声随机性和稀疏表示向量选取不合理所带来的影响. MSAMP 算法步骤如算法 1 所示.

算法 1

输入: M 维观测向量 \mathbf{y} , $M \times N$ 维观测矩阵 \mathbf{G} , 阶段步长 sp , 迭代终止阈值 η_T

输出: 重建信号 $\hat{\mathbf{h}}$

① 初始化: 残差 $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{y}$, 阶段 $st = 1$, 稀疏度 $K = sp$, 迭代次数 $k = 1$, 索引集 $\Lambda^{(0)} = \emptyset$, 候选集 $\mathbf{C}^{(0)} = \emptyset$, 支持集 $\Omega^{(0)} = \emptyset$;

② 计算相关系数 $\mathbf{m} = \{m_i = |\langle \mathbf{r}^{(k-1)}, \mathbf{g}_i \rangle|, i = 1, 2, \dots, M\}$, 并从 \mathbf{m} 中寻找 K 个最大值对应矩阵 \mathbf{G} 的列向量索引存入 $\Lambda^{(k)}$ 中;

③ 合并索引集与支持集得到候选集 $\mathbf{C}^{(k)} = \Lambda^{(k)} \cup \Omega^{(k-1)}$, 对于 $\hat{\mathbf{h}} = \text{argmin} \|\mathbf{y} - \mathbf{G}_{\mathbf{C}^{(k)}} \hat{\mathbf{h}}\|_2$, 采用最小二乘方法估计出 $\hat{\mathbf{h}}$, 并依据 $\hat{\mathbf{h}}$ 中 K 个最大值所对应矩阵 \mathbf{G} 的列向量索引存入阶段支持集 Ω_{stage} , 计算阶段残差 $\mathbf{r}_{\text{stage}} = \mathbf{y} - \mathbf{G}_{\Omega_{\text{stage}}} \hat{\mathbf{h}}$;

④ 若 $\|\mathbf{r}_{\text{stage}}\|_2 > \|\mathbf{r}^{(k-1)}\|_2$, 则更新迭代阶段 $st = st + 1$, 稀疏度 $K = st \times sp$; 否则, 依据式(22)计算 $\eta^{(k)}$, 更新残差 $\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{r}_{\text{stage}}$, 更新支持集 $\Omega^{(k)} = \Omega_{\text{stage}}$;

⑤ 迭代次数 $k = k + 1$;

⑥ 若 $\eta^{(k-1)} > \eta_T$, 转步骤②; 否则停止迭代, 重建信号 $\hat{\mathbf{h}} = \text{argmin} \|\mathbf{y} - \mathbf{G}_{\Omega^{(k-1)}} \hat{\mathbf{h}}\|_2$.

注: 一般情况下, 阶段步长 sp 设为 1, 阈值 η_T 在 0.05 ~ 0.1 范围内取值.

3.4 压缩感知 UWB 信道估计方法

ASI 算子矩阵的列向量之间具有低相干性, MSAMP 算法又适用于低信噪比条件下稀疏信号重建. 因此, 结合 ASI 算子矩阵和 MSAMP 算法, 提出了低信噪比下非凸化压缩感知 UWB 信道估计方法, 由两部分组成:

(1) 构造 ASI 算子矩阵

① 构造加权矩阵 $\mathbf{W} = \text{diag}(|\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{y}|)$;

② 构造矩阵 $\mathbf{Q} = \mathbf{\Theta} \mathbf{W}^2 \mathbf{\Theta}^T + \alpha \mathbf{I}_M$;

③ 依据式(20)计算 ASI 算子矩阵 \mathbf{G} 的列向量 \mathbf{g}_i , $i = 1, 2, \dots, L$, 得到 $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_L]$.

(2) 基于构造的 ASI 算子矩阵 \mathbf{G} , 利用 MSAMP 算法实现压缩感知 UWB 信道估计.

3.5 信道估计误差分析

MSAMP算法最终是利用最小二乘法得到 UWB 信道估计 $\hat{\mathbf{h}}$,若迭代终止时所构造的 $\mathbf{G}_{\Omega^{(k-1)}}$ 记为 \mathbf{G} ,则 UWB 稀疏信道估计

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{y} \quad (23)$$

若矩阵 \mathbf{G} 是由稀疏信道 \mathbf{h} 非零元素对应矩阵 Θ 的列向量所构成的最优子矩阵,则 $\hat{\mathbf{h}}$ 的均方估计误差^[20]

$$\begin{aligned} \xi &= E \{ \|\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|_2^2 \} \\ &= \text{tr} \{ (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \} \cdot \sigma^2 \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, σ^2 为噪声方差. 设信道 \mathbf{h} 的稀疏度为 K , 压缩观测数目为 M , 则信道估计均方误差的下界^[20]为

$$\xi \geq \frac{K^2 \sigma^2}{\text{tr} \{ (\mathbf{G}^T \mathbf{G}) \}} = \frac{K \sigma^2}{M} \quad (25)$$

式(25)等式成立的条件是矩阵 \mathbf{G} 是正交阵, 这表明: ASI 算子矩阵的各列之间的相干性越弱, 压缩感知 UWB 信道估计的均方误差越小.

4 仿真分析

4.1 ASI 算子矩阵的累积相干性分析

仿真环境(其他小节仿真实验环境均相同): 采用 Saleh-Valenzuela 信道模型, 收发距离 3m, 且为视线环境, 参考衰减 47dB, 衰减指数 1.7, 簇平均到达速率 $0.0233 \times 10^9 (1/s)$, 脉冲平均到达速率 $2.5 \times 10^9 (1/s)$, 簇功率衰减因子 7.1×10^{-9} , 簇内脉冲功率衰减因子 11×10^{-9} , 离散时间分辨率为 2ns, 信道长度 $L = 800$, 非零多径数目约 80 条. 发送 PAM-TH-UWB 信号, 信号平均功率 -30dBm, 基本波形 $p(t)$ 为高斯二阶脉冲, $p(t)$ 形成因子 0.25ns, $p(t)$ 持续时间 0.5ns, 每比特脉冲数 $N_f = 4$, 脉冲重复周期 $T_f = 25\text{ns}$, TH 码周期 $N_p = 4$, TH 码元最大值上界 $N_h = 3$, 码片时间为 2ns, TH 码为 $[1 \ 0 \ 2 \ 1]$, 采样频率 $f_c = 10\text{GHz}$, 接收信号序列长度 $N = 1000$.

压缩观测矩阵 $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 为高斯随机矩阵, 压缩比 $\rho = 0.3$, 稀疏度 K 的最大值为 30, 分别计算 SI 算子矩

阵的累积相干 $\mu(K, \Theta)$ 、ASI 算子和 SI 算子矩阵的互累积相干 $\tilde{\mu}(K, \mathbf{G}, \Theta)$, 200 次重复实验的平均结果如图 1、图 2.

图 1 和图 2 均显示 $\tilde{\mu}(K, \mathbf{G}, \Theta)$ 、 $\mu(K, \Theta)$ 随着稀疏度的增加而增加, 但是无论是否存在噪声, $\mu(K, \mathbf{G}, \Theta)$ 都远小于 $\mu(K, \Theta)$. $\tilde{\mu}(K, \mathbf{G}, \Theta)$ 的减少降低了式(14)中干扰项 $\mathbf{g}^T \theta_l$ 对信道估计的影响, 因此采用 ASI 算子矩阵能提高贪婪迭代类算法的重建精度. 这里仅给出 ρ 为 0.3 时的 $\mu(K, \Theta)$ 和 $\tilde{\mu}(K, \mathbf{G}, \Theta)$, ρ 为其他值时, 实验结论类似, 限于篇幅, 不再讨论.

4.2 MSAMP 算法性能分析

为了便于比较 MSAMP 算法和 OMP、SAMP 算法的性能, SAMP 算法迭代终止阈值 σ 依据先验的信噪比设定为噪声能量, OMP 算法的迭代次数设为信道稀疏度 K 的两倍, MSAMP 算法的终止阈值设为 0.05, 压缩采样比 ρ 为 0.2 和 0.3, 三种算法都是基于 SI 算子矩阵进行重建. 定义相对重建误差

$$\text{Err} = \frac{\|\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|_2}{\|\mathbf{h}\|_2} \quad (26)$$

图 3 是独立重复 200 次实验所得结果的平均值, 表明了 OMP 算法在低信噪比时, 重建误差非常大, 不过随着信噪比增加, 重建性能逐渐改善. 由于充分利用了信噪比信息, SAMP 算法在低信噪比时, 能够合理终止迭代过程. 而 MSAMP 算法在信噪比未知且在较低条件下实现了稀疏信号重建, 并且重建性能在同一条件下甚至略优于 SAMP 算法. 可见 MSAMP 算法不仅性能好, 而且实用.

4.3 小节实验结果表明, 若采用 ASI 算子矩阵, MSAMP 算法的重建误差会更小.

4.3 压缩感知 UWB 信道估计性能分析

设定信噪比 SNR 为 -8dB ~ 20dB, 压缩比 ρ 由 0.1 到 1, 利用 MSAMP 算法分别基于 SI 算子矩阵和 ASI 算子矩阵进行信道估计, 并依据式(26)计算估计误差. 独

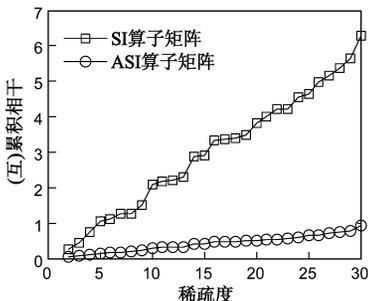


图1 (互)累积相干与稀疏度关系 ($\rho=0.3$, 无噪声)

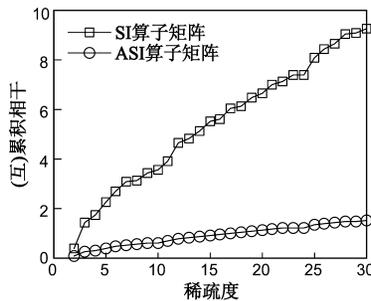


图2 (互)累积相干与稀疏度关系 ($\rho=0.3$, SNR=0dB)

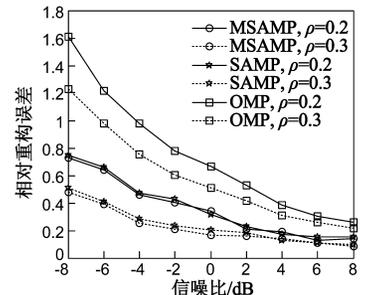


图3 MSAMP、OMP和SAMP算法性能比较

立重复 200 次实验,压缩感知 UWB 信道平均估计误差如图 4 和图 5 所示。

图 4 表明当信噪比低于 0dB,压缩采样比小于 0.4 时,信道估计误差较大.主要原因是:(1)SI 算子矩阵列向量之间存在较强的相干性,因此式(10)中干扰项 $\theta_i^T \theta_i$ 的能量较大,当 $h_i \neq 0$ 时,累积的干扰项使得估计值 \hat{h}_i 与真值 h_i 的偏差较大;(2)低信噪比下,式(10)中部分 $\theta_i^T e$ 项能量较大,导致当 $h_i = 0$ 时会选择一个错误的原子 θ ,造成估计信道中存在较多的虚假多径.不过图 4 也显示:即使信噪比为 -4dB,当压缩采样比高于 0.4 时,信道估计误差下降很快.这表明 MSAMP 算法适用于低信噪比下稀疏信号重建。

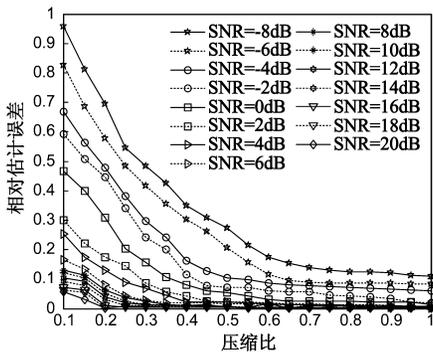


图4 基于SI算子矩阵和MSAMP算法的信道估计误差

图 5 进一步验证了 MSAMP 算法在低信噪比条件下稀疏信号重建性能以及 ASI 算子矩阵的优点.与图 4 相比,当压缩采样比相同时,信道估计误差明显降低,原因是 ASI 算子矩阵与 SI 算子矩阵的互累积相干系数较小,即式(14)中的干扰项 $g_i^T \theta_i$ 能量明显减弱,即使 $h_i \neq 0$,估计值 \hat{h}_i 的误差也随之减小.此外, $g_i^T e$ 项的能量随互累积相干系数的减小而减弱, $h_i = 0$ 时出现虚假多径的可能性降低了.所以,在相同的信噪比和压缩比条件下,基于 ASI 算子矩阵和 MSAMP 算法的信道估计误差更小.结合理论分析和仿真实验结果,可知 MSAMP 算法能够在信噪比未知且较低时实现稀疏信号准确重建,

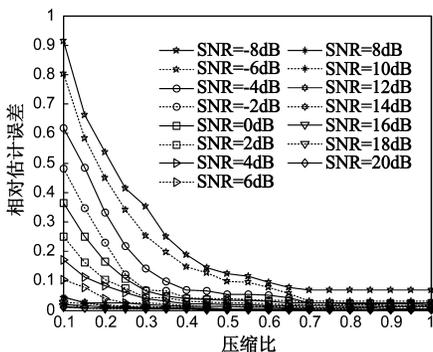


图5 基于ASI算子矩阵和MSAMP算法的信道估计误差

基于 ASI 算子矩阵和 MSAMP 算法的压缩感知 UWB 信道方法在低信噪比和低压压缩采样比条件下具有良好的性能。

5 结束语

针对 SI 算子矩阵的相干性以及噪声严重影响压缩感知 UWB 信道估计性能的问题,本文从两个方面进行了改进:(1)结合贪婪重建算法,构造 ASI 算子矩阵,使得 ASI 算子矩阵与 SI 算子矩阵的互累积相干性明显降低,有利于贪婪重建算法选择最优原子;(2)依据相邻残差之差修正 SAMP 算法的迭代终止条件,无需信噪比的先验信息实现含噪 CS 稀疏信号重建.并基于 ASI 算子矩阵和修正 SAMP 算法,提出了非凸化压缩感知 UWB 信道估计方法,仿真实验验证了该方法无需信噪比或稀疏度的先验信息,实现了低信噪比和低压压缩采样比条件下压缩感知 UWB 信道的准确估计.推而广之,基于 ASI 算子矩阵和修正 SAMP 算法的非凸化重建方法适用于非正交稀疏变换下含噪信号的压缩感知处理。

参考文献

- [1] D L Donoho. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 - 1306.
- [2] T Agrawal, V Lakkundi, A Griffin, et al. Compressed sensing for OFDM UWB systems[A]. Radio and Wireless Symposium [C]. Phoenix, USA, 2011. 190 - 193.
- [3] J L Paredes, G R Arce, Z Wang. Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(3): 383 - 395.
- [4] 于华楠,郭树旭.基于压缩感知的超宽带信道估计方法的研究[J].电子与信息学报,2012,34(6):1452 - 1456.
Yu Hua-Nan, Guo Shu-Xu. Research on CS-based channel estimation methods for UWB communications[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(6): 1452 - 1456. (in Chinese)
- [5] E Candès, J Romberg. Sparsity and incoherence in compressive sampling[J]. Inverse Problems, 2007, 23(3): 969 - 985.
- [6] 李佳,王强,沈毅,等.压缩感知中测量矩阵与重建算法的协同构造[J].电子学报,2013,41(1):29 - 34.
Li Jia, Wang Qiang, Shen Yi, et al. Collaborative construction of measurement matrix and reconstruction algorithm in compressive sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1): 29 - 34. (in Chinese)
- [7] 焦李成,胡淑媛,刘芳,等.压缩感知回顾与展望[J].电子学报,2011,39(7):1561 - 1662.
Jiao Li-Cheng, Yang Shu-Yuan, Liu Fang, et al. Development and prospect of compressive sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7): 1561 - 1662. (in Chinese)

- [8] 王军华,黄知涛,周一宇,等.基于近似 l_0 范数的稳健稀疏重构算法[J].电子学报,2012,40(6):1185-1189.
Wang Jun-hua, Huang Zhi-tao, Zhou Yi-yu, et al. Robust sparse recovery based on approximate l_0 norm[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(6):1185-1189. (in Chinese)
- [9] R Yan, Q Wan, L Y Wan, et al. Greedy approach to sparse multi-path channel estimation using sensing dictionary[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2011, 25(6):544-553.
- [10] K Schnass, P Vandergheynst. Dictionary preconditioning for greedy algorithms[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2008, 56(5):1994-2002.
- [11] 黄安民.基于感知字典的稀疏重建算法研究[D].成都:电子科技大学,2011.
Huang An-min. Sparse Recovery Algorithms Based on Sensing Dictionary[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2011. (in Chinese)
- [12] T T Do, L Gan, N Nguyen, et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing[A]. Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers[C]. California, USA, 2008. 581-587.
- [13] 张宗念,黄仁泰,闫敬文.压缩感知信号盲稀疏度重构算法[J].电子学报,2011,39(1):18-22.
Zhang Zong-nian, Huang Ren-tai, Yan Jing-wen. A blind sparsity reconstruction algorithm for compressed sensing signal[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1):18-22. (in Chinese)
- [14] D L Donoho, M Elad, V Temlyakov. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise [J]. IEEE Transactions on Informations Theory, 2006, 52(1):6-18.
- [15] E Candès, J Romberg, T Tao. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8):1207-1223.
- [16] D L Donoho, X M Huo. Uncertainty principles and ideal atomic decomposition[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(7):2845-2862.
- [17] T T Cai, L Wang, G W Xu. Stable recovery of sparse signals and an oracle inequality[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(7):3516-3522.
- [18] J A Tropp. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 50(10):2231-2242.
- [19] 梁巍,阙沛文,陈亮,等.基于残差比阈值的迭代终止条件匹配追踪稀疏分解方法[J].上海交通大学学报,2010,44(2):171-175.
Liang Wei, Que Pei-wen, Chen Liang, et al. Residual ratio iteration termination condition for MP method[J]. Journal of ShangHai Jiaotong University, 2010, 44(2):171-175. (in Chinese)
- [20] J Haupt, W U Bajwa, G Raz, et al. Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(11):5862-5875.

作者简介



樊甫华 男,1975年6月出生,安徽繁昌人.现为解放军电子工程学院讲师,主要从事压缩感知、超宽带通信等方面的研究工作.

E-mail: davidfaneei@163.com

阮怀林 男,1961年6月出生,安徽合肥人.现为解放军电子工程学院教授,主要从事压缩感知、阵列信号处理等方面的研究工作.