

基于 C_0 算法的混沌系统复杂度特性分析

孙克辉^{1,2}, 贺少波¹, 朱从旭³, 何毅¹

(1. 中南大学物理与电子学院, 湖南长沙 410083; 2. 新疆大学物理科学与技术学院, 新疆乌鲁木齐 830046;
3. 中南大学信息科学与工程学院, 湖南长沙 410083)

摘 要: 采用 C_0 复杂度算法, 分析了 Logistic 映射、简化 Lorenz 系统和超混沌 Lorenz 系统的复杂度特性, 并与系统的 Lyapunov 指数谱和分岔图进行对比, 结果表明, C_0 复杂度能正确反映系统的复杂度特性; 三系统复杂度从大到小依次为 Logistic 系统、超混沌 Lorenz 系统和简化 Lorenz 系统. 将 C_0 复杂度算法与谱熵算法(SE)和强度统计算法(LMC)计算结果对比, 进一步说明 C_0 算法分析混沌系统复杂度的有效性. 系统复杂度随时间演化的特性分析表明, 系统复杂度在一定范围内波动, 即系统具有演化稳定性, 两连续系统中 y 序列复杂度最大. 为混沌系统应用于信息加密、保密通信领域提供了理论与实验依据.

关键词: C_0 算法; 动力学特性; 复杂度; 简化 Lorenz 系统; 超混沌 Lorenz 系统;

中图分类号: TN918 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 09-1765-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.09.015

Analysis of Chaotic Complexity Characteristics Based on C_0 Algorithm

SUN Ke-hui^{1,2}, HE Shao-bo¹, ZHU Cong-xu³, HE Yi¹

(1. School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China; 2. School of Physics Science and Technology, Xinjiang University, Urumqi, Xinjiang 830046, China; 3. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China)

Abstract: Complexity characteristics of logistic map, simplified Lorenz system and hyper-chaotic Lorenz system are analyzed based on C_0 algorithm. Compared with the Lyapunov spectrum and bifurcation of the systems, the results show that C_0 complexity reflects complexity of chaotic systems correctly. Decreasing order on complexity of the systems is logistic map, hyper-chaotic Lorenz system and simplified Lorenz system. Compared the results of spectral entropy(SE) and intensive statistical algorithm(LMC) with that of C_0 algorithm, it shows that C_0 algorithm can be used to analyze complexity of chaotic systems effectively. Analyses of evolution complexity of time shows that complexity of chaotic systems fluctuates within a certain range which means system has evolution stability, and complexity of sequence y is the biggest among the sequences of the two continuous chaotic systems. It provides a theoretical and experimental basis for the applications of chaotic systems in the field of information encryption and secure communication.

Key words: C_0 algorithm; dynamical characteristics; complexity; simplified Lorenz system; hyper-chaotic Lorenz system;

1 引言

随着混沌科学的发展,混沌在信息安全领域的应用越来越广泛,复杂度是测度混沌系统产生序列接近随机序列程度的一个量化指标,采用复杂度来表征混沌动力学特性,已引起了学者们的关注^[1,2].

目前,混沌系统复杂度分析算法可分为两种,一种为行为复杂度算法,另一种为结构复杂度算法.以 Kolmogorov 算法^[3]为基础的行为复杂度算法中使用较多的有 ApEn 算法^[4],以及其改进算法 SampEn 算法^[5]和 FuzzyEn 算法^[6],这类算法对短数据、连续数据复杂度均

能很好衡量,但是当数据长度增加时,计算速度变慢,实时性差;文献[7]利用符号熵算法(SymEn)对混沌伪随机序列复杂度进行测度;在排列熵算法^[2]基础上添加 Jensen-Shannon 分歧定义不均衡,得到强度统计算法(LMC)^[8],使得算法能体现序列的相关结构,更好地测度系统的复杂性.在行为复杂度发展的同时,基于傅立叶变换和小波变换的结构复杂度算法也取得良好的进展,谱熵算法^[9]和小波熵算法^[10]分别被用于离散混沌系统、脑电信号的复杂性分析,基于 FFT 变换的 C_0 算法^[11],计算速度快,在生物医学领域中,对脑信号^[12]、大脑光学图片^[13]进行复杂度分析,取得了比较好的效

果,文献[14]证明了 C_0 算法的重要性质,表明 C_0 算法可以描述时间序列随机程度,即可描述复杂度大小,文献[15]对 C_0 算法进行了改进,改进后的 C_0 算法性能更优.目前,利用 C_0 算法分析混沌系统,特别是连续混沌系统复杂性特性的文献比较少,所以开展这方面的工作具有重要意义.混沌系统动力学特性一般从 Lyapunov 指数、分岔图、耗散性、相图观测等方面研究,本文将主要采用 C_0 算法分析系统的复杂度特性,并与 Lyapunov 指数和分岔图分析结果进行对比.

2 C_0 复杂度算法

时间序列复杂度指的是序列接近随机序列的程度,复杂度越大,其随机性就越大,序列能够被恢复的难度就越大.目前对混沌系统复杂度分析主要基于混沌系统产生的序列,利用相关算法计算出复杂度,然后得出关于系统复杂度的评价.需要指出的是,本文中混沌系统复杂度指的就是混沌系统产生序列的复杂度.在实际应用中,混沌系统应当具有尽可能大的复杂度,以保证扩频通信系统的抗干扰和抗截获能力.

2.1 算法描述

C_0 复杂度定义的是序列中非规则成分所占比例,其算法主要思想是将序列分解成规则成分和不规则成分^[14],对给定长度为 N 的时间序列 $\{x(n), n=0, 1, 2, \dots, N-1\}$ 进行离散傅立叶变换

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} \quad (1)$$

其中 $k=0, 1, \dots, N-1$. 设 $\{X(k), k=0, 1, 2, \dots, N-1\}$ 的均方值为

$$G_N = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 \quad (2)$$

引入参数 r , 保留超过均方值 r 倍的频谱,而将其余部分置为零^[15],即

$$\tilde{X}(k) = \begin{cases} X(k), & \text{当 } |X(k)|^2 > rG_N \\ 0, & \text{当 } |X(k)|^2 \leq rG_N \end{cases} \quad (3)$$

对式(13)进行傅立叶逆变换有

$$\tilde{x}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}(k) W_N^{-nk} \quad (4)$$

其中 $n=0, 1, \dots, N-1$. 定义 C_0 复杂度为^[14,15]

$$C_0(r, N) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} |x(n) - \tilde{x}(n)|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2} \quad (5)$$

可见,基于 FFT 变换的 C_0 复杂度算法,将信号变换域规则部分去掉,留下非规则部分,序列中非规则部分能量所占比例越大,即对应时域信号越接近随机序列,复杂度越大.

2.2 算法参数选取分析

从 C_0 算法定义来看,算法涉及 r 和 N 两个参数,为

了考察算法在分析混沌系统复杂性时的参数选取范围,现利用 Logistic 映射产生的混沌序列作为对象进行分析. Logistic 映射方程为

$$x(n+1) = \mu x(n)(1-x(n)) \quad (6)$$

其中,参数 $\mu \in (0, 4]$, $x(n) \in (0, 1)$, 当 $3.5699 \dots < \mu \leq 4$ 时,系统处于混沌状态.这里,取参数 μ 为 4.0, 计算其 C_0 复杂度结果如图 1 所示. 图 1(a) 中, N 为 2000, r 先从 0.1 开始以步长值 0.1 逐渐增加,大于 2 后以 0.5 增加,初值 x_0 为 0.43; 图 1(b) 中, r 取值为 5, 序列长度 N 从 100 开始,步长为 200, 初值 x_0 为 0.43. 从图 1(a) 可见,随着参数 r 的增加, C_0 测度值逐渐增大,这表明,随着 r 的增大,去掉的规则部分越少,测度值将相应的增加,当 r 大于 2 后,测度值稳定,所以建议 r 取值范围为 5~10, 与文献[15]分析结果一致; 图 1(b) 中当 $N > 2000$ 时,测度值稳定,鉴于 C_0 算法计算速度快,建议序列长度大于 2000.

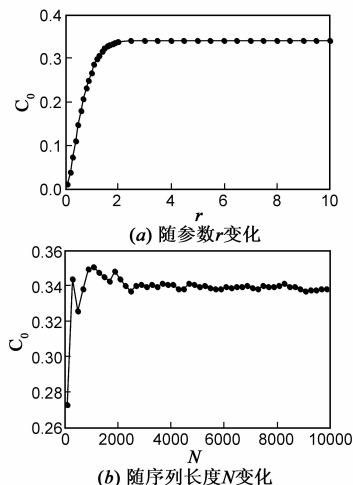


图1 C_0 复杂度随参数变化曲线

3 典型混沌系统的 C_0 复杂度特性分析

3.1 Logistic 系统的复杂度特性

以 Logistic 映射为例,分析其参数 μ 变化时的复杂度变化情况. 这里取 $r=5$, $N=5000$. C_0 复杂度、Lyapunov 指数和分岔图随参数 μ 变化情况如图 2 所示,其中图 2(a)~(c) 参数步长为 0.01, 图 2(d)~(f) 参数步长为 0.002.

比较图 2(a) 与图 2(b)、图 2(d) 和图 2(e) 可知,当 Lyapunov 指数小于零时, C_0 复杂度值为零或接近零,表明此时系统产生的序列复杂性较小; 当 Lyapunov 指数大于零时, C_0 复杂度测度值与 Lyapunov 指数值呈正相关关系,并可检测出其中的周期窗口,表明 C_0 复杂度能反映出 Logistic 系统的动力学特性和复杂度. 图 2(d) 和图 2(e) 为参数区间放大图,由图 2(e) 可见,在 μ 为

3.84 左右的取值中存在一个小周期窗口,此时 Lyapunov 指数小于 0,对应图 2(d)中, C_0 测度值小于 0.05. 此外, C_0 复杂度曲线与分岔图也具有较好的一致性.

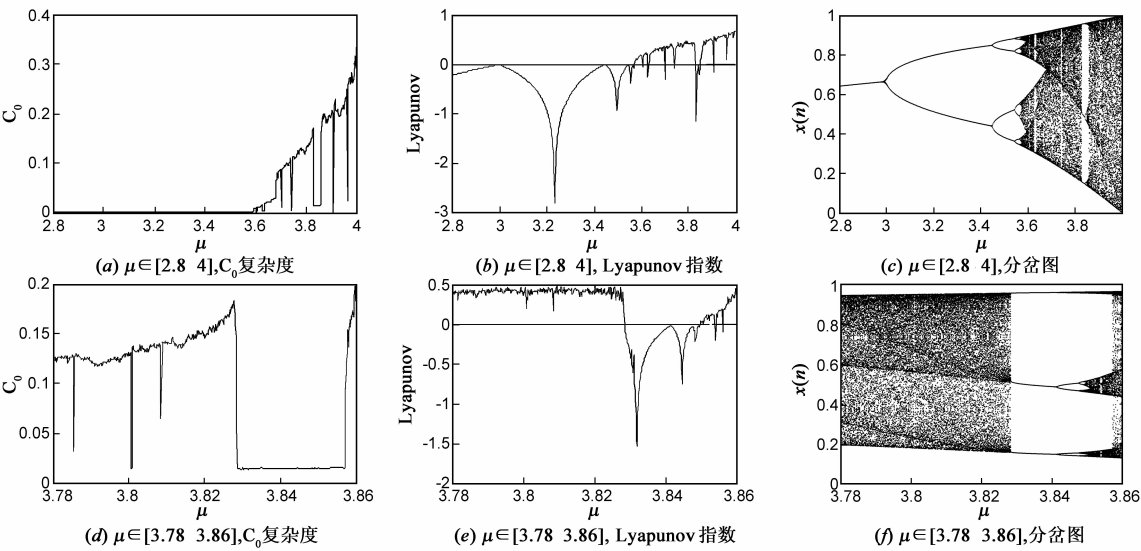


图2 Logistic系统动力学特性随 μ 变化情况

3.2 连续混沌系统的复杂度特性

连续混沌系统采用简化 Lorenz 系统^[16]和超混沌 Lorenz 系统^[17],两系统均为单参数系统,且动力学性能丰富,可作为混沌系统和超混沌系统的代表进行分析和研究,得出相关分析结果.

(1)简化 Lorenz 系统

简化 Lorenz 系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = 10(y - x) \\ \dot{y} = -xz + (24 - 4c)x + cy \\ \dot{z} = xy - 8z/3 \end{cases} \quad (7)$$

其中,参数 $c \in (-1.59, 7.75)$ 时,系统处于混沌态.

设仿真参数中初值为 $[0.1 \ 0.1 \ 0.1]$,仿真步长为 0.01,参数 c 的步长为 0.01,求解算法采用四阶龙格库塔法; C_0 算法计算 y 序列的复杂性,省略前面 2000 个数据,设 $N = 8000, r = 10$;采用 Wolf 方法计算 Lyapunov 指数^[18].简化 Lorenz 系统的最小 Lyapunov 指数恒小于 -2 ,故保留两个大的 Lyapunov 指数.计算结果如图 3 所

示.

当参数 c 变化时,系统存在混沌态、周期态、稳定不动点等动力学状态,其两个最大 Lyapunov 指数谱计算结果见图 3(b),当两个大的 Lyapunov 指数为 $(+, 0)$ 时表明系统处于混沌状态,为 $(0, 0)$ 时表明系统存在二维环面,为 $(0, -)$ 时系统处于周期态.显然当系统处于混沌态时的复杂度大于系统处于其它状态的复杂度,且 Lyapunov 指数越大,表明分离程度越大,系统越复杂,对应图 3(a)中,当系统处于周期态时 C_0 复杂度值为 0,在 c 为 -2 和 8 处最为明显,随着 c 值的增加, C_0 复杂度值总体呈下降趋势,与 Lyapunov 指数谱、分岔图结果一致,可见 C_0 复杂度能表征出系统的动力学行为,且能很好分析混沌序列的复杂性大小.但是 C_0 算法未能检测出系统的几个周期窗口,这需要采用更小的参数步长,放大区间进行观察,参数区间放大后的复杂度和 Lyapunov 指数计算结果如图 4 所示.

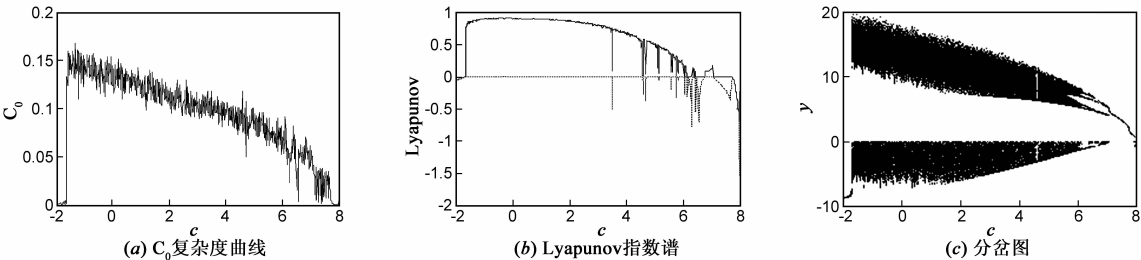


图3 简化Lorenz系统动力学特性随参数 c 变化情况

仿真参数、方法与前面相同,只是 c 参数步长为 0.002.由图 4 可见, C_0 复杂度检测出了系统的混沌态和

周期窗口,如图 4(a)中当 c 为 4.6050 时, C_0 复杂度为 0.0481,对应此时系统 Lyapunov 指数谱为 $(0.0089$

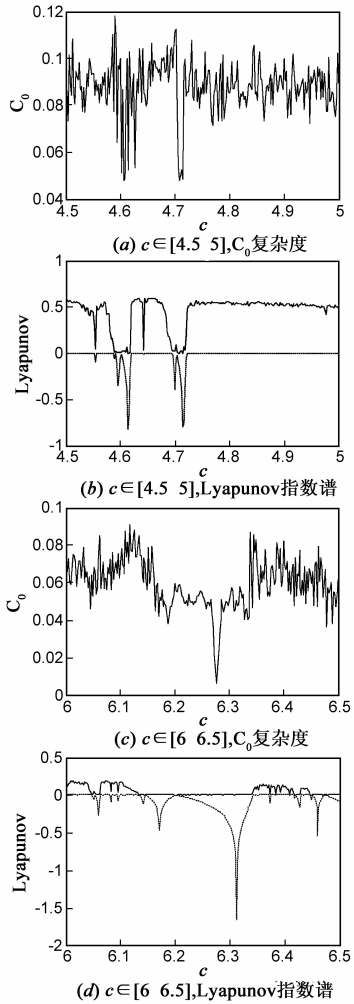


图4 简化Lorenz系统周期窗口中C₀复杂度检测(0.002)

-0.0737-7.9967),系统处于周期态,当 c 为 4.800 时, C_0 复杂度为 0.0855,对应此时系统 Lyapunov 指数谱为 (0.5405 0.0021 -8.4092),系统处于混沌态;图 4(c)中 C_0 复杂度测度值存在低谷,对应图 4(d)中系统大范围

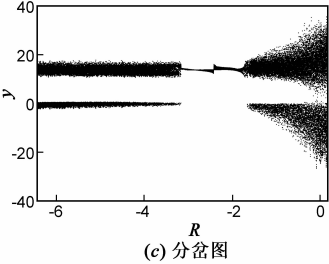
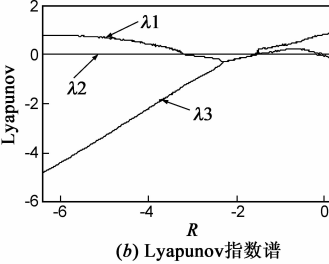
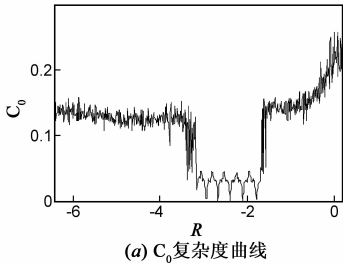


图5 超混沌Lorenz系统动力学特性随参数R变化情况

3.3 复杂度特性对比分析

(1)不同算法测度结果对比

在复杂度测度算法中,ApEn, SampEn 和 FuzzyEn 衡量序列产生新模式概率的大小,排列熵和符号熵算法测量的是序列排列模式复杂性,LMC 添加了分歧不均

的(0,-)和(0,0)Lyapunov 指数谱区域.从图 3 和图 4 的计算结果看, C_0 复杂度能有效分析连续混沌系统的动态特性,在保密通信应用中如果计算出来的 C_0 复杂度比较小时,说明此时系统不处于混沌状态,应避免选取这期间参数.

(2)超混沌 Lorenz 系统

超混沌 Lorenz 系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) + w \\ \dot{y} = cx - y - xz \\ \dot{z} = xy - bz \\ \dot{w} = -yz + Rw \end{cases} \quad (8)$$

当参数 $a=10, b=8/3, c=28$ 时, R 取不同值时系统表现出不同的动力学行为^[17].当 $-6.43 \leq R \leq -3.21$ 时,系统处于混沌状态;当 $-3.21 < R \leq -1.52$ 时,系统处于周期运动状态;当 $-1.52 < R \leq -0.06$ 时,系统处于超混沌状态;当 $-0.06 < R \leq 0.17$ 时,系统处于混沌状态.仿真时取系统初值为[0.1 0.1 0.1 0.1],时间步长为 0.01,参数 R 的步长为 0.01,仿真算法采用四阶龙格库塔法.采用 C_0 算法计算 y 序列的复杂性,省略前面 2000 个数据,长度 $N=8000, r=10$.复杂度计算结果、Lyapunov 指数谱和分岔图如图 5 所示,图 5(b)中,由于 λ_4 恒小于 -14,图中未给出.

由图 5 可见,当系统处于周期态时,复杂度很小;当系统处于混沌态和超混沌态时,复杂度在 0.1 到 0.3 之间波动,明显大于周期态复杂度.当参数 $R > -1.52$ 时, C_0 复杂度随参数的增加而逐渐增加,对应图 5(b)中 λ_1 逐渐增大和图 5(c)分岔图中分岔范围逐渐增大.由图 5(a)可见,系统处于超混沌态时的复杂度并没有明显大于混沌态时的复杂度,且超混沌态($R \in [-0.17, -0.06]$)时的分岔范围并没有混沌态($R \in (-0.06, 0.17]$)时的分岔范围大.所以,在实际应用中,从复杂度的角度来看,混沌系统和超混沌系统都可用于保密通信.

衡,算法能体现序列的相关结构,谱熵和小波熵测量的则是序列变换域能量分布情况,而 C_0 算法测度的是序列中非规则部分所占比例,算法基于 FFT 变换,相对于其他算法计算速度更快.这些算法中运算速度较快的有排列熵算法(PE)、强度统计算法(LMC)和谱熵算法

(SE)等,由于强度统计算法为排列熵算法的改进算法,所以,本文选取强度统计算法和谱熵算法的计算结果和 C_0 复杂度($r = 10$)计算结果进行对比研究.其中,Logistic 映射 $\mu = 4$,初始值为 0.43;简化 Lorenz 系统参数 $c = 5$,初始值为[0.1 0.1 0.1];超混沌 Lorenz 系统参数 $R = -1$,此时系统处于超混沌状态,初始值为[0.1 0.1 0.1 0.1];连续混沌系统求解算法采用四阶龙格库塔法,仿真步长为 0.01,舍去前面 1000 个点,取序列长度 $N = 10000$ 进行计算,使得获取的数据代表性更好,其中,强度统计算法嵌入维 $d = 5$,测度值越小,复杂度越大.计算结果如表 1 所示.可见,三种不同复杂度算法测度出的复杂度,Logistic 映射的复杂度是最大的,其次为超混沌 Lorenz 系统和简化 Lorenz 系统,离散混沌系统为迭代序列,相邻数据间的跳变性比连续混沌系统序列的大,相应的复杂度就大;简化 Lorenz 系统中,序列复杂度最大的为 y 序列,其次为 x 和 z 序列,超混沌 Lorenz 系统中复杂度最大的同样为 y 序列,可见采用这两个系统做数据加密或同步控制时,尽量采用 y 序列,以获得更好的安全性;从三种算法算得的结果的一致性来看, C_0 算法与 SE 算法的一致性很好,结果基本一致,但与 LMC 计算结果相比, C_0 算法的一致性稍差,这主要是 C_0 算法和 SE 算法都是以傅立叶变换为基础,反映序列的结构复杂性,而 LMC 反映序列短时间窗口的相似程度和序列内模结构,属于行为复杂度算法,但三者的结果都可作为实际加密的参考依据.表 1 进一步证实 C_0 算法可有效地分析混沌系统的复杂性.

表 1 C_0 测度值与其它复杂度算法计算结果对比

系统	序列	C_0	SE	LMC
Logistic	x_n	0.3358	0.9523	0.0693
简化 Lorenz 系统	x	0.0702	0.4835	0.2496
	y	0.0882	0.4999	0.2346
	z	0.0623	0.4665	0.2453
	x	0.1082	0.5258	0.2448
超混沌 Lorenz 系统	y	0.1405	0.5570	0.2413
	z	0.0695	0.5120	0.2486
	w	0.0758	0.5032	0.2369

(2)复杂度演化稳定性分析

采用窗口滑动法计算复杂度.对于一个长度为 N 的序列,从序列第一个数据开始,取一个长度为 L 的矩形窗口数据,计算其复杂度,然后将窗口向后滑动 M 点,经计算即可得到下一个时间窗里面的复杂度,依次类推,即可得到一个复杂度序列. Logistic 映射、简化 Lorenz 系统和超混沌 Lorenz 系统参数选取与前面小节相同,取 C_0 算法参数 r 为 10,滑动参数 $N = 10000$, $L =$

5000, $M = 1000$,即计算得到的序列复杂度值有 95 个,图 6 为利用箱线图反映复杂度序列的情况.图 6 中,由箱线图反映出的最大最小值范围可知,每个复杂度序列的复杂度在一定范围内波动,且异常值(图中“+”号)比较少,上方异常值表明系统有复杂度相对整体较大的窗口存在,否则系统存在复杂度相对较小的窗口;图 6(a)中,Lo 为 Logistic 映射复杂度,Simple 为简化 Lorenz 系统 x 序列的复杂度,Hyper 为超混沌 Lorenz 系统($R = -1$) x 序列的复杂度,可见 Logistic 系统复杂度最大,超混沌 Lorenz 系统(x 序列)复杂度比简化 Lorenz 系统(x 序列)大,且其最小值与简化 Lorenz 系统的最大值相当.图 6(b)中, x 、 y 、 z 序列复杂度波动范围具有一定的重叠性,但 y 序列下四分位线明显大于 x 和 z 序列的上四分位线,可见 y 序列的复杂度是最大的.图 6(c)和(d)中,当系统处于超混沌态时 y 序列的复杂度比混沌态时的大,但从整体复杂度来看,混沌态和超混沌态复杂度差别并不明显.

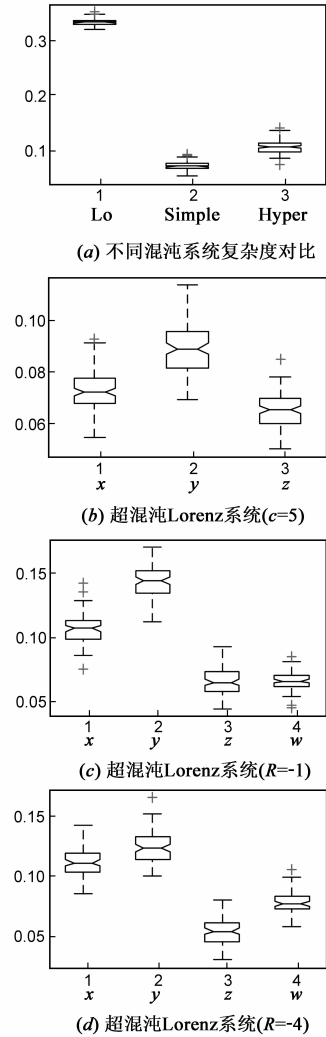


图6 不同混沌系统复杂度序列箱线图

4 结论

采用基于傅立叶变换的 C_0 复杂度算法对 Logistic 映射、简化 Lorenz 系统和超混沌 Lorenz 系统的复杂度特性进行了分析. 分析结果表明, (1) C_0 复杂度与 Lyapunov 指数(谱)、分岔图一样都可描述系统的动力学特性, 可作为选取系统参数时的参考依据, 且 C_0 算法计算速度更快; (2) 通过与不同算法计算结果对比证明了 C_0 算法分析的有效性, 与其它复杂度算法一道, 从不同角度反映混沌系统复杂度特性; (3) Logistic 系统产生序列复杂度最大, 简化 Lorenz 和超混沌 Lorenz 系统中 y 序列的复杂度是最大的. 采用窗口滑动法计算了序列随时间演化特性, 并利用箱线图展示结果, 结果表明, 随着时间的推移, 系统复杂度在一定范围内波动, 即复杂度具有一定的时间演化稳定性; 与混沌态时的复杂度相比, 系统处于超混沌状态时的复杂度并没有明显优势, 即在实际选取系统时超混沌和混沌系统都是可以的. 本文研究为混沌系统应用于信息安全领域提供了实验与理论依据.

参考文献

- [1] Davoud A. Measures of order in dynamic systems[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2008, 3(3): 031002-1-10.
- [2] 杨磊, 潘炜, 罗斌. 光纤激光器延时反馈的动态特性与复杂度研究[J]. 光电子·激光, 2011, 22(6): 816-819.
Yang L, Pan W, Luo B. Dynamical behaviors and complexity of erbium-doped fiber dualring laser with time delay feedback[J]. Journal of Optoelectronics · laser, 2011, 22(6): 816-819. (in Chinese)
- [3] Kolmogorov A N. Three approaches to the definition of the concept "quantity of information" [J]. Problem of Information Transission, 1965, 35(1): 1546-1550.
- [4] 孙克辉, 谈国强, 盛利元, 等. TD-ERCS 离散混沌伪随机序列的复杂性分析[J]. 物理学报, 2008, 57(6): 3359-3366.
Sun K H, Tan G Q, Sheng L Y, et al. The complexity analysis of TD-ERCS discrete chaotic pseudo-random sequences [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(6): 3359-3366. (in Chinese)
- [5] Richman J S, Moorman J R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy[J]. Heart and Circulatory Physiology, 2000, 278(6): 2039-2049.
- [6] Chen W T, Zhuang J, Yu W X, et al. Measuring complexity using FuzzyEn, ApEn, and SampEn[J]. Medical Engineering and Physics, 2009, 31(1): 61-68.
- [7] 肖方红, 阎桂荣, 韩宇航. 混沌伪随机序列复杂度分析的符号动力学方法 [J]. 物理学报, 2004, 53(9): 2877-2881.
Xiao F H, Yan G R, Han Y H. A symbolic dynamics approach for the complexity analysis of chaotic pseudo-random sequences [J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(9): 2877-2881. (in Chinese)
- [8] 孙克辉, 贺少波, 盛利元. 基于强度统计算法的混沌序列复杂度分析[J]. 物理学报, 2011, 60(2): 1-7.
Sun K H, He S B, Sheng L Y. Complexity analysis of chaotic sequence based on the intensive statistical complexity algorithm [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(2): 1-7. (in Chinese)
- [9] Malihe S, Serajeddin K, Reza B. Entropy and complexity measures for EEG signal classification of schizophrenic and control participants [J]. Artificial Intelligence in Medicine, 2009, 47(3): 263-274.
- [10] Abdulnasir Y, Mehmet A, Mustafa P. Application of adaptive neuro-fuzzy inference system for vigilance level estimation by using wavelet-entropy feature extraction [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(4): 7390-7399.
- [11] Chen F, Xu J H, Gu F J. Dynamic process of information transmission complexity in human brains [J]. Biological Cybernetics, 2000, 83(4): 355-366.
- [12] Gu F J, Meng X, Shen E H. Can we measure consciousness with EEG complexities [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2003, 13(3): 733-742.
- [13] Cao Y, Cai Z J, Shen E H, et al. Quantitative analysis of brain optical images with 2D C_0 complexity measure [J]. Journal of Neuroscience Methods, 2007, 159(1): 181-186.
- [14] Shen E H, Cai Z J, Gu F J. Mathematical foundation of a new complexity measure [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2005, 26(9): 1188-1196.
- [15] 蔡志杰, 孙洁. 改进的 C_0 复杂度及其应用 [J]. 复旦学报, 2008, 47(6): 791-796.
Cai Z J, Sun J. Modified C_0 complexity and applications [J]. Journal of Fudan University, 2008, 47(6): 791-796. (in Chinese)
- [16] Sun K H, Sprott J C. Dynamics of a simplified Lorenz system [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2009, 19(4): 1357-1366.
- [17] 王兴元, 王明军. 超混沌 Lorenz 系统 [J]. 物理学报, 2007, 56(9): 5136-5141.
Wang X Y, Wang M J. Hyperchaotic Lorenz system [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(9): 5136-5141. (in Chinese)
- [18] Wolf A, Swift J, Swinney H. Determining Lyapunov exponents from a time series [J]. Physica D, 1985, 16(3): 285-317.

作者简介



孙克辉 男,1968 年 9 月生,湖南益阳人.2005 年获中南大学博士学位,现为中南大学物理与电子学院教授、博士生导师,从事混沌理论与应用等方面的研究.



朱从旭 男,1963 年 3 月生,湖南武冈人.2006 年获中南大学博士学位,现为中南大学信息科学与工程学院教授、硕士生导师.从事混沌保密通信,信息安全等方面的研究.



贺少波 男,1987 年 9 月出生,湖南邵阳人.现为中南大学物理与电子学院硕士研究生.从事混沌保密通信、复杂性分析等方面的研究.
E-mail: hshaobo_123@163.com



何毅 男,1966 年 2 月生,湖南邵阳人,中南大学物理与电子学院副教授,从事混沌保密通讯、图象处理方面的研究.