

精确稳定的时域积分方程方法在求解复杂 线面结合问题中的应用

胡金花^{1,2}, 陈明生^{1,2}, 孔 劭², 吴先良^{1,2}

(1. 安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽合肥 230039; 2. 合肥师范学院电子信息工程学院, 安徽合肥 230601)

摘 要: 本文采用了时间步进算法(MOT)求解时域线面结合积分方程(TDSWIE), 以解决金属平台和复杂线天线结合这种组合目标问题. 为了提高该算法的精度和数值稳定性, 文中采用了精确计算阻抗矩阵元素值的方式. 对单级子天线放置在金属球面以及螺旋天线放置在圆台形天线基座等进行数值仿真, 获得了天线与基座结合处的瞬态电流值、天线的回波损耗(S_{11})、天线的输入导纳以及方向图等重要参数. 数值结果验证了本文方法的有效性和精确性.

关键词: 时间步进算法 (MOT); 时域线面结合积分方程 (TDSWIE); 天线

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 11-2285-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.11.027

Solving the Complex Wire-Surface Junction Problems Based on An Accurate and Stable Time Domain Integral Equation Method

HU Jin-hua^{1,2}, CHEN Ming-sheng^{1,2}, KONG Meng², WU Xian-liang^{1,2}

(1. Key Lab of Ministry of Education of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China;

2. School of Electronics and Information Engineering, Hefei Normal University, Hefei, Anhui 230601, China)

Abstract: Marching-on-in time (MOT) method is used to solve the time domain surface-wire integral equation (TDSWIE), so that we can solve complex problems, such as wire antennas mounted on the perfect electrically conducting (PEC) surfaces, etc. In order to improve the late-time stability of the method, an efficient scheme based on accurately calculating the elements of the impedance matrix is adopted. In the numerical simulations of a dipole antenna mounted on a PEC sphere and a spiral antenna mounted on a PEC antenna pedestal, the transient surface current, S_{11} parameter, the input admittance and the directivities of the antennas are obtained. Numerical results demonstrate the efficiency and accuracy of this method.

Key words: marching-on-in time (MOT) method; time domain surface-wire integral equation (TDSWIE); antennas

1 引言

分析多尺度复杂目标的电磁特性时, 例如舰船平台、飞行器、雷达系统等, 经常要处理天线与导体相连的结构, 准确分析这类组合目标的电磁特性具有非常重要的工程意义. 时域积分方程方法 TDIE (Time-Domain Integral Equation)^[17] 是获得这种目标的时域电磁散射、辐射特性的一种十分有效的方法. 同频域方法相比较而言, 在时域求解目标的电磁特性不仅可以直观的揭示目标与电磁波作用的机理, 而且可以直接获得目标的宽频带信息, 这在宽带电磁问题、瞬态电磁问题的分析中具

有十分独特的优势.

在时域积分方程的数值求解中一般采用基于 RWG (Rao-Wilton-Glisson) 空间基函数的时间步进 (MOT) 算法, 但对于线与面, 线与体的组合问题, 如线天线与金属导体相互连接的目标, 很难用单一的空间基函数来表示其表面的电流分布情况. 分析这类问题, 通常的解决方案是对天线, 连接点和导体表面分别构造基函数, 如在文献[1, 8, 9]中, 分别采用线基函数、线面结合基函数和面基函数(RWG 基函数)三种基函数来处理.

本文采用了时间步进算法 (MOT) 求解时域线面结合积分方程, 以解决金属平台和复杂线天线结合这种组

合目标问题.对三维面部分、线部分、线面结合部分分别采用 RWG 基函数、线基函数、线面结合基函数等空间基函数以及高阶时间基函数表示表面电流的时间空间分布.为了提高该算法的精度以及数值稳定性,本文采用了精确计算阻抗矩阵元素值的方式.用该精确稳定的算法对单级子天线放置在金属球面以及螺旋天线放置在圆台形天线基座等组合目标进行了数值求解与仿真,最后给出了数值结果以验证算法的有效性和精确性.

2 理论与公式

2.1 时间步进算法(MOT)

时域电场积分方程 TDEFIE 表达式为:

$$\mathbf{E}_{\tan}^i(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\partial_t \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau)}{R} dS' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \int_{S'} \frac{1}{R} \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) dt dS' \right]_{\tan} \quad (1)$$

或者微分形式的时域电场积分方程:

$$\partial_t \mathbf{E}_{\tan}^i(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\partial_t^2 \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau)}{R} dS' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \int_{S'} \frac{1}{R} \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau) dS' \right]_{\tan} \quad (2)$$

为了将积分方程离散,首先需要将表面电流表示为一系列空间项和时间项乘积的和,即表面 S 上任意一点任意时刻的电流展开式可表示为:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \approx \sum_{n=1}^{N_s} \sum_{i=0}^{N_t} I_{n,i} \mathbf{f}_n^i(\mathbf{r}) T_i(t) \quad q = s, w, sw \quad (3)$$

$\mathbf{f}_n^i(\mathbf{r})$ 分别对应三种结构上的空间基函数,即面、线以及线面结合空间基函数,而 $T_i(t)$ 为高阶时间基函数且有 $T_i(t) = T(i\Delta t)$, 空间和时间基函数如下:

$$\mathbf{f}_n^s(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n} \boldsymbol{\rho}_n^\pm & \mathbf{r} \in T_n^\pm \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{f}_n^w(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{S}_n | \mathbf{r} - \mathbf{r}_{n-1} | / | \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n-1} | & , \mathbf{r} \in u_n \\ \mathbf{S}_{n+1} (1 - | \mathbf{r} - \mathbf{r}_n | / | \mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_n |) & , \mathbf{r} \in u_{n+1} \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases} \quad (5a)$$

$$\mathbf{S}_n = (\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n-1}) / | \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n-1} | \quad (5b)$$

$$\mathbf{f}_n^{sw}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{\alpha_n^k}{\sum \alpha_n^k} \frac{1}{l_n^k} \left[1 - \frac{(h_n^k)^2}{(\boldsymbol{\rho}_n^k \cdot \hat{\mathbf{h}}_n^k)^2} \right] \frac{\boldsymbol{\rho}_n^k}{h_n^k} & , \mathbf{r} \in T_n^k \\ \mathbf{S}_{n+1} (1 - | \mathbf{r} - \mathbf{r}_n | / | \mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_n |) & , \mathbf{r} \in u_{n+1} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (6a)$$

$$\sum \alpha_n^k = 2\pi \rho_n^k = \mathbf{r}^k - \mathbf{r}_n \quad (6b)$$

$$T(t) = \begin{cases} \frac{t^3}{6\Delta t^3} + \frac{t^2}{\Delta t^2} + \frac{11t}{6\Delta t} + 1, & -\Delta t \leq t \leq 0 \\ -\frac{t^3}{2\Delta t^3} - \frac{t^2}{\Delta t^2} + \frac{t}{2\Delta t} + 1, & 0 \leq t \leq \Delta t \\ \frac{t^3}{2\Delta t^3} - \frac{t^2}{\Delta t^2} - \frac{t}{2\Delta t} + 1, & \Delta t \leq t \leq 2\Delta t \\ -\frac{t^3}{6\Delta t^3} + \frac{t^2}{\Delta t^2} - \frac{11t}{6\Delta t} + 1, & 2\Delta t \leq t \leq 3\Delta t \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (7)$$

N_s 为空间基函数的个数(对应未知数的个数), N_t 为总的时间步数, Δt 为时间采样步长.将表面电流的级数表达式(3)代入式(2),并在空间上进行 Galerkin 检验,而在时间上做点匹配检验,可得如下形式的矩阵方程:

$$\mathbf{Z}_0 \cdot \mathbf{I}_j = \mathbf{V}_j - \sum_{l=1}^{j-1} \mathbf{Z}_l \cdot \mathbf{I}_{j-l} \quad (j = 1, 2, \dots, N_t) \quad (8)$$

方程式(8)构成了经典 MOT 算法的基础, t_j 时刻的未知电流系数 \mathbf{I}_j 可以由先前时刻的已知电流系数 $\mathbf{I}_{j-l}, l = 1, 2, \dots, j-1$ 求得,因此,方程式(3)中所有时刻的电流系数都可以通过迭代求解获得.

2.2 系数阻抗矩阵及双重积分的精确计算

基于三种空间基函数的存在,阻抗矩阵元素就会有九种不同的形式,即面(S)、线(W)和线面结合(SW)之间相互作用的组合,表示为:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{S-S} & \mathbf{Z}^{S-W} & \mathbf{Z}^{S-SW} \\ \mathbf{Z}^{W-S} & \mathbf{Z}^{W-W} & \mathbf{Z}^{W-SW} \\ \mathbf{Z}^{SW-S} & \mathbf{Z}^{SW-W} & \mathbf{Z}^{SW-SW} \end{bmatrix} \quad (9)$$

对应的阻抗矩阵元素的表达式如下:

$$Z_{mn}^{pq}, i = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \int_{S'} \frac{\mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} \frac{\partial^2 T(i\Delta t - R/C)}{\partial t^2} ds' ds + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \int_{S'} \frac{\nabla \cdot \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} T(i\Delta t - R/C) ds' ds \quad (10)$$

式(10)中的阻抗矩阵元素无法直接简化成一个解析表达式,只能采用数值方式近似得到该元素的值.如果数值计算出现较大的误差,就会直接影响整个计算精度,甚至于影响算法的数值收敛性和稳定性.传统的时域积分方程阻抗矩阵元素的计算均基于电流在同一个三角形对上恒定值这一假定进行的^[10],即阻抗矩阵元素可近似为:

$$Z_{mn}^{pq}, i = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \int_{S'} \frac{\mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} ds' ds \times \frac{\partial^2 T(i\Delta t - R_{mn}/C)}{\partial t^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \int_{S'} \frac{\nabla \cdot \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} ds' ds \times T(i\Delta t - R_{mn}/C) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{T}(\tau_i) \quad (11)$$

$$\tau_i = i\Delta t - R_{mn}/c \quad (12)$$

$$R_{mn} = |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n| \quad (13)$$

其中, \mathbf{r}_m 和 \mathbf{r}_n 分别为第 m 和 n 条边的位置矢量. 从式 (11) 可以看出, 矩阵元素可以拆分为两部分: 空间项 H 以及时间项 T , 其中时间项 T 具有解析表达式, 可以快速精确计算得到其值, 而空间项 H 必须采用数值方式处理. 在数值求解 H 中会出现奇异性积分 ($m = n$) 情况, 此时可以用奇异值提取法或者高精度近似解析方法^[11]解决. 在整个矩阵元素计算中, 空间项 H 仅需计算一次, 而时间项 T 也可以快速计算得到, 因此, 传统的时域积分方程矩阵计算方式具有很高的计算效率, 然而, 这种空间项和时间项分开计算是一种近似的处理方式, 并不能精确计算出阻抗矩阵元素的值, 反而严重影响算法的精度, 造成后时不稳定性出现.

为了提高阻抗矩阵元素的精确度, 本文采用了将时间项 T 保留在双重积分内, 即

$$\begin{aligned} Z_{mn,i}^{pq} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \int_{S'} \frac{\mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} \frac{\partial^2 T(i\Delta t - R/C)}{\partial t^2} ds' ds \\ &+ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \int_{S'} \frac{\nabla \cdot \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')}{R} T(i\Delta t - R/C) ds' ds \\ &= \sum_{j=1}^l \sum_{k=1}^l H_{j,k} T(\tau_{i,j,k}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\tau_{i,j,k} = i - R_{mn,j,k}/(c\Delta t) \quad (15)$$

$$R_{mn,j,k} = |\mathbf{r}_{m,j} - \mathbf{r}_{n,k}| \quad (16)$$

其中, $\mathbf{r}_{m,j}$ 和 $\mathbf{r}_{n,k}$ 分别为第 m 个基函数第 j 个积分点和第 n 个基函数第 k 个积分点所对应的位置矢量. 在计算过程中, 仅需考虑基函数之间相互作用 $\mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')$ 、 $\nabla \cdot \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')$ 以及两个基函数之间的间距 R , 由 R 可以进一步求出每一个时间步对应的的时间项 T , 最终加权求和得到整个阻抗矩阵元素的值. 在计算方式中, 空间项部分即 $\mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')$ 和 $\nabla \cdot \mathbf{f}_m^p(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{f}_n^q(\mathbf{r}')$ 也仅需计算一次, 时间项 T 部分则可以通过两个基函数之间的间距 R 得到, 因此, 这种处理方式较传统的处理方式而言, 不仅保留了高计算效率, 而且能够获得精确的矩阵元素值.

采用以上方式虽然可以精确计算出阻抗矩阵元素的值, 但是该方式同样也会遇到奇异性积分问题, 本文采用了径向积分法^[12,13]结合 DUFFY 变换^[7]来处理, 即面和面之间的奇异性采用径向积分法, 而面和线面结合之间的奇异性采用 DUFFY 变换方式处理更为有效.

3 数值结果

设置激励源 (Delta-gap^[14]) 为调制高斯电磁脉冲, 其脉冲波形如下:

$$E(t) = E_0 e^{-[(t-t_p)/\sqrt{2}\sigma]^2} \cos(2\pi f_0 t) \quad (17)$$

其中, $E_0 = 1.0 \text{ V/m}$, $\sigma = 6.0 / (2\pi f_{bw})$, $t_p = 8\sigma$, f_{bw} 为脉冲的频谱宽度, f_0 为入射电磁脉冲的中心频率.

算例 1 考虑一副长为 L 的单级子天线放置在一个半径为 L 的球形面上, 物理结构如图 1 右上角所示. 整个组合目标被剖分成 1287 个三角形对、9 条线段以及 1 个线面结合点, 共计 1297 个未知量. 在本例中选取时间步长 $\Delta t = 0.083 \text{ ns}$, Delta-gap 源的参数为: $f_0 = 200.0 \text{ MHz}$, $f_{bw} = 400.0 \text{ MHz}$, 且将此源馈至天线与球面结合点处, 可以获得结合处的瞬态电流值. 从图 1 中可以看出, 本文采用的方法具有很好的数值稳定性, 即使在后时 1200.0 ns 处 (约 14400 个时间步) 仍然是稳定的, 且 1200.0 ns 处的瞬态最大值和最小值分别为 1.32×10^{-9} 和 $-3.68 \times 10^{-9} \text{ A/m}$ (最大值与最小值相差 $5.0 \times 10^{-9} \text{ A/m}$), 而传统的时间步进算法在 200 ns 处就已经出现了振荡, 因此, 本文采用的方法是有效的. 由计算得到的电流和激励源电压可以获得天线的输入导纳或者输入阻抗, 进而计算出天线的回波损耗 (S_{11}), 分别如图 2 和图 3 所示. 在图 2 和图 3 中, 本文所采用的方法计算得到的瞬态值经过快速傅里叶变换 FFT (Fast Fourier Transform) 后获得的频域值与采用商业软件 FEKO 直接计算得出的频域结果进行了比较, 表 1 列出了 60、100、140、156 和 360 MHz 等频点处的 S_{11} 值及其相对误差. 采用相对误差门限 (err) 为 5%, 则从表 1 可以看出 100 MHz~144 MHz 频段的相对误差稍大于 5%, 这是由于本文采用的方法与商业软件 FEKO 仿真出的值有一定的频偏导致的, 除此频段以外, 两者吻合的很好.

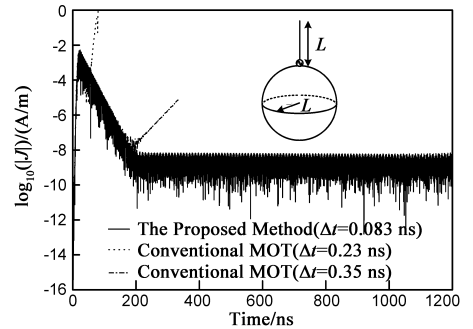


图1 线面结合处的瞬态电流值

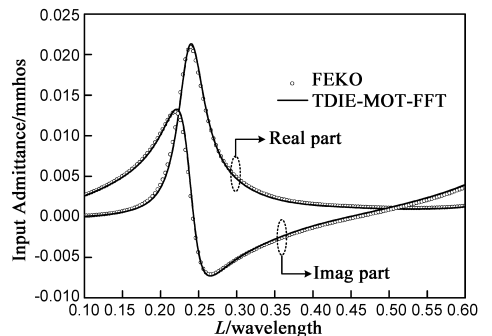


图2 天线的输入导纳

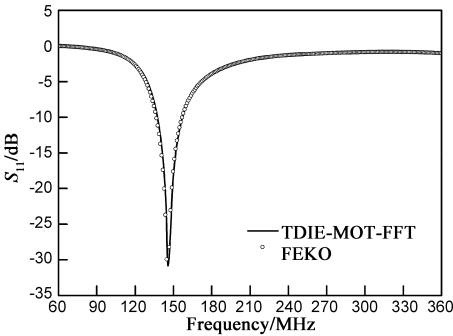


图3 天线的 S_{11} 参数

表 1 算例 1 中 TDIE 方法和软件 FEKO 的 S_{11} 参数的相对误差 (%)

| 频点 方法 | 60MHz | 100MHz | 144MHz | 156MHz | 360MHz |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| TDIE | -0.063 | -0.788 | -21.61 | -10.77 | -1.03 |
| FEKO | -0.065 | -0.836 | -23.72 | -10.74 | -1.08 |
| 相对误差 | 3.08 | 5.74 | 8.8 | 0.28 | 4.63 |

算例 2 考虑一副螺旋天线放置在一个圆台形状的天线台上,且天线台位于一个面积为 1.0m^2 的平面上.螺旋天线的始端和终端半径均为 0.02m ,高 0.5m ,共缠绕 8.3 圈,天线台的上底面和下底面半径为 0.1m 和 0.2m ,高为 0.3m ,物理结构如图 4 所示.

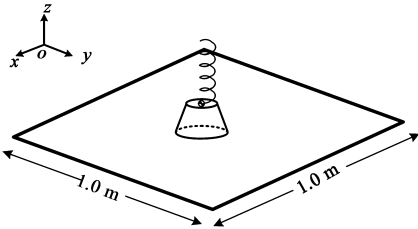


图4 螺旋天线组合目标结构图

整个组合目标被剖分成 967 个三角形对、58 条线段以及 1 个线面结合点,共计 1026 个未知量.在本例中选取时间步长 $\Delta t = 0.083\text{ns}$,将具有同样参数的 Delta-gap 源给螺旋天线进行馈电(馈电点位于天线与天线台结合处),可以获得此天线的回波损耗(S_{11}),如图 5 所示.从图 5 中可以得到,螺旋天线的首个谐振频率点为 91.0MHz 左右,从而获得此谐振频率点的归一化 E 面方

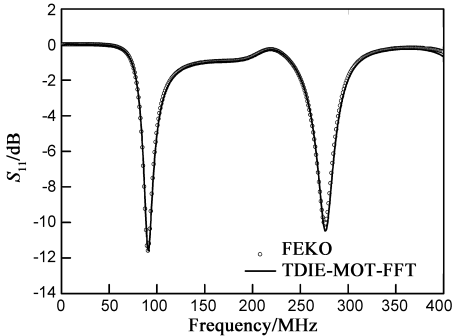


图5 螺旋天线的 S_{11} 参数

向图,如图 6 所示.表 2 列出了 50、150、250、300 和 350MHz 等频点处的 S_{11} 值及其相对误差.同样,误差门限(err)设置为 5%,则可以看出 350MHz 之后的频段有一定的偏差,这是由于该频段属于本算例计算的高频部分,对应于此频段,数值仿真模型的剖分度不足,从而导致了误差的增大.除此频段以外,两者吻合的很好.

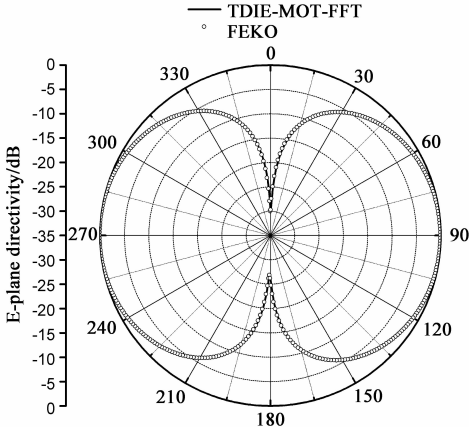


图6 螺旋天线的E面方向图

表 2 算例 2 中 TDIE 方法和软件 FEKO 的 S_{11} 参数的相对误差 (%)

| 频点 方法 | 50MHz | 150MHz | 250MHz | 300MHz | 350MHz |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| TDIE | -0.055 | -1.03 | -1.86 | -1.89 | -0.27 |
| FEKO | -0.053 | -1.01 | -1.78 | -1.98 | -0.25 |
| 相对误差 | 3.77 | 1.98 | 4.49 | 4.55 | 8.0 |

4 结束语

本文采用了时间步进算法(MOT)求解时域线面结合积分方程,以解决金属平台和复杂线天线结合这种组合目标问题.对单级子天线放置在金属球面以及螺旋天线放置在圆台形天线基座等结构进行了数值仿真,获得天线与基座结合处的瞬态电流值、天线的回波损耗(S_{11})、天线的输入导纳以及方向图等重要参数.从瞬态结果中可以看出此方法具有很好的数值稳定性,而从频域结果可以得到,本文的方法所获得的瞬态值经过快速傅里叶变换(FFT)后获得的频域结果与采用商业软件 FEKO 直接计算得出的频域结果是非常吻合的.这也验证了本文方法的有效性和精确性.同时,本文的方法通用性强,并且更容易与快速算法(如时域平面波技术、并行平台)相结合来分析电大尺寸目标的辐射和散射问题.

参考文献

[1] Xue M F, Yin W Y. Wideband pulse responses of fractal monopole antennas under the impact of an EMP [J]. IEEE

- Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2010, 52(1): 98 – 107.
- [2] Wang X, Wildman R A, Weile D S, Monk P. A finite difference delay modelling approach to the discretization of the time domain integral equations of electromagnetic [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(8): 2442 – 2452.
 - [3] Cools K, Andriulli F P, Olyslager F, Michielssen E. Time domain calderón identities and their application to the integral equation analysis of scattering by PEC objects part I: preconditioning [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(8): 2352 – 2364.
 - [4] Cools K, Andriulli F P, Olyslager F, Michielssen E. Time domain calderón identities and their application to the integral equation analysis of scattering by PEC objects part II: stability [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(8): 2365 – 2374.
 - [5] 赵延文, 聂在平, 徐建华, 武胜波. 精确稳定求解时域电场积分方程的一种新方法 [J]. 电子学报, 2006, 34(6): 1104 – 1108.
Zhao Y W, Nie Z P, Xu J H, Wu S B. A new method for stable and accurate solution of time-domain electric field integral equation [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6): 1104 – 1108. (in Chinese)
 - [6] 任仪, 赵延文, 聂在平. 基于高阶叠层矢量基函数的时域电磁场积分方程方法 [J]. 电子学报, 2008, 36(3): 516 – 519.
Ren Y, Zhao Y W, Nie Z P. Time-domain integral equations using higher order hierarchical vector basis functions [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(3): 516 – 519. (in Chinese)
 - [7] 赵庆广, 赵延文, 毕海燕, 聂在平. 利用时间步进算法精确稳定求解时域积分方程 [J]. 电子学报, 2008, 36(6): 1135 – 1139.
Zhao Q G, Zhao Y W, Bi H Y, Nie Z P. Accurate and stable solution of time-domain integral equation using marching-on-in-time method [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(6): 1135 – 1139. (in Chinese)
 - [8] Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1982, 30(3): 409 – 418.
 - [9] Hwu S U, Wilton D R, Rao S M. Electromagnetic scattering and radiation by arbitrary wire/surface configurations [A]. IEEE Antennas Propagat Symp Dig [C]. Syracuse: IEEE Press, 1998. 890 – 893.
 - [10] Khelifi R, Russer P. Hybrid space-discretizing method-method of moments for the analysis of transient interference [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2006, 54(12): 4440 – 4447.
 - [11] Arcioni P, Bressan M, Perregini L. On the evaluation of the double surface integrals arising in the application of the boundary integral method to 3-D problems [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1997, 45(3): 436 – 439.
 - [12] Ismatullah, Eibert T F. Adaptive singularity cancellation for efficient treatment of near-singular and near-hypersingular integrals in surface integral equation formulations [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(1): 274 – 278.
 - [13] Graglia R D, Lombardi G. Machine precision evaluation of singular and nearly singular potential integrals by use of Gauss quadrature formulas for rational functions [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(4): 981 – 998.
 - [14] Junker G P, Kishk A A, Glisson A W. A novel delta gap source model for center fed cylindrical dipoles [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1995, 43(5): 537 – 540.

作者简介



胡金花 女, 1984 年 10 月出生于安徽芜湖. 2006 年于安徽大学获得学士学位. 现于安徽大学攻读博士学位, 主要研究方向为电磁场数值计算、电波传播以及电磁兼容等方面的研究与应用.

E-mail: ahdxjh305505@163.com



陈明生 男, 1981 年出生于安徽南陵. 博士, 合肥师范学院电子信息工程学院教授, 安徽大学博士生导师, 2010 年 1 月至 2012 年 1 月在中国科学技术大学电子科学与技术博士后流动站从事博士后研究工作. 研究方向为电磁散射与目标识别、电磁场数值方法以及小波信号处理.

E-mail: chenms@ustc.edu.cn