基于互测 PMC 模型的条件诊断算法

郭 晨[1],梁家荣[2],葛志辉[2],彭 硕[3],白 杨[2]

(1.广西大学电气工程学院,广西南宁 530004;2.广西大学计算机与电子信息学院,广西南宁 530004;
3.井冈山大学电子与信息工程学院,江西吉安 343009)

摘 要: 本文以条件诊断系统为研究对象,首先对条件诊断系统的互测 PMC 模型进行研究,把传统诊断系统的有向图表达式 $G(V,E)$转换成互测有向图表达式 $G(F,T,M,HF)$,然后对条件诊断互测有向图表达式中相互关联的 F、T、M、HF 四个集合的性质和定理进行研究,最后提出一种基于互测 PMC 模型的条件诊断算法,该算法可简单、快速地找出故障模式,并对具体症侯是否有唯一故障模式进行判定.

关键词: 条件诊断;PMC 模型;t 故障可诊断系统;诊断算法

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)02-0255-07

电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.02.008

A Conditional Diagnosis Algorithm Based on Ex-Test PMC Model

GUO Chen[1], LIANG Jia-rong[2], GE Zhi-hui[2], PENG Shuo[3], BAI Yang[2]

(1. *School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi* 530004, *China*;
2. *School of Computer and Electronic Information, Guangxi University, Nanning, Guangxi* 530004, *China*;
3. *School of Electronic and Information Engineering, Jinggangshan University, Jian, Jiangxi* 343009, *China*)

Abstract: Taking conditional diagnosis system as main research object, this paper try to take advantage of ex-test PMC model to produce a new diagnosis ex-test digraph $G(F,T,M,HF)$. After analyzing a series of properties and lemmas of F, T, M, HF four related sets, the paper introduce a conditional diagnosis algorithm based on ex-test PMC model finally. This algorithm can find out the fault pattern simply and correctly, and determine whether a given syndrome have a unique fault pattern.

Key words: conditional diagnosis; PMC model; *t*-fault diagnosis system; diagnosis algorithm

1 引言

随着信息技术的不断发展,多处理器系统可能存在着成百上千的处理器,然而系统中的一些结点处理器在系统运行过程中可能会出现故障,这些故障对系统的安全和正确运行危害巨大.在这种情况下"系统级故障诊断[1]"于 1967 年由 Preparata、Metze 和 Chien 提出,系统级故障诊断是为了保障系统正常运行的一个重要手段,系统级故障诊断指的是从多处理器系统或者 VLSI/WSI 计算系统中找出故障结点处理器的处理过程.文献[1]在给出系统级故障诊断概念的同时提出了一个经典诊断模型,这个模型后来用这三位作者的姓名的首字母来命名,这就是 PMC 模型.在 PMC 模型中,每一个结点 u 在存在有向边连接到结点 v 的条件下可以测试 v 结点,所以 u 被称为测试结点处理器,v 被称为被测结点处理器,一个正确的结点处理器用来测试一个错误的结点处理器得到的结果是 1(1 表示为错误),一个正确的结点处理器用来测试一个正确的结点处理器得到的结果是 0(0 表示为正确),如果测试处理器是错误的那么其测试出来的结果必然是不可信的.之后很多学者在 PMC 模型的基础上衍生出多种诊断模型如:BGM[2]、MM[3]、MM*[4]等,其中 MM 和 MM* 模型属于比较诊断模型,比较诊断模型是通过比较处理器来比较两个接受相同任务的结点处理器的结果的方式来进行诊断.所有这些诊断模型都可采用有向图 $G(V,E)$来表示,其中 V 表示结点集,每个结点代表一个处理器,E 表示有向边集,$(u,v)\in E$ 表示 u 结点处理器可以测试 v 结点处理器.

考虑在一些大规模的多处理器系统中,通常很少出现相邻的所有处理器都同时出现故障的情况,所以可以设想任何处理器的所有邻接处理器都不会同时出现

收稿日期:2013-11-15;修回日期:2014-02-28;责任编辑:马兰英

基金项目:国家自然科学基金(No.61363002);国家科技支撑计划(No.2012BAC11B03);江西省科技支撑(No.20123BBG70221,No.20132BBF50048);江西省自然科学基金(No.20132BAB201035);江西省教育厅科学技术研究项目(No.GJJ13540,No.GJJ12474)

故障,也就是至少有一个邻接处理器是正确的.由此"条件容错"的概念在文献[5]中被首次提出,利用条件容错的概念台湾学者赖宝莲等人在文献[6]中提出了一个新的诊断模型,那就是"条件诊断"模型.之后各种网络的条件诊断度被相继求出,包括有超立方[6]、交叉立方[7]、扭立方[8]、Möbius 立方[9]、MCN[10].国内方面,张大方教授在文献[11]中提出了"相互测试的系统级故障诊断",并且利用图论中独立点集的理论提出基于互测的 t 故障可诊断系统,文中还首次提出了"集团"和"互测模型"的概念.宣恒农教授在文献[12]通过给出 PMC 方程模型的方式,同时结合"绝对故障集"和"集团"的概念提出了互测 PMC 故障模型的方程诊断方法,该文献不以"t 故障可诊断系统"和"相信大多数"为前提假设,具有较强的通用性.之后文献[13]又引入"直和"的概念对高维 PMC 故障模型进行降维诊断处理.

本文以条件诊断系统为研究对象,在充分挖掘条件诊断互测 PMC 模型的性质与特点的基础上把传统的有向图表达式 $G(V,E)$ 转换成条件诊断互测有向图 $G(F,T,M,HF)$,然后在研究有关条件诊断互测有向图表达式中相互关联的四个集合 F、T、M、HF 的一系列性质和定理的基础上提出一种基于互测 PMC 模型的条件诊断算法,该算法可简单、快速地找出故障模式,并对具体症侯是否有唯一故障模式进行判定.

2 预备知识

多处理器系统可以用图论的方式来表示,其中结点表示处理器,边表示处理器之间的联系,系统用有向图 $G(V,E)$ 来表示,如果有向图中的两个结点 u 和 v,存在着从 u 到 v 的连线,则表示为 $(u,v)\in E$.所有的测试结果组成的集合被称为是一个"症侯"(syndrome),用 σ 来表示,$\sigma(u,v)$ 表示 u 测试 v 的测试结果,如果这个测试结果是正确的,那么表示为 $\sigma(u,v)=0$,反之则 $\sigma(u,v)=1$,诊断系统通常都是使用"症侯"和结点的状态(0 表示正确,1 表示错误)来描述系统的诊断问题.

t 故障可诊断系统[1]指的是在一个有着 n 个结点的诊断系统中,当故障结点数不超过 t 个的情况下所有的故障结点可以不回置地被诊断出来,这样的一个系统被称为 t 故障可诊断系统,简称 t 可诊断系统.t 故障可诊断系统有以下定理.

定理 1[1] 如果系统是 t 故障可诊断系统,那么系统有向图的总结点数 $n\geq 2t+1$.

定理 2[1] 如果系统是 t 故障可诊断系统,那么每一个结点至少会被其它 t 个结点测试.

定理 3[14] 如果系统是 t 故障可诊断系统,那么当且仅当对于每一对故障模式 F_1 和 F_2,有 $|F_1|$、$|F_2|\leq t$,其中 $F_1\neq F_2$,那么至少有一个属于 $V-(F_1\cup F_2)$ 的结点到 $F_1\Delta F_2$($F_1\Delta F_2=(F_1-F_2)\cup(F_2-F_1)$)的某个结点有边连接,见图 1 中的实线和虚线箭头,这种情况表述为 F_1 和 F_2 的可区分性.如果这种连接存在,那么就称为 F_1 和 F_2 可区分.

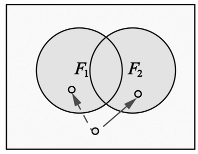

图1 F_1,F_2故障模式示意图

定理 4[6] 如果系统是 t 故障可诊断系统,当且仅当在 $G(V,E)$ 中每一个结点集合 $S\subset V$,$|S|=P$,$0\leq P\leq t-1$,对于 $G-S$ 的每一种可能集合 G',G' 里面的每一个连通的元素 C,都有 $|Vc|\geq 2(t-p)+1$.

定理 5[15] 系统是 t 故障可诊断系统,当且仅当 $n\geq 2t+1$,并且 $k(G)\geq t$($k(G)$ 表示 G 的连通度).

定理 6[15] 系统是 t 故障可诊断系统,当且仅当满足以下三个条件:(1) $n\geq 2t+1$;(2) $\forall v\in V d_{in}(v)\geq t$($d_{in}(v)$ 表示为 v 的入度);(3)对于每一个整数 p,有 $0\leq p<t$,对于一个 X,$X\subset V$,有 $|X|=n-2t+p$,那么有 $|\Gamma X|>p$,ΓX 在定义 2 中说明.

定义 1[11] 互测故障诊断模型指的是对于有向图 $G(V,E)$,如果对于任意 $u,v\in V$,$(u,v)\in E$ 必有 $(v,u)\in E$.满足这个条件的诊断模型称为互测故障诊断模型.

互测 PMC 模型根据 PMC 模型的性质可以确定任意两结点在不同取值下的测试结果,见下表 1.

表 1 互测 PMC 模型两结点不同取值的测试结果

u	v	$\sigma(u,v)$	$\sigma(v,u)$
0	0	0	0
0	1	1	0 或 1
1	0	0 或 1	1
1	1	0 或 1	0 或 1

定义 2 邻接结点集合 $\Gamma(u)$ 和 $\Gamma^{-1}(u)$,其中 $\Gamma(u)$ 表示 u 为起点的连线的终点集合,$\Gamma^{-1}(u)$ 表示 u 为终点的连线的起点集合,$\Gamma(u)=\{v|(u,v)\in E\}$,$\Gamma^{-1}(u)=\{v|(v,u)\in E\}$.对于 $X\subset V$,定义 $\Gamma(X)=\{\bigcup_{v\in X}\Gamma(v)\}-X$,$\Gamma^{-1}(X)=\{\bigcup_{v\in X}\Gamma^{-1}(v)\}-X$.

定义 3 诊断系统的所有被确定的故障结点组成结点集合 F,所有被确定的正确结点组成结点集合 T.

定义 4 $\forall(u,v)\in E$,如果有 $\sigma(u,v)=0$,$\sigma(v,u)=0$ 那么设定 u 和 v 组成一个等值结点集合 $m_i=\{u,v\}$,这就意味着初始状态下等值结点集合 m_i 只有两个结点,这两个结点 u 和 v 是取相同的值,当两者都是正确的结点时表示为 $m_i=0$,否则表示为 $m_i=1$,把所有这

样的 m_i 作为元素组成一个集合称为等值集合族,用 M 表示,$M=\{m_1, m_2, \cdots m_r\}$. 等值结点集合的概念与文献[11]中“集团”的概念类似.

如果 M 中存在两个集合 m_i 和 m_j 有 $m_i \cap m_j \neq \varnothing$,那么需要把两个集合合并成一个集合,$m_i \cup m_j \rightarrow m_i$,同时删除 m_j.

定义 5　等值结点集合相邻,对于两个等值结点集合 m_i 和 m_j 如果有$(u,v) \in E$,其中 $u \in m_i, v \in m_j$,那么认为 m_i 和 m_j 这两个等值结点集合相邻.

定义 6　存在错误结点二元组集合 HF,$HF=\{(u,v) \mid (u,v) \in E \text{ and} (\sigma(u,v)=1 \text{ or } \sigma(v,u)=1)\}$,$HF$ 集合的元素是以二元组的形式出现,表示(u,v)中至少有一个结点是错误的结点.

定义 7　如果对于 HF 中任意的两个二元组(u,v)和(w,x)如果 $u \neq w, u \neq x, v \neq w, v \neq x$ 这四个不等式同时成立,那么认为(u,v)和(w,x)不相交,否则称为相交.

定义 8　互测有向图表示为 $G(F,T,M,HF)$,以图 2 为例,其中 a,b,e 为错误结点,其它结点是正确结点,症侯见下表 2,由图 2 和表 2 可以得出其对应的互测有向图表示 $G(F,T,M,HF)$,根据后面描述的引理 1 可以判定 $b=1, e=1$,所以这四个集合的初始值为:$F=\{b,e\}$,$T=\varnothing$,$M=\{\{a,b\},\{c,d\},(f,g)\}$,$HF=\{(a,d),(b,f),(c,e),(d,e),(g,a),(g.e)\}$.

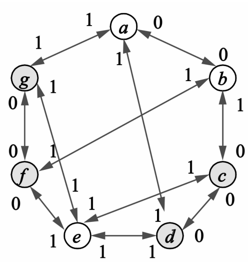

图2　条件互测有向图

表 2　图 2 互测有向图的症侯

u	v	$\sigma(u,v)$	$\sigma(v,u)$
a	b	0	0
a	d	1	1
b	c	0	1
b	f	1	1
c	d	0	0
c	e	1	1
d	e	1	1
e	f	0	1
f	g	0	0
g	a	1	1
g	e	1	1

3　定理与引理

引理 1　在互测 PMC 模型中,如果$(u,v) \in E$,存在着 $\sigma(u,v)=0, \sigma(v,u)=1$,那么可以确定结点 u 是错误结点,如表 1 所示,同理如果存在 $\sigma(u,v)=1, \sigma(v,u)=0$,那么可以确定结点 v 是错误结点.

证明　反证法,如果对于 $\sigma(u,v)=0, \sigma(v,u)=1$,假设 u 是正确的结点.那么由 PMC 模型可知 $\sigma(v,u)=1$ 意味着 u,v 至少有一个是错误的结点,由于 u 是正确的结点,所以 v 结点必定是错误的结点,所以有 $\sigma(u,v)=1$,这与已知条件 $\sigma(u,v)=0$ 相矛盾,所以假设错误.同理可以证明如果存在着 $\sigma(u,v)=1, \sigma(v,u)=0$,那么结点 v 是错误结点,所以引理 1 可证.

引理 2　在互测 PMC 模型中,如果$(u,v) \in E$,存在着 $\sigma(u,v)=0, \sigma(v,u)=0$,那么可以确定结点 u、v 或者都是错误的结点,或者都是正确的结点.

证明　反证法,如果对于 $\sigma(u,v)=0, \sigma(v,u)=0$,假设结点 u 和 v 一个是正确的一个是错误的结点,这里假定 u 为正确的结点,v 为错误的结点,那么由 PMC 模型可知 $\sigma(u,v)=1$,这与已知条件 $\sigma(u,v)=0$ 相矛盾,所以假设错误.同样如果假定 u 为错误的结点,v 为正确的结点,那么 $\sigma(v,u)=1$ 与已知条件 $\sigma(v,u)=0$ 相矛盾,所以引理 2 可证.

引理 3　在互测 PMC 模型中,如果系统是 t 故障可诊断系统,$\exists m_i \in M, m_i \cap F=\varnothing, |m_i|>t-|F|$,那么 m_i 中的所有结点必定都是正确结点.

证明　反证法,假设 m_i 中的结点存在着错误结点,那么必定 m_i 中所有结点都是错误结点,由于 $m_i \cap F=\varnothing$,这时候已经确定的错误结点数目为$|m_i|+|F|$个,由于已知条件有$|m_i|>t-|F|$,所以显然有$|m_i|+|F|>t$,这和 t 故障可诊断系统的定义相矛盾,所以假设错误,所以引理 3 可证.

引理 4　在互测 PMC 模型中,$\exists m_i \in M$,如果 $\exists f \in F, f \in m_i$,那么 m_i 中的所有结点必定都是错误结点.同理 $\exists m_j \in M$,如果 $\exists x \in T, x \in m_j$,那么 m_j 中的所有结点必定都是正确结点.

证明　反证法,假设 $\exists m_i \in M$,在 $\exists f \in F, f \in m_i$ 的情况下 m_i 中的结点存在正确的结点,那么假设有一个结点 $u \in m_i$, $u=0$ 那么 $\sigma(f,u)$和 $\sigma(u,f)$至少会有一个为 1,那么 f,u 就不会出现在同一个 m_i 中,这和 M 的定义矛盾.同理可证 $\exists m_j \in M$,如果 $\exists x \in T, x \in m_j$,那么 m_j 中存在着错误结点的命题与条件矛盾,所以引理 4 可证.

定理 7　在条件诊断互测 PMC 有向图中,如果 $\exists u \in V$ 且 u 在 M 中不出现,则 u 结点必定是错误结点.

证明　反证法,假设 $\exists u \in V$ 且 u 在 M 中不出现,u

是正确结点.那么根据条件诊断的定义可知,必定存在着一个正确结点 v 与之相邻,$v \in \Gamma(u)$,由于 u 和 v 都是正确的结点,那么就有 $\sigma(u,v)=0$,$\sigma(v,u)=0$,而根据 M 的定义可知 $\{v,u\} \in M$,这与 u 在 M 中不出现的假设相矛盾,所以假设错误,定理 7 可证.

定理 8 在条件诊断互测 PMC 有向图中,任何一个错误的等值结点集合至少与一个正确的等值结点集合相邻,任何一个正确的等值结点集合只能和错误的等值结点集合相邻.

证明 证明分两个部分,首先证明第一句话.对于任意一个错误的等值结点集合 $m_i=\{u,v\}$,根据条件诊断的定义结点 u 至少有一个邻接结点是正确的,假设这个正确的邻接结点是 w,那么有 $(u,w) \in E$,同样根据条件诊断的定义 w 也存在着一个正确邻接结点,由于 u 结点是错误的,所以这个结点不可能是 u 结点,假设这个结点为 x,有 $(w,x) \in E$,那么对于两个正确的结点 w 和 x 必然有 $\sigma(w,x)=0$,$\sigma(x,w)=0$,根据等值结点集合的定义 $\{w,x\}$ 也是一个等值结点集合,同时 $(u,w) \in E$,这样两个等值结点集合 $\{u,v\}$ 和 $\{w,x\}$ 就是相邻的.

第二句话的证明用反证法,对于任意一个正确的等值结点集合 $m_i=\{u,v\}$,假设存在另外一个正确的等值结点集合 $m_j=\{w,x\}$ 通过 $(u,w) \in E$ 与之相邻,那么显然有 $\sigma(u,w)=0$,$\sigma(w,u)=0$,由等值结点集合的定义需要把 $\{u,v\}$ 和 $\{w,x\}$ 合并成一个等值结点集合,这样的话与 $\{u,v\}$ 和 $\{w,x\}$ 是相邻等值结点集合相矛盾,所以假设错误,命题正确,定理 8 可证.

引理 5 在条件诊断互测 PMC 有向图中,$\exists u \in V$,$u \notin F$ 并且 u 在 HF 中不出现,表示为:$u \notin \{x \mid (x,y) \in HF \text{ or } (y,x) \in HF\}$,那么 u 是正确的结点.

证明 反证法,假设 $\exists u \in V$,u 满足 $u \notin \{x \mid (x,y) \in HF \text{ or } (y,x) \in HF\}$,$u$ 是错误的结点.按照条件诊断的前提条件,u 的邻接结点 $\Gamma(u)$ 中至少有一个正确的结点 v,那么有 $\sigma(u,v)=x$(x 可为 0,也可为 1),$\sigma(v,u)=1$,以下分两种情况讨论:

情况 1 当 $\sigma(u,v)=0$ 时,由于 $\sigma(v,u)=1$,所以必然 $u \in F$,这与前提条件 $u \notin F$ 矛盾.

情况 2 当 $\sigma(u,v)=1$ 时,由于 $\sigma(v,u)=1$,根据 HF 的定义可知 $(u,v) \in HF$,这与 $u \notin \{x \mid (x,y) \in HF \text{ or } (y,x) \in HF\}$ 相矛盾.

假设错误,所以引理 5 可证.

引理 6 在条件诊断互测 PMC 有向图中,如果系统是 t 故障可诊断系统,$\exists u \in V$,u 在 HF 中出现的次数大于 $t-|F|$,既满足 $|\{v \mid (u,v) \in HF \text{ or } (v,u) \in HF\}| > t-|F|$,那么 u 是错误结点.

证明 反证法,假设 $\exists u \in V$,$|\{v \mid (u,v) \in HF \text{ or } (v,u) \in HF\}| > t-|F|$,$u$ 是正确结点.根据 HF 的定义可知任何一个 $(u,v) \in HF$,u 和 v 必然有一个结点是错误的,由于 u 是正确的,那么 v 必定是错误结点,那么 $\{v \mid (u,v) \in HF \text{ or } (v,u) \in HF\}$ 中的结点就都是错误的,这样一来已确认的错误结点数为 $|\{v \mid (u,v) \in HF \text{ or } (v,u) \in HF\}|+|F|$,根据已知条件 $|\{v \mid (u,v) \in HF \text{ or } (v,u) \in HF\}| > t-|F|$ 可以推导出 $|\{v \mid (u,v) \in HF \text{ or } (v,u) \in HF\}|+|F| > t$,那么已经确定的错误结点数大于 t,这和 t 故障可诊断系统的定义相矛盾,假设错误,所以引理 6 可证.

引理 7 在条件诊断互测 PMC 有向图中,如果系统是 t 故障可诊断系统,HF 中存在着 r 个不相交的二元组元素,同时这 r 个二元组中的元素不在 F 中出现,且 $r=t-|F|$,那么不在这 r 个不相交的元素中出现也不在 F 中出现的结点必然是正确的.

证明 由于 HF 中的任意一个二元组的两个结点必定有一个是错误的结点,如果 HF 中存在着 r 个两两互不相交的二元组元素,由于每一个二元组至少有一个错误结点,同时二元组两两互不相交,这就意味着存在着 r 个不同的错误结点,由于这 r 个二元组中的元素不会在 F 中出现,所以可以确定的错误结点数目就达到 $r+|F|=t$ 个,t 故障可诊断系统最多只有 t 个错误结点,所以不在这 r 个不相交的元素中出现也不在 F 中出现的结点必定是正确的结点,否则系统的错误结点数就超过 t 个,系统就不是 t 故障可诊断系统.所以引理 7 可证.

4 算法与举例

基于互测 PMC 模型的条件诊断算法分以下 5 个过程进行.

Step1 根据互测有向图的定义,同时根据引理 1、2 的规则,建立起初始化的互测有向图 $G(F,T,M,HF)$.

Step2 按照定义 4 的要求需要对具有相同结点的集合进行合并,也就是对 M 中元素进行等值合并处理.

输入:M

输出:M

if $(\exists m_i, m_j \in M\ i \neq j)$ and $m_i \cap m_j \neq \varnothing$

then $m_i \cup m_j \to m_i$ and delete m_j

end if

Step3 通过引理 3、4、5、6、7、定理 7、8 可以确定部分结点的取值,把判定是正确的结点加入到 T 集合,把判定是错误的结点加入到 F 集合中.

输入:F,T,M,HF

输出:F,T

(1) if $\exists m_i \in M\ |m_i| > t - |F|$ and $m_i \cap F = \varnothing$
then $m_i \cup T \to T$
end if
(2) If $\exists m_i \in M$ and $(\exists f \in F\ f \in m_i)$
then $m_i \cup F \to F$
else if $\exists m_i \in M$ and $(\exists u \in T\ u \in m_i)$
then $m_i \cup T \to T$
end if
(3) if$(\exists u \in V\ u \notin F)$and $u \notin \{x \mid (x,y) \in HF$ or$(y,x) \in HF\}$
then $\{u\} \cup T \to T$
end if
(4) if $\exists u \in V, |\{v \mid (u,v) \in HF$ or$(v,u) \in HF\}| > t - |F|$
then $\{u\} \cup F \to F$
end if
(5) if$(\exists hf_i \in HF(i = 1,2,\cdots,t-|F|))$and for each pair hf_i and hf_j have $\{u \mid (u,v) \in hf_i$ or$(v,u) \in hf_i\} \cap \{u \mid (u,v) \in hf_j$ or$(v,u) \in hf_j\} = \varnothing (i \neq j)$and $\exists u \notin \bigcup_{i=1}^{t-|F|} \{u \mid (u,v) \in hf_i$ or$(v,u) \in hf_i\}$
then $\{u\} \cup T \to T$
end if
(6) if$(m_i \in M\ u \notin \cup m_i)$
then $\{u\} \cup F \to F$
end if
(7) if$(\exists m_i \in M\ m_i = 1)and(m_j$ only is the only Neighbor Equivalent set of $m_i)$
then $m_j = 0$ and $m_j \cup T \to T$
end if
if$(\exists m_i \in M\ m_i = 0)and(m_j, m_{j+1}, \cdots, m_{j+r}$ are all the neighbor equivalent sets of $m_i)$
then $m_j = 1, m_{j+1} = 1, \cdots, m_{j+r} = 1$ and $m_j \cup m_{j+1} \cup \cdots \cup m_{j+r} \cup F \to F$
end if

Step4　经过 **Step3** 之后 T、F 集合的元素发生了变化,由引理 3、4,根据 T、F 集合的元素进一步确定 M 集合中部分元素 m_i 的取值.然后根据 HF 的元素(u,v)至少有一个错误结点的特点进行判断处理,如果$(u,v) \in HF$,当 $u \in T$ 那么 $v = 1$,同样当 $v \in T$,那么 $u = 1$.

输入:F,T,M,HF
输出:F,T
(1) if $\exists m_i \in M |m_i| > t - |F|$ and $m_i \cap F = \varnothing$
then $m_i \cup T \to T$
end if
(2) if $\exists m_i \in M$ and$(\exists f \in Ff \in m_i)$
then $m_i \cup F \to F$
else if $\exists m_i \in M$ and $(\exists u \in T\ u \in m_i)$
then $m_i \cup T \to T$
end if
(3) For every $u \in T$ and have$((u,v) \in HF$ or $(v,u) \in HF)$
$\{v\} \cup F \to F$
end for
(4) if(输入 $T \neq$ 输出 T)or(输入 $F \neq$ 输出 F)
then turn to Step 4
else turn to Step 5
end if

Step5　判断在给定症侯条件下系统是否有唯一故障模式.

输入:F,T
输出:给定的症侯下是否为 t 故障可诊断系统,给出其对应的唯一故障模式.
if $|F| > t$ or $|F| + |T| < n$
then 系统不是 t 故障可诊断系统,也不能唯一确定故障模式.
else 给定的症侯的唯一故障模式为 F、T.
end if

该算法的时间复杂度为 $O(n^2)$.

为了说明本文算法的正确性,也就是:算法的输出可以找出系统中所有可以被确认的正确的和错误的结点.下面用反证法加以证明.

假设存在着可以被确认的正确的或者错误的结点在经历了算法 **Step** 1 ~ **Step**4 之后没有出现在 T 和 F 集合中.以下分两种情况加以讨论.

情况 1　假设有一个可以被确认的正确结点 u 在经历算法 **Step**1 ~ **Step**4 之后没有出现 T 集合中,即 $u \notin T$,由于 u 是正确结点,所以 u 一定会属于 M 的某个元素 m_i,由于 u 是一个可以被确认的正确结点,那么 m_i 的所有邻接结点必定存在着某个确定为正确的结点 w, $w \in T$,由 **Step**3 中的第 2 行可以推导出 $u \in T$,这与假设矛盾.

情况 2　假设有一个可以被确认的错误结点 u 在经历算法 **Step**1 ~ **Step**4 之后没有出现 F 集合中,即 $u \notin F$.由于算法 Step3 使用的定理 7 可知结点 u 必定出现在 M 的某个元素 m_i 中,因为如果结点 u 不出现在 M 中,那么 u 结点一定是错误结点,并把 u 结点归入 F 集合中,而假设已经说明 $u \notin F$,所以结点 u 会出现在 M 的某个元素中,假定 $u \in m_i$,根据条件诊断的要求,u 至少还有一个正确的结点 v 与之相邻,同样根据条件诊断的要求结点 v 至少也有一个正确的邻接结点 w 与之 v 相邻,并且有 $v, w \in m_j$ 并且 m_j 是正确等值结点集合,同时可知 m_i 与 m_j 相邻,由算法 **Step**3 的第 7 行使用的定理 8 可知任何一个正确的等值结点集合都只能与错误的等值结点集合相邻,所以由算法的 **Step**3 第 7 行可知 $m_i \cup F \to F$,那么 $u \in F$,这与假设矛盾.

所以算法的输出可以找出系统中所有可以被确认的正确的和错误的结点.

以下通过两个实例来对算法的计算过程进行说

明.

举例 1 以图 2 和表 2 为例.

Step1 初始化互测有向图 $G(F,T,M,HF)$：$t=3$，$n=7$，$F=\{b,e\}$，$T=\varnothing$，$M=\{\{a,b\},\{c,d\},(f,g)\}$，设 $m_1=\{a,b\}$，$m_2=\{c,d\}$，$m_3=\{f,g\}$，$HF=\{(a,d),(b,f),(c,e),(d,e),(g,a),(g.e)\}$.

Step2 $m_i(i=1,2,3)$都不满足合并条件；

Step3 $F=\{b,e\}$，$T=\varnothing$.

Step4 $F=\{a,b,e\}$，$T=\{g,c,f,d\}$.

Step5 得出最终的唯一的故障模式是：$a=1$，$b=1$，$c=0$，$d=0$，$e=1$，$f=0$，$g=0$.

举例 2 以图 3 和表 3 为例.

Step1 初始化互测有向图 $G(F,T,M,HF)$：$t=3$，$n=7$，$F=\varnothing$，$T=\varnothing$，$M=\{\{a,b\},\{d,e\},(f,g)\}$，设 $m_1=\{a,b\}$，$m_2=\{d,e\}$，$m_3=\{f,g\}$，$HF=\{(b,c),(c,d),(d,f),(e,g)\}$.

Step2 $m_i(i=1,2,3)$都不满足合并条件.

Step3 $F=\{c\}$，$T=\{a\}$.

Step4 $F=\{c\}$，$T=\{a,b\}$.

Step5 $|F|+|T|=3<7$.系统不是 t 故障可诊断系统，也不能唯一确定故障模式.

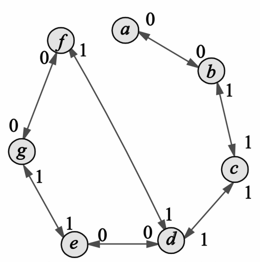

图3 举例2的条件互测有向图

表 3 图 3 互测有向图的症侯

u	v	$\sigma(u,v)$	$\sigma(v,u)$
a	b	0	0
b	c	1	1
c	d	1	1
d	e	0	0
d	f	1	1
e	g	1	1
f	g	0	0

5 结束语

本文研究了条件诊断的互测 PMC 模型，利用互测 PMC 模型建立起互测有向图 $G(F,T,M,HF)$，在条件诊断的前提下通过对 F、T、M、HF 这 4 个关联集合的一系列性质和定理进行研究，引出基于互测 PMC 模型的条件故障诊断算法，根据算法最终判断出在给定症侯时系统是否具有唯一的故障模式，同时给出对应的故障模式.下一步工作可以利用互测 PMC 条件诊断算法在包括超立方网络、MCN 网络、BC 网络等多种网络结构中进行诊断测试.

参考文献

[1] F P Preparata, G Metze, R T Chien. On the connection assignment problem of diagnosable systems[J]. IEEE Trans Electronic Computers, 1967, 16(12): 848 – 854.

[2] Barsi F, Grandoni F, Maestrini P. A theory of diagnosability of digital systems[J]. IEEE Trans on Compters, 1976, 25(6): 585 – 593.

[3] M Malek. A comparison connection assignment for diagnosis of multiprocessor systems[A]. Proc 7th Symposium on Computer Architecture[C]. New York: ACM, 1980. 31 – 35.

[4] J Maeng, M Malek. A comparison connection assignment for self-diagnosis of multiprocessor systems[A]. Proceeding of 11th International Symposium on Fault-Tolerant Computing [C]. Portland: IEEE Computer Soc Press, 1981. 173 – 175.

[5] A H Esfahanian. Generalized measures of fault tolerance with application to N-cube networks[J]. IEEE Transactions on Computers, 1989, C-38(11): 1586 – 1591.

[6] P L Lai, J M Tan, C P Chang, L H Hsu. Conditional diagnosability measures for large multiprocessor systems[J]. IEEE Transactions on Computers, 2005, 54(2): 165 – 175.

[7] K Efe. The crossed cube architecture for parallel computation [J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 1992, 3(5): 513 – 524.

[8] P A J Hilbers, M J Koopman, J A van de Snepscheut. The twisted cube[A]. Proceedings of the Conference on Parallel Architectures and Languages Europe Parallel Architectures[C]. Heidelberg: Springer, 1987. 152 – 159.

[9] P Cull, S Larson. The mbius cubes[J]. IEEE Transactions on Computers, 1995, 44(5): 647 – 659.

[10] Xu M, Thulasiraman K, Hu X D. Conditional diagnosability of matching composition networks under the PMC model[J]. Circuits and Systems II: Express Briefs IEEE Transactions on, 2009, 56(11): 875 – 879.

[11] 张大方，江招生.基于集团的系统级故障诊断研究[J].计算机学报，1998，21(4)：308 – 314.
Zhang Da-Fang, Jiang Zhao-Sheng. The research of the system-level fault diagnosis based on the body[J]. Chinese Journal Computers, 1998, 21(4): 308 – 314. (in Chinese)

[12] 宣恒农，张大方，张明.PMC 故障模型的方程诊断[J].电子学报，2003，31(5)：694 – 697.
Xuan Heng-Nong, Zhang Da-Fang, Zhang Ming. The equation diagnosis on PMC fault model[J]. Acta Electronica Sinica,

2003,31(5):694 - 697.(in Chinese)

[13] 宣恒农,韩忠愿,张大方.基于互测 PMC 模型的故障诊断方法及其应用[J].电子学报,2007,35(5):987 - 990.
Xuan Heng-nong,Han Zhong-yuan,Zhang Da-fang.The fault diagnosis algorithm and It's application about PMC model based on ex-test[J].Acta Electronica Sinica,2007,35(5):987 - 990.(in Chinese)

[14] A T Dahbura,G M Masson.An fault $O(n^{2.5})$ identification algorithm for diagnosable systems[J].IEEE Transactions on Computers,1984,33(6):486 - 492.

[15] S L Hakimi,A T Amin.Characterization of connection assignment of diagnosable systems[J].IEEE Transactions on Computers,1974,23(1):86 - 88.

作者简介

郭　晨　男,1979 年出生于江西泰和,广西大学电气工程学院博士研究生,副教授.研究方向为故障诊断、网络分析与控制.
E-mail:bearr@21cn.com

梁家荣(通信作者)　男,1966 年生于广西玉林,广西大学计算机与电子信息学院教授,博士生导师.研究方向为网络分析与控制.
E-mail:13977106752@163.com