

谱相关的数学关系与物理意义

王 洪

(电子科技大学电子工程学院, 四川成都 611731)

摘 要: 周期性是自然现象和工程现象的基本特性之一, 从复杂多变的、含有噪声的观测数据中发现周期性并测量其参数是信号处理的重要主题. 谱相关是分析循环平稳信号二阶周期性的有力工具, 本文研究谱相关的周期性解析功能的缘由、过程与特点. 首先, 梳理了谱相关理论体系中诸多重要概念之间的内在联系, 建立了相互之间转换或映射的数学关系图; 然后提出了按定义和转换关系逐步求解谱相关的方法. 通过单周期信号的分析 and 每步操作效果与周期的对应关系, 诠释了循环自相关、谱相关、无限循环谱和循环频率等重要概念的物理意义.

关键词: 循环平稳信号; 谱相关; 循环自相关; 二阶周期性; 维格纳-威利分布

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)04-0810-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.04.027

Mathematical Relationships and Physical Functions of Spectral Correlation

WANG Hong

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China)

Abstract: The periodicity is a feature of science and engineering phenomena, so detecting periodicity from complex and noise-included samples and measuring its parameters are important topics in signal processing. Spectral correlation is a useful tool to find second-order periodicity of cyclostationary signals. This paper investigates the reasons, procedures and features using spectral correlation to analyze cyclicity. First, internal relations between main definitions in spectral correlation theory are summarized and mathematic diagrams reflecting their transforming or mapping relations are built. Then a method to calculate spectral correlation based on the diagrams is proposed. By analysis of single periodic signals and connections between periods and results in each operation, physical functions of cyclic autocorrelation, spectral correlation, limit periodic spectrum and cyclic frequency, etc, are interpreted.

Key words: cyclostationary signals; spectral correlation; cyclic autocorrelation; second-order periodicity; Wigner-Ville distribution

1 引言

在通信和雷达等领域, 天线的扫描, 信号的调制、复用、编码和采样等都将导致信号的周期性, 有容易观察的显性周期, 有难于发现的隐性周期, 还有不严格的近似周期性, 周期性规律与信号的其他规律、噪声叠加在一起, 甚至被较强的噪声和干扰淹没, 信号处理的任务就是要发现这些复杂多变的周期性规律, 并应用于信号的检测、估计、识别和预测等方面. 傅立叶变换是发现信号周期性规律的重要方法, 该变换以完备的正交集, 从信号的所有持续时间上解析出所有可能的信号频率成分(即周期性). 信号分为确定信号与随机信号, 随机信号又包含平稳过程和非平稳过程. 傅立叶变换是对确定性信号的分析, 需满足狄里赫利的三个条件, 而功率谱

的方法也只能用于平稳过程. 许多工程信号的模型是一种特殊的非平稳信号——循环平稳信号, 这种信号的波形虽然没有直接的周期性, 但其统计参数具有周期性, 对这类信号需要采用不同的信号处理方法. 按文献[1]的分析, 大部分受噪声污染的含有周期性或近似周期性的信号都是循环平稳信号, 本文研究这种信号的周期性解析问题.

Gardner 在三十年前提出了用于研究循环平稳信号的循环自相关、谱相关等概念, 在随后的研究中建立了谱相关的理论体系^[2~6], 该理论在检测、估计、识别、频谱感知、机械振动分析和医学信号处理等领域得到广泛应用^[7~12]. 谱相关理论涉及统计信号处理和非统计方法的诸多概念与定理, 由于各种概念和结论出现在较多文献中, 相互之间的关联复杂, 没有建立总体的联系.

本文梳理了谱相关理论中主要概念之间的关系,建立了各概念之间的数学关系图.根据各概念之间的联系,从瞬时自相关、循环自相关或无限周期谱,一步一步计算出谱相关函数,结合数据分析与求解过程,剖析了循环自相关、谱相关、谱相关平面、循环频率等概念的内在含义与作用.

2 谱相关的数学关系

2.1 确定信号的周期性度量

确定信号的傅立叶变换定义为

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1)$$

当 f 取特定值 f_0 时,积分部分计算的是信号 $x(t)$ 中频率为 f_0 的成分, $X(f_0)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 的所有时间上充分积累了频率 f_0 的能量;由于 f 取值不同的 $e^{-j2\pi ft}$ 两两正交,积分结果为零,因此 $X(f_0)$ 仅包含了信号中频率为 f_0 的成分,它的幅度表明了信号中所含该频率成分的功率大小;对 f 的遍历相当于对信号 $x(t)$ 进行扫频,提取出信号的所有频率成分, $X(f)$ 的所有取值形成对信号 $x(t)$ 的解析分析; $e^{-j2\pi ft}$ 的集合构成完备正交集,因此信号的傅立叶解析是唯一的. $e^{-j2\pi f_0 t}$ 为单频信号,在频域该信号对应单一谱线,所有的谱线构成信号的频谱,频谱就是对信号的周期性度量.在时域无论多长时间的正弦波形,其频谱都为两根谱线,可见频域表达比时域更加简洁.同时,对谱线的操作等价于对信号的时域波形的处理,如滤波保留了一些谱线的强度,削弱了一些谱线的强度,使得信号的某些频率成分被去除.因此,傅立叶变换不仅获得了确定信号的周期性度量,也获得了另一种形式的信号处理方法.

2.2 循环平稳信号的二阶周期性^[2~6]

均值和自相关具有周期性的信号称为循环平稳信号(cyclostationary signals),即信号满足如下充要条件:

$$\begin{cases} m_x(t) = m_x(t + T_0) \\ R_x(t, \tau) = R_x(t + T_0, \tau) \end{cases} \quad (2)$$

其中 T_0 为周期, $t \in (-\infty, \infty)$, $m_x(t)$ 为均值, $R_x(t, \tau)$ 为瞬时自相关,可按下式估算^[2]:

$$\begin{aligned} \hat{R}_x(t, \tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(t + nT_0 + \frac{\tau}{2}) \\ &\quad \cdot x(t + nT_0 - \frac{\tau}{2}) \\ &= \hat{R}_x(t + T_0, \tau) \end{aligned} \quad (3)$$

由于周期函数可展开为傅立叶级数,得到

$$\hat{R}_x(t, \tau) = \sum_{\alpha} \hat{R}_x^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi \alpha t} \quad (4)$$

其中傅立叶系数 $\hat{R}_x^{\alpha}(\tau)$ 表明了瞬时自相关 $\hat{R}_x(t, \tau)$ 在频率 α 的幅度大小,且

$$\hat{R}_x^{\alpha}(\tau) \triangleq \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \hat{R}_x(t, \tau) e^{-j2\pi \alpha t} dt \quad (5)$$

α 是瞬时自相关对应的频率,是对瞬时时刻积累的结果,为与信号 $x(t)$ 的频率相区分,称 α 为循环频率(cyclic frequency), $\hat{R}_x^{\alpha}(\tau)$ 则定义为循环自相关(cyclic autocorrelation).可以证明,上式等价于

$$\hat{R}_x^{\alpha}(\tau) \triangleq \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} x(t + \frac{\tau}{2}) x(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi \alpha t} dt \quad (6)$$

定义 $x(t)$ 的两个频移信号为

$$\begin{cases} u(t) = x(t) e^{-j\pi \alpha t} \\ v(t) = x(t) e^{+j\pi \alpha t} \end{cases} \quad (7)$$

则 $\hat{R}_x^{\alpha}(\tau)$ 是上述频移信号的互相关.

$$\hat{R}_x^{\alpha}(\tau) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} u(t + \frac{1}{2}\tau) v^*(t - \frac{1}{2}\tau) dt \quad (8)$$

对循环自相关做傅立叶变换,得到

$$\hat{S}_x^{\alpha}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{R}_x^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (9)$$

$\hat{S}_x^{\alpha}(f)$ 称为谱相关(spectral correlation),或谱相关函数(spectral correlation function),或循环谱密度(cyclic spectral density),它是关于频率 f 和循环频率 α 的双频平面函数.

信号具有二阶周期性的充要条件是,存在一种正交时不变变换(Quadratic Time-Invariant, QTI),使得变换后的信号具有一阶周期性,而具有一阶周期性的信号做傅立叶变换后表现为频域的谱线.因此,谱相关平面上若有 $f = \alpha \neq 0$ 的谱线,则循环自相关 $\hat{R}_x^{\alpha}(\tau)$ 具有一阶周期性,而对应的信号 $x(t)$ 具有二阶周期性.当 $\alpha = 0$ 时, $\hat{R}_x^0(\tau)$ 就是信号的自相关 $R_x(\tau)$, $\hat{S}_x^0(f)$ 则是信号的功率谱密度 $S_x(f)$.

2.3 内在联系^[2,3,7]

对有限时长为 Δt 的信号,可按按下式估算信号的谱相关:

$$\begin{aligned} \hat{S}_x^{\alpha}(f) &= \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} \Delta f X_{1/\Delta f}(t, f + \alpha/2) \\ &\quad \cdot X_{1/\Delta f}^*(t, f - \alpha/2) dt \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$X_{1/\Delta f}(t, v) = \int_{t-1/2\Delta f}^{t+1/2\Delta f} x(u) e^{-j2\pi v u} du \quad (11)$$

$X_{1/\Delta f}(t, v)$ 是信号 $x(t)$ 在时长 $\Delta f = \frac{1}{T}$ 上的短时傅立叶变换.式(10)中积分部分

$$S_{x1/\Delta f}^{\alpha}(t, f) = \Delta f X_{1/\Delta f}(t, f + \alpha/2) \cdot X_{1/\Delta f}^*(t, f - \alpha/2) \quad (12)$$

就是信号的循环周期图(cyclic periodogram).在时间 T 内做短时傅立叶变换,再在 Δt 上按式(10)对循环周期

图进行平滑,由此形成谱相关的时域平滑计算方法.式(10)的另一种等效计算为

$$\hat{S}_x^\alpha(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta f} \int_{f-\Delta f/2}^{f+\Delta f/2} \frac{1}{\Delta t} X_{1/\Delta t}(t, v + \alpha/2) \cdot X_{1/\Delta t}^*(t, v - \alpha/2) dv \quad (13)$$

式(13)对时长 Δt 的信号做傅立叶变换,再在 $f \pm \frac{\Delta f}{2}$ 内平滑,由此形成计算谱相关的频域平滑方法.值得注意到是式(13)中积分部分与式(10)积分部分相同,都是循环周期图,但所代表的时间长度不同,之后的平滑方式不同.

以 T 代替式(12)中的 $1/\Delta f$,可以得到另一组傅立叶变换关系

$$S_{xT}^\alpha(t, f) = \int_{-T}^T R_{xT}^\alpha(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (14)$$

其中

$$R_{xT}^\alpha(t, \tau) = \frac{1}{T} \int_{t-(T-|\tau|)/2}^{t+(T-|\tau|)/2} x(u + \frac{\tau}{2}) x(u - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi\alpha u} du$$

$R_{xT}^\alpha(t, \tau)$ 称为循环相关图(cyclic correlogram),与雷达的模糊函数相对应,后者定义为

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \quad (15)$$

f_d 是多普勒频率.两者的积分区间和信号时延不同,且雷达模糊函数对应复信号,但计算方法十分相似,循环相关图是循环频率、相关时延和瞬时时刻的函数,雷达模糊函数只是多普勒频移和相关时延的函数.

两个频点 $f + \frac{\alpha}{2}$ 和 $f - \frac{\alpha}{2}$ 的谱相关的互相关称为谱相关系数

$$\hat{C}_x^\alpha(f) = \frac{\hat{S}_x^\alpha(f)}{[\hat{S}_x^0(f + \frac{\alpha}{2}) \hat{S}_x^0(f - \frac{\alpha}{2})]^{1/2}} \quad (16)$$

谱相关系数小于等于1,时带积 $\Delta t \Delta f$ 和 $\hat{C}_x^\alpha(f)$ 是衡量谱相关估计误差的主要参数.

循环自相关是对瞬时自相关的瞬时时刻 t 的积分,若对瞬时自相关的时延 τ 积分,得到无限周期谱(limit periodic spectrum) $\hat{S}_x(t, f)$,且满足

$$\hat{S}_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{R}_x(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (17)$$

$\hat{S}_x(t, f)$ 与谱相关的关系为

$$\hat{S}_x^\alpha(f) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \hat{S}_x(t, f) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (18)$$

$\hat{S}_x(t, f)$ 与维格纳-威利分布(Wigner-Ville distribution) $W_x(t, f)$ 具有对应关系,后者是一种典型的信号时频分析表示,其定义如下:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \frac{\tau}{2}) x(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (19)$$

比较式(19)和式(17)、式(3),可看出两者的相似性和差

异.

谱相关的离散表示式如下,其中 T_s 为采样间隔, n 和 τ 表示离散的时刻和时延^[8].

$$\hat{S}_x^\alpha(f) = \frac{1}{T^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \hat{R}_x(n, \tau) e^{-j2\pi\alpha n T_s} e^{-j2\pi f\tau T_s} \quad (20)$$

其中 $\hat{R}_x(n, \tau)$ 为离散瞬时自相关,它与特定循环频率截面的离散循环自相关 $\hat{R}_x(\tau, \alpha_i)$ 的关系为

$$\hat{R}_x(n, \tau) = \sum_{\alpha_i \in A} \hat{R}_x(\tau, \alpha_i) e^{j2\pi\alpha_i n T_s} \quad (21)$$

特定循环频率 α_i 截面的谱相关记为 $\hat{S}_x(f, \alpha_i)$,可由式(22)计算得到

$$\hat{S}_x(f, \alpha_i) = \frac{1}{T} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \hat{R}_x(\tau, \alpha_i) e^{-j2\pi f\tau T_s} \quad (22)$$

它与谱相关的关系为

$$\hat{S}_x(f) = \sum_{\alpha_i \in A} \hat{S}_x(f, \alpha_i) \delta(\alpha - \alpha_i) \quad (23)$$

$\hat{S}_x(f, \alpha_i)$ 是线性的功率谱密度,为频率 f 的函数,称为循环功率谱密度(cyclic power spectrum).

综上所述,将谱相关理论主要概念的数学关系如图1所示.从信号的瞬时自相关出发有三条路径可以计算出谱相关,一是按式(5)求出循环自相关,再按式(9)计算谱相关;二是按式(17)计算无限周期谱,再计算谱相关;三是直接按式(20)顺序求和得到谱相关. Gardner等人提出了时域平滑和频域平滑的方法,分别对应式(10)和式(13). 式(10)是对信号的短时傅立叶变换作 $\pm \frac{\alpha}{2}$ 频移,再对频移信号互相关,然后在较长时间上平滑;式(8)和式(9)表明,对时域频移的信号 $u(t), v(t)$ 互相关,再做傅立叶变换,结果与式(10)等效.

图1还表明特定截面的谱相关就是循环功率谱密度,而 $\alpha = 0$ 的截面就是传统的功率谱密度,它与信号自相关之间是傅立叶变换和反变换关系,即维纳-辛欣定理,而式(9)也被称为循环维纳-辛欣定理.循环相关图和无限周期谱分别与雷达模糊函数和 Wigner-Ville 分布对应,但更侧重信号的周期性发现.

3 谱相关的物理意义

下面按定义的第一条路径,计算信号的瞬时自相关和循环自相关,再计算谱相关,讨论中以 AM(Amplitude Modulation)幅度调制信号为例,阐述主要概念的物理意义. AM 调制信号载波频率 $f_c = 100\text{Hz}$,幅度服从 $0 \sim 1$ 之间的均匀分布,即调制信号源为均匀分布的随机变量.采样频率 2KHz ,则每个载波周期内有 20 个采样点,图2所示为 10 个载波周期的信号. AM 信号是载波与幅度相乘的结果,可看作包含乘性噪声的正弦波,该正弦波是信号中的单一周期性成分,调制后的信号不满足 $x(n) = x(n + T_0)$ 的显性周期条件,但从波形上仍

能看出隐含的周期性轮廓,载波的周期性成为调制信号的准周期.

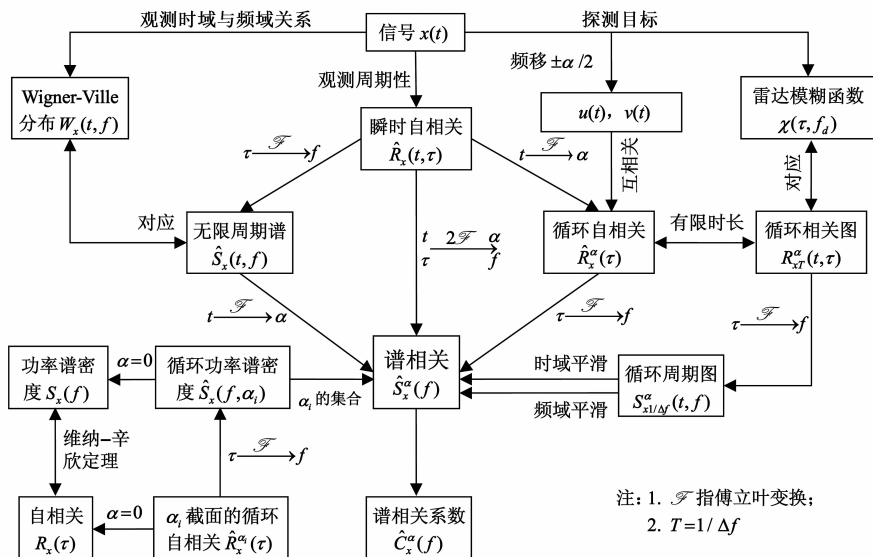


图1 谱相关的数学关系图

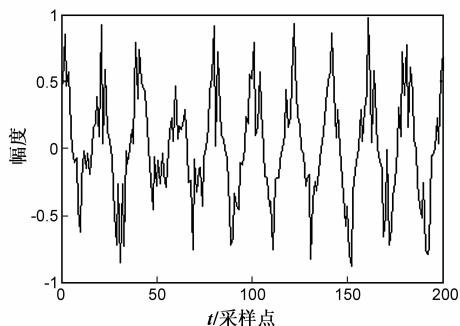


图2 AM调制信号, 幅度服从均匀分布

瞬时自相关如图 3 所示,沿瞬时刻 t 方向和相关时延 τ 方向的截面呈现明显的周期性,这是多个周期平滑的结果,平滑的积累作用将信号的隐藏周期性挖掘出来.从图 2 可以理解这一点,在时刻 t 和 $t + T_0$,若相关时间足够长,相关的结果近似相等.同样,时延 τ 和 $\tau + T_0$ 的相关结果也近似相等.图 3 中, τ 的每个截面为正弦波,所有截面的峰值近似相等,但各截面按正弦波的规律在幅度方向滑动,就像一排固定宽度的栅栏,其顶部沿着正弦波滑动,形成瞬时自相关的三维图.从图 3 可见, $\hat{R}_x(t, \tau)$ 对 τ 的周期与载波相同,为 20 个采样点;但对 t 的周期为 10 个采样点,即瞬时自相关对 t 的周期为载波周期的两倍.式(3)中 $x(t + \frac{\tau}{2})x(t - \frac{\tau}{2})$ 相乘时,对固定时延 τ ,就是信号 $x(t)$ 的延时自乘,和正弦信号的自乘导致频率加倍的原因一样,其乘积的频率增加一倍.若固定 t, τ 只有变化周期 T_0 整数倍时, $x(t + \frac{\tau}{2})x(t - \frac{\tau}{2})$ 才表现出周期性.

循环自相关 $\hat{R}_x^a(\tau)$ 为瞬时自相关对 t 的短时傅立

叶变换,当循环频率取值为特定值 α_i 时,式(5)积分的结果是提取信号中频率为 α_i 的分量,由于单频信号 $e^{-j2\pi\alpha t}$ 之间的正交性,与之不同的频率被过滤. α 在 $0 \sim f_s$ 之间以 1Hz 为间隔取值,得到的循环自相关如图 4 所示. $\hat{R}_x^a(\tau)$ 是 α 和 τ 的函数,每次计算时,先固定 τ (即图 3 中的一个 τ 截面),然后在 α_i 的取值范围内遍历,然后改变 τ 值.当 $\alpha = 0$ 时,式(5)中 $e^{-j2\pi\alpha t}$ 为常数 1,相当对 $\hat{R}_x(t, \tau)$ 求平均,根据图 3 中的特征,其幅度值表现为正弦信号求绝对值的形式.当 $\alpha = 2f_c$ 时,由于 τ 截面的波形周期为 $2f_c$,式(5)积分的结果近似常数.根据实信号频谱的共轭对称性,当 $\alpha = f_s$ 和 $\alpha = f_s - 2f_c$ 时,结果分别与 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 2f_c$ 时相同.而 α 取其它值时,由于单频信号的正交性,积分结果为零.

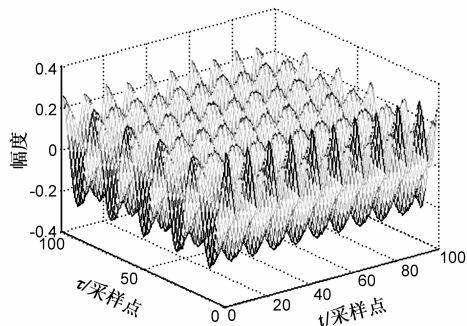


图3 AM信号的瞬时自相关

当时延 τ 固定时,从式(5)可以看出, $\hat{R}_x^a(\tau)$ 积累了瞬时自相关在一个周期内所有时刻 t 的频率 α 的能量,充分表征了信号延迟时间 τ 的相关性,消除了相关随时刻 t 变化的影响,而只与时延 τ 和频率 α 有关.式(5)中频率 α 是瞬时相关对应的频率,为与信号 $x(t)$ 的频

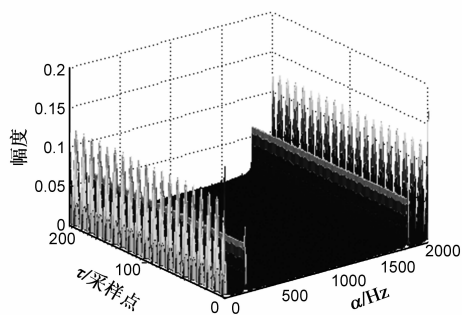


图4 AM信号的循环自相关

率相区分,称其为循环频率,它是图3中 τ 截面信号的频率,仍然来自信号自身,但频率值已翻倍.

根据式(9), $\hat{R}_x^a(\tau)$ 对 τ 做傅立叶变换,得到谱相关 $\hat{S}_x^a(f)$,它在所有时延 τ 上积累了 $\hat{R}_x^a(\tau)$ 的频率为 f 的能量,结果如图5所示.这里将零频移至中心, $\alpha=0$ 的截面为信号的功率谱,谱峰位置在 $f=\pm f_c$ 处,证明了 $\alpha=0$ 时谱相关函数退化为功率谱密度.当 $\alpha=\pm 2f_c$ 时, $\hat{R}_x^a(\tau)$ 近似为常数(见图4),因此,谱峰位置在 $f=0$ 处.

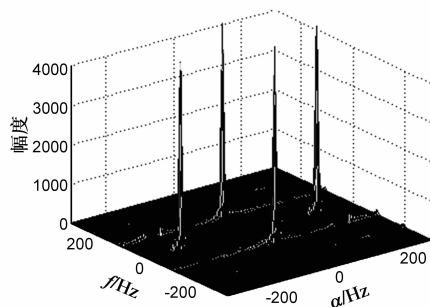


图5 AM信号的谱相关

按照定义的另一条途径,同样可以求出谱相关,限于篇幅,不再给出结果.由于计算谱相关的过程中,涉及信号的自乘,当信号有多个周期时,不仅表现出频率的倍频,还将出现频率的交调.例如,若调制信号 $x(t)$ 包含两个载频,分别为100Hz和60Hz,则谱相关的等高线图如图6所示.谱峰位置出现在16处: $\alpha=0$ 截面上的 $\pm 100\text{Hz}$ 和 $\pm 60\text{Hz}$ 处, $\alpha=\pm 40\text{Hz}$ 截面上的 $\pm 80\text{Hz}$ 处, $f=0$ 截面上的 $\pm 200\text{Hz}$ 和 $\pm 120\text{Hz}$ 处, $f=\pm 20\text{Hz}$ 截面上的 $\pm 160\text{Hz}$ 处.谱峰的位置反映了倍频和交调的效果.

Wigner-Ville分布与循环谱相关的结果有相似性,但前者是时间和频率的函数,并且频谱和时间之间的函数关系反映了信号的特有属性,AM信号的Wigner-Ville分布如图7所示,信号的频谱特性主要出现在零频和 $\pm 2f_c$ 处(图中示出为 f_c 和 $f_s - f_c$),幅度随时间变化但频率不变.对Wigner-Ville分布沿时间做傅立叶变换,并将零频移至中间,得到的结果如图8所示,可见结

果与谱相关十分相似,但谱峰的位置在两个方向均为 $\pm 2f_c$.

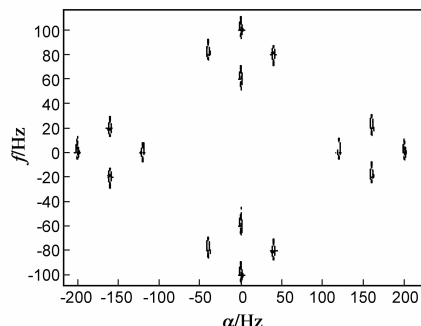


图6 谱相关的倍频与交调效果

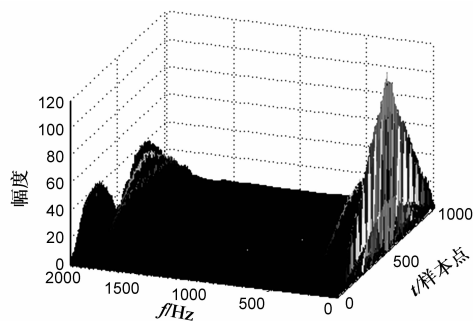


图7 Wigner-Ville分布

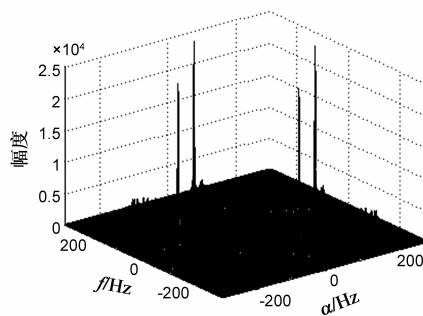


图8 Wigner-Ville分布的傅立叶变换

综上所述,可得出如下结论:

(1)循环平稳信号的隐藏周期性,通过瞬时自相关函数在瞬时时刻和相关时延上的平滑积累作用,表现出周期性,瞬时自相关的周期性是谱相关能够解析出二阶周期性的基础;

(2)循环自相关沿瞬时时刻方向(即 τ 截面)对频率为 α 的单频信号内积,利用不同频率信号 $e^{-j2\pi\alpha\tau}$ 的正交性,解析出周期性分量,并表现为循环频域 α 上的谱线;循环自相关就是信号的QTI变换,若循环自相关对时延 τ 具有一阶周期,则原信号具有二阶周期性;

(3)谱相关再沿着循环自相关的 τ 方向(即 α 截面)做傅立叶变换,解析出该方向的周期性分量.谱相关平面有非零值就意味着信号具有二阶周期性,时域的单一周期表现为双频平面的四个谱峰;由于信号的

自乘,使得多周期信号的频率在双频平面上同时出现倍频和交调分量.噪声信号的非周期性,使得谱相关对噪声有较强的适应性,低信噪比下的谱相关图非常稳定;

(4)循环频率不是一种新的频率,仍然是一般的频率概念,并非一种新的物理量,且双频平面上的变量 α 和 f 不存在函数关系,都是信号原始频率的变换结果;

(5)从信号计算谱相关具有单向性,不能从谱相关反推出信号,无法在双频平面上处理信号后得到对应的时域信号,使其应用受到限制.

4 结论

信号的周期性解析就是发现信号中的周期性分量,并能估计出相应的频率值,反映出各频点的功率分布.瞬时自相关将信号隐藏周期性的能量积累起来,谱相关以循环自相关或无限周期谱为桥梁,经过两次傅立叶变换,将瞬时自相关的二维周期性逐步汇聚为峰,谱相关图中的谱峰就是信号周期性的表现,谱峰的属性反映了周期性的特征,这些特征是谱相关应用的基础.本文从谱相关的数学关系出发,按照定义计算谱相关,以简单信号的过程分析,阐明了谱相关中主要概念的物理意义.

参考文献

- [1] Antonio Napolitano. Generalizations of Cyclostationary Signal Processing: Spectral Analysis and Applications [M]. New Jersey, USA: Wiley Press, 2012.
- [2] W A Gardner. The spectral correlation theory of cyclostationary time-series [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1986, 11(7): 13 – 36.
- [3] W A Gardner. Introduction to Random Processes [M]. New York, USA: McGraw-Hill Press, 1990.
- [4] W A Gardner. Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 16(2): 14 – 36.
- [5] W A Gardner. Spectral correlation of modulated signals: PART I-analog modulation [J]. IEEE Transactions on Communication, 1987, 35(6): 584 – 594.
- [6] W A Gardner. spectral correlation of modulated signals: PART II-digital modulation [J]. IEEE Transactions on Communication, 1987, 35(6): 584 – 594.

- [7] R S Roberts, W A Brown. Computationally efficient algorithms for cyclic spectral analysis [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 16(4): 38 – 49.
- [8] J Antoni. Cyclic spectral analysis in practice [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(2): 597 – 630.
- [9] Wu Zhi-qiang, E Like, V Chakravarthy. Reliable modulation classification at low SNR using spectral correlation [A]. International Conference on Consumer Communications and Networking [C]. Nevada, USA: IEEE Press, 2007. 1134 – 1138.
- [10] Hu Hao, Song Jun-de. Signal classification based on spectral correlation analysis and SVM in cognitive radio [A]. International Conference on Advanced Information Networking and Applications [C]. Okinawa, Japan: IEEE Press, 2008. 883 – 887.
- [11] 刘妍妍, 孙晓颖, 刘国洪. 基于平行因子分析的近场循环平稳信号方位角和距离联合估计 [J]. 电子学报, 2013, 41(10): 1958 – 1963.
Liu Yan-yan, Sun Xiao-ying, Liu Guo-hong. Joint estimation for DOA and range of near-field cyclostationary sources based on PARAFAC [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(10): 1958 – 1963. (in Chinese)
- [12] 黄知涛, 周一宇, 姜文利. 基于最小方差谱估计的循环平稳信号到达角估计方法 [J]. 电子学报, 2005, 33(9): 1590 – 1593.
Huang Zhi-tao, Zhou Yi-yu, Jiang Wen-li. Direction of arrival estimation method for cyclostationary signals using the minimum-variance spectral estimate [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(9): 1590 – 1593. (in Chinese)

作者简介



王 洪 男, 1974 年 11 月生, 四川眉山人, 副教授、硕士生导师. 1996 年、2003 年、2007 年分别在西北工业大学、重庆大学和电子科技大学获工学学士、工学硕士和工学博士学位. 2007 年至 2009 年在中国民航总局第二研究所从事博士后研究工作. 2009 年至 2010 年先后到纽约大学和新泽西理工大学访问学习. 现为电子科技大学教师, 主要从事统计信号处理、雷达信号处理、航空

电子技术和高速实时信号处理等方面的研究工作.

E-mail: hongw@uestc.edu.cn