

基于椭圆极坐标的一站固定式双基地 低频 UWB SAR FFBP 成像处理

谢洪途, 安道祥, 黄晓涛, 周智敏

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘 要: 一站固定式双基地低频 UWB SAR 具有方位移变的距离徙动和较长的合成孔径, 这导致其距离方位耦合变得非常复杂, 从而限制了频域算法的应用. 为此, 本文提出一种基于椭圆极坐标的一站固定式双基地低频 UWB SAR FFBP 算法. 基于一站固定式双基地 SAR 的成像几何, 分别推导了直角坐标与椭圆极坐标下后向投影算法的解析表达式, 并讨论了双基地 FFBP 算法中采用椭圆极坐标的优势. 然后分别从频带和斜距误差角度推导了子图像的采样间隔. 最后讨论了该算法的实现过程和计算量. 仿真结果证明了所提方法的有效性.

关键词: 一站固定式双基地合成孔径雷达; 椭圆极坐标; 低频; 超宽带; 快速因式分解后向投影

中图分类号: TN957.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)03-0462-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.03.007

Fast Factorized Back Projection Algorithm Based on Elliptical Polar Coordinate for One-Stationary Bistatic Low Frequency UWB SAR Imaging

XIE Hong-tu, AN Dao-xiang, HUANG Xiao-tao, ZHOU Zhi-min

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: One-stationary bistatic low frequency ultra wide band synthetic aperture radar (UWB SAR) has the azimuth-variant range cell migration and longer synthetic aperture, which greatly complicates the range-azimuth coupling and limits the application of frequency-domain algorithms. In this paper, a fast factorized back projection (FFBP) algorithm based on elliptical polar coordinate is presented to focus the one-stationary bistatic low frequency UWB SAR data. Based on the imaging geometry, the analytical expressions of the back projection (BP) algorithm in Cartesian coordinate and elliptical polar coordinate systems are derived, respectively. The advantage of implementing the bistatic FFBP algorithm in elliptical polar coordinate is analyzed. Then, the sampling requirements for subimages are deduced from the bandwidth and bistatic range error angles, respectively. Finally, the implementation and the computational burden of this algorithm are discussed. Simulation results prove the validity of the proposed approach.

Key words: one-stationary bistatic synthetic aperture radar; elliptical polar coordinate; low frequency; ultra wide band; fast factorized back projection

1 引言

一站固定式双基地合成孔径雷达 (One-Stationary Bistatic Synthetic Aperture Radar, OS-BiSAR) 是一种移变模式的双基地 SAR. 它不仅继承了双基地 SAR 的优点, 而且相对容易构建和实现成像, 从而应用前景广阔^[1,2]. 低频超宽带合成孔径雷达 (Ultra Wide Band Synthetic Aperture Radar, UWB SAR) 具有高分辨率、强穿透能力和强抗干扰能力优点, 能探测到隐蔽目标^[3,4]. 因此, 工作于低频 UWB 的 OS-BiSAR 具有更大的优势. 近年来, 一

些国家已开展了低频 UWB OS-BiSAR 实验, 并获得了良好的实验结果^[1,2].

但是低频 UWB OS-BiSAR 的大积累角和方位移变性导致回波具有复杂的二维耦合性, 从而增加了高精度成像的难度. 双基地 SAR 频域算法^[5~8] (如 RD、 ω -k 和 CS), 只适合于移不变双基地 SAR 的成像处理. NLCS 算法^[9]虽能用于 OS-BiSAR 的成像, 但在去耦合时存在近似, 从而不适合低频 UWB OS-BiSAR 的高精度成像. 后向投影 (Back Projection, BP) 算法无任何近似处理, 能满足低频 UWB OS-BiSAR 的高精度成像.

针对 BP 算法的高计算量,文献[10]提出了处理单基地 SAR 数据的快速因式分解后向投影(Fast Factorized Back Projection, FFBP)算法.目前 FFBP 算法已被扩展到双基地 SAR 的成像处理.文献[11]利用 FFBP 算法处理双基地低频窄带 SAR 数据,获得了良好的结果,但未给出算法细节.文献[12]提出了双基地 FFBP 算法,实现了双基地低频 UWB SAR 成像,但未给出子图像的采样间隔.文献[13]提出了基于椭圆极坐标的双基地 FFBP 算法,用于处理双基地高频窄带 SAR 数据,但没有说明选择椭圆极坐标的理由.

2 原始双基地 BP 算法

2.1 成像几何

图 1 为 OS-BiSAR 的成像几何.运动平台 A 以速度 v_M 沿 X 轴正方向运动,坐标为 $(v_M\eta, 0, z_M)$, η 为慢时间.固定平台 B 的坐标为 (x_S, y_S, z_S) .成像场景内任意点目标 P_0 的坐标为 (x_0, y_0) . $r_M(\eta, x_0, y_0)$ 和 $r_S(\eta, x_0, y_0)$ 分别为 η 时刻运动平台 A 和固定平台 B 到点目标 P_0 的斜距.则, η 时刻点目标 P_0 的双程斜距为

$$r_B(\eta, x_0, y_0) = r_M(\eta, x_0, y_0) + r_S(\eta, x_0, y_0)$$

$$= \sqrt{(v_M\eta - x_0)^2 + y_0^2 + z_M^2} + \sqrt{(x_S - x_0)^2 + (y_S - y_0)^2 + z_S^2} \quad (1)$$

设发射信号为 $p(\tau) = w_r(\tau) \exp(j2\pi f_c \tau + j\pi \gamma \tau^2)$.其中, τ 为快时间, $w_r(\cdot)$ 为距离包络, γ 为距离调频率, f_c 为中心频率.假设 σ_0 为点目标 P_0 的散射系数,则点目标 P_0 的回波信号经正交解调和距离压缩后

$$s_{rc}(\tau, \eta) \approx \sigma_0 \text{sinc}[B(\tau - r_B(\eta, x_0, y_0)/c)] w_a(\eta - \eta_c) \cdot \exp[-j2\pi f_c r_B(\eta, x_0, y_0)/c] \quad (2)$$

其中, B 为发射信号的带宽, c 为光速, $w_a(\cdot)$ 为方位包络, η_c 为合成孔径中心时刻.

2.2 原始双基地 BP 算法

假设 $r_B(\eta, x, y)$ 为 η 时刻成像场景中任意网格 (x, y) 到收发平台的斜距,则直角坐标系中 OS-BiSAR BP 算法

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \frac{1}{T} \int_{\eta_c - T/2}^{\eta_c + T/2} s_{rc}(r_B(\eta, x, y)/c, \eta) \\ &\quad \cdot \exp[j2\pi f_c r_B(\eta, x, y)/c] d\eta \\ &\approx \frac{\sigma_0}{T} \text{sinc}[B(r_B(\eta_c, x, y) - r_B(\eta_c, x_0, y_0))/c] \\ &\quad \cdot \int_{\eta_c - T/2}^{\eta_c + T/2} w_a(\eta - \eta_c) \cdot \exp[j2\pi f_c (r_B(\eta, x, y) \\ &\quad - r_B(\eta, x_0, y_0))/c] d\eta \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $I(x, y)$ 为网格 (x, y) 的像素值, T 为合成孔径时间.将式(3)中积分项在 $\eta = \eta_c = x_0/v_M$ 处一阶泰勒展开,则

$$\int_{\eta_c - T/2}^{\eta_c + T/2} w_a(\eta - \eta_c) \exp[j2\pi f_c (r_B(\eta, x, y) - r_B(\eta, x_0, y_0))/c] d\eta$$

$$\approx T \exp[j2\pi f_c (r_B(\eta_c, x, y) - r_B(\eta_c, x_0, y_0))/c] \cdot \text{sinc}\left[\frac{f_c l_M (x - x_0)}{c \sqrt{(v_M \eta_c - x)^2 + y^2 + z_M^2}}\right] \quad (4)$$

其中 $l_M = Tv_M$ 为合成孔径长度.将式(4)代入式(3),可得 OS-BiSAR 原始 BP 算法的近似解析表达式

$$\begin{aligned} I(x, y) &\approx \sigma_0 \cdot \text{sinc}\left[\frac{B}{c} \left(r_B(\eta_c, x, y) - r_B(\eta_c, x_0, y_0) \right)\right] \\ &\quad \cdot \text{sinc}\left[\frac{f_c l_M (x - x_0)}{c \sqrt{(v_M \eta_c - x)^2 + y^2 + z_M^2}}\right] \\ &\quad \cdot \exp\left[\frac{j2\pi f_c}{c} \left(r_B(\eta_c, x, y) - r_B(\eta_c, x_0, y_0) \right)\right] \end{aligned} \quad (5)$$

3 基于椭圆极坐标的双基地 BP 算法

3.1 椭圆极坐标成像模型

图 2 为 OS-BiSAR 的椭圆极坐标模型.设合成孔径中心 A_c 的坐标为 $(v_M \eta_c, 0, z_M)$. $P(x, y)$ 为成像场景内任意网格点, r_M 和 r_S 分别为孔径中心 A_c 和固定平台 B 到网格 P 的斜距. r_{M0} 和 r_{S0} 分别为 A_c 和 B 到点目标 P_0 的斜距. r_{MS} 为 A_c 和 B 之间的距离.定义极距 ρ 为 η_c 时刻网格 P 到 A_c 和 B 的双程斜距,极角 θ 为 η_c 时刻 X 轴正方向到 r_M 的角度,即

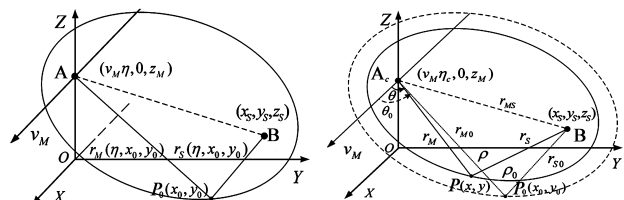


图1 一站固定式双基地SAR的成像几何

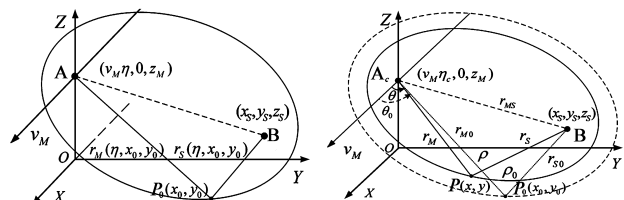


图2 一站固定式双基地SAR的椭圆极坐标模型

$$\begin{cases} \rho = r_M + r_S = r_M(\eta_c, x, y) + r_S(\eta_c, x, y) \\ \theta = \arccos((x - v_M \eta_c)/r_M), \theta \in [\pi/2 - \Theta/2, \pi/2 + \Theta/2] \end{cases} \quad (6)$$

其中波束角宽度为 Θ .则可以得到以下关系

$$\begin{cases} x = r_M \cos \theta + v_M \eta_c \\ y = \sqrt{(r_M \sin \theta)^2 - z_M^2} \end{cases} \quad (7)$$

因此, r_S 可表示为

$$r_S^2 = (x - x_S)^2 + (y - y_S)^2 + z_S^2 \quad (8)$$

定义 $e = r_{MS}/\rho$ 为图 2 中实线椭圆的离心率,利用式(7),式(8)可化简为

$$Ar_M^2 + Br_M + C = 0 \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} A = 4[(v_M \eta_c - x_S) \cos \theta + \rho]^2 - (y_S \sin \theta)^2 \\ B = -4(\rho^2(1 - e^2) + 2z_M(z_M - z_S)) \cdot ((v_M \eta_c - x_S) \cos \theta + \rho) \\ C = (\rho^2(1 - e^2) + 2z_M(z_M - z_S))^2 + 4(y_S z_M)^2 \end{cases} \quad (10)$$

解上述方程可得

$$r_M = (-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}) / (2A) \quad (11)$$

易知, r_M 和 r_S 均可表示为 (ρ, θ) 的函数. 同样, 可以定义点目标 P_0 对应的椭圆极坐标参数 ρ_0 和 θ_0

$$\begin{cases} \rho_0 = r_{M0} + r_{S0} = r_M(\eta_c, x_0, y_0) + r_S(\eta_c, x_0, y_0) \\ \theta_0 = \arccos((x_0 - v_M \eta_c) / r_{M0}) \end{cases} \quad (12)$$

3.2 基于椭圆极坐标的双基地 BP 算法

双基地 BP 成像处理中, 回波是以椭圆轨迹对成像场景进行后向投影, 则在椭圆极坐标中实现 BP 成像更有优势^[14]. 令 $\rho(\eta) = r_M(\eta, x, y) + r_S(\eta, x, y)$, $\rho_0(\eta) = r_M(\eta, x_0, y_0) + r_S(\eta, x_0, y_0)$, 则椭圆极坐标中双基地 BP 算法为

$$\begin{aligned} I(\rho, \theta, \eta_c) &= \frac{1}{T} \int_{\eta_c - T/2}^{\eta_c + T/2} s_{re}(\rho(\eta)/c, \eta) \\ &\quad \cdot \exp[j2\pi f_c \rho(\eta)/c] d\eta \\ &\approx \frac{\sigma_0}{T} \text{sinc}[B(\rho - \rho_0)/c] \int_{\eta_c - T/2}^{\eta_c + T/2} \\ &\quad w_a(\eta - \eta_c) \cdot \exp[j2\pi f_c (\rho(\eta) - \rho_0(\eta))/c] d\eta \end{aligned} \quad (13)$$

同样, 将式(13)中的积分项在 $\eta = \eta_c$ 处一阶泰勒展开, 并联合式(6)和式(12), 可得

$$\begin{aligned} I(\rho, \theta, \eta_c) &\approx \sigma_0 \cdot \text{sinc}[B(\rho - \rho_0)/c] \\ &\quad \cdot \text{sinc}[f_c l_M (\cos\theta - \cos\theta_0)/c] \\ &\quad \cdot \exp[j2\pi f_c (\rho - \rho_0)/c] \end{aligned} \quad (14)$$

3.3 不同坐标系中双基地 BP 算法比较

由式(5)和式(14)可分别计算直角坐标图像的方位分辨率和椭圆极坐标图像的极角分辨率, 即

$$\delta_x = (c \sqrt{(v_M \eta_c - x)^2 + y^2 + z_M^2}) / (f_c l_M) \quad (15)$$

$$\delta(\cos\theta) = c / (f_c l_M) \quad (16)$$

由式(15)和(16)可知, δ_x 与孔径长度成反比, 并与场景距离有关. 而 $\delta(\cos\theta)$ 仅与孔径长度成反比. 因此对较小孔径成像时, 可采用较大极角采样间隔的椭圆极坐标网格表示较低分辨率的图像, 且无图像信息损失.

下面利用仿真实验从频带角度分析采用椭圆极坐标的优势. 采用同一组回波数据, 分别在直角坐标系和椭圆极坐标系中对不同孔径长度 (L) 的回波数据进行 BP 成像, 并计算其二维频谱, 见图 3 和图 4. 由图 3 可知, 随着孔径长度的变小, 直角坐标图像的方位分辨率有所降低, 但方位维带宽变化不太明显. 而图 4 中, 随孔径长度的变小, 椭圆极坐标图像的极角分辨率也有所降低, 且极角维带宽明显变窄, 并与孔径长度成反比. 因此, 对较小孔径成像时, 采用较大极角采样间隔的网格来表示椭圆极坐标图像也能保证图像质量, 这能极大地减少算法的计算量.

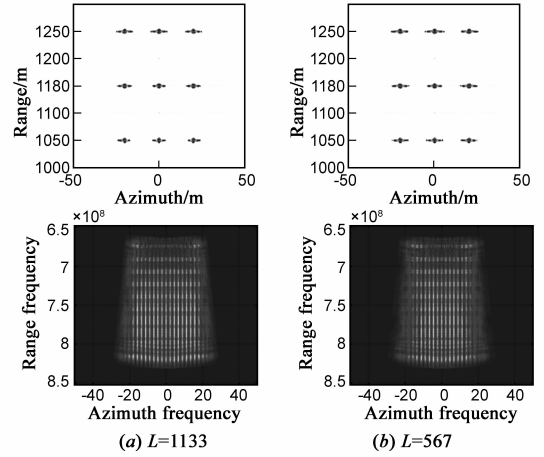


图3 直角坐标系下不同孔径长度的成像结果和二维频谱

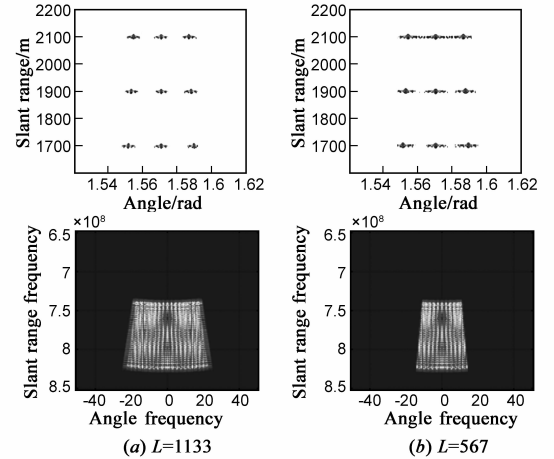


图4 椭圆极坐标系下不同孔径长度的成像结果和二维频谱

4 基于椭圆极坐标的双基地 FFBP 算法

4.1 子图像的采样间隔

子图像采样间隔的选取直接影响成像效率和质量. 下面从不同角度对子图像采样间隔进行推导.

4.1.1 由极角频域进行推导

图 5 为 OS-BISAR 的子孔径成像模型. 设第 n 个子孔径中心时刻为 η_n , $(v_M \eta_n, 0, z_M)$ 为子孔径中心 A_n 的坐标, l_{Mn} 为第 n 个子孔径长度. 其它参数的定义与图 2 中参数的定义类似. 由式(13)可得第 n 个子图像为

$$\begin{aligned} I_n(\rho_n, \theta_n, \eta_n) &\approx \frac{\sigma_0}{T} \cdot \text{sinc}[B(\rho_n - \rho_{n0})/c] \\ &\quad \cdot \int_{\eta_n - T_n/2}^{\eta_n + T_n/2} w_a(\eta - \eta_n) \exp[j2\pi f_c (\rho_n(\eta) - \rho_{n0}(\eta))/c] d\eta \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_n(\eta) - \rho_{n0}(\eta) &= \sqrt{r_{Mn}^2 + (v_M(\eta - \eta_n))^2 - 2r_{Mn}v_M(\eta - \eta_n)\cos\theta_n} \\ &\quad + r_{Sn} - \rho_{n0}(\eta) \end{aligned} \quad (18)$$

则子图像 $I_n(\rho_n, \theta_n, \eta_n)$ 关于 θ_n 的傅立叶变换为

$$I_{FTn}(\rho_n, k_{\theta_n}, \eta_n) = \int I_n(\rho_n, \theta_n, \eta_n) \cdot \exp(-j2\pi k_{\theta_n} \theta_n) d\theta_n \quad (19)$$

根据相位驻定原理,该积分值将由相位驻定点决定.而相位驻定点应满足

$$\frac{\partial(2\pi f_c(\rho_n(\eta) - \rho_n 0(\eta))/c - 2\pi k_{\theta_n} \theta_n)}{\partial \theta_n} = 0 \quad (20)$$

化简可得

$$k_{\theta_n} = \frac{f_c}{c} \frac{-r_{Mn} v_M (\eta - \eta_n) \sin \theta_n}{\sqrt{r_{Mn}^2 + (v_M (\eta - \eta_n))^2 - 2r_{Mn} v_M (\eta - \eta_n) \cos \theta_n}} = g(u) \cdot (-f_c v_M (\eta - \eta_n)) / c \quad (21)$$

其中 $u = v_M (\eta - \eta_n) / r_{Mn}$, $g(u) = \sin \theta_n / \sqrt{1 + u^2 - 2u \cos \theta_n}$, $\theta_n \in (0, \pi)$. 由文献[15]可知

$$\begin{cases} r_n(\eta, \rho_n, \theta_n) = \sqrt{r_{Mn}^2 + (v_M (\eta - \eta_n))^2 - 2r_{Mn} v_M (\eta - \eta_n) \cos \theta_n} + r_{Sn} \\ r_n(\eta, \rho_n, \pm \Delta \theta_n, \theta_n \pm \Delta \theta_n) = \sqrt{r_{Mn, \pm \Delta \theta_n}^2 + (v_M (\eta - \eta_n))^2 - 2r_{Mn, \pm \Delta \theta_n} v_M (\eta - \eta_n) \cos(\theta_n \pm \Delta \theta_n)} + r_{Sn, \pm \Delta \theta_n} \end{cases} \quad (24)$$

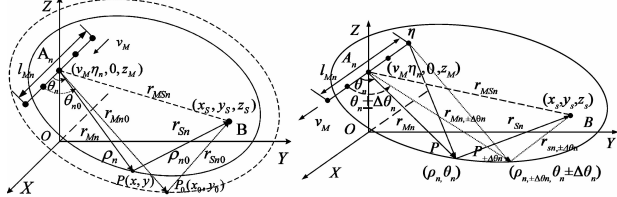


图5 一站固定式双基地SAR的子孔径成像模型

图6 两个相邻极角采样点的双程斜距之差

则采样点 P 和 $P_{\pm \Delta \theta_n}$ 的双程斜距之差为

$$\Delta r_n(\eta) = r_n(\eta, \rho_n, \pm \Delta \theta_n, \theta_n \pm \Delta \theta_n) - r_n(\eta, \rho_n, \theta_n) \quad (25)$$

将式(24)代入式(25),并在 $\eta = \eta_n$ 处一阶泰勒展开,可得

$$\begin{aligned} \Delta r_n(\eta) &\approx \rho_n, \pm \Delta \theta_n - \rho_n + \Delta(\cos \theta_n) v_M (\eta_n - \eta) \\ &\approx \mp \sin \theta_n \Delta \theta_n v_M (\eta_n - \eta) \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $\rho_n, \pm \Delta \theta_n = \rho_n \cdot \Delta(\cos \theta_n) = \cos(\theta_n \pm \Delta \theta_n) - \cos \theta_n$, 且当 $\Delta \theta_n \rightarrow 0$ 时, $\Delta(\cos \theta_n) \approx \mp \Delta \theta_n \sin \theta_n$. 则

$$\begin{aligned} |\Delta r_n(\eta)| &\approx |\mp \Delta \theta_n \sin \theta_n v_M (\eta_n - \eta)| \leq \Delta \theta_n v_M |\eta_n - \eta| \\ &\leq (\Delta \theta_n v_M T_n) / 2 = (l_{Mn} \Delta \theta_n) / 2 \end{aligned} \quad (27)$$

由文献[13]知,双程斜距之差需满足 $|\Delta r_n(\eta)| \leq \lambda_c / 2$, 则第 n 个子图像的极角采样间隔为

$$|\Delta \theta_n| \leq \lambda_c / l_{Mn} \quad (28)$$

由式(23)和式(28)知,不同角度所推导的子图像极角采样间隔是相同的,且与子孔径长度成反比.此外,子图像的极距采样间隔需要满足 Nyquist 采样定律,即

$$|\Delta \rho_n| \leq c / B \quad (29)$$

4.2 算法实现

OS-BiSAR 的 FFBP 算法也包括三个步骤,即第一级子孔径划分与初始子图像生成、中间级子孔径合并与

$0 \leq g(u) \leq 1$, 则可以得到 $0 \leq k_{\theta_n} \leq (f_c v_M |\eta - \eta_n|) / c$, 从而 I_{FTn} 的有效带宽 $B(k_{\theta_n}) \leq (f_c v_M |\eta - \eta_n|) / c$. 因此,第 n 个子图像的极角采样间隔 $|\Delta \theta_n|$ 应满足

$$\begin{aligned} 1/|\Delta \theta_n| &= f_{\theta_n} \geq (2f_c (l_{Mn}/2)) / c \\ &\geq (2f_c v_M |\eta - \eta_n|) / c \geq 2B(k_{\theta_n}) \end{aligned} \quad (22)$$

假设 λ_c 为载波波长,由式(22)可得

$$|\Delta \theta_n| \leq c / f_c l_{Mn} = \lambda_c / l_{Mn} \quad (23)$$

4.1.2 由斜距误差进行推导

为获得子图像的极角维采样间隔,需考虑相邻极角采样点之间的双程斜距之差,如图6所示.假设 $P(\rho_n, \theta_n)$ 和 $P_{\pm \Delta \theta_n}(\rho_n, \pm \Delta \theta_n, \theta_n \pm \Delta \theta_n)$ 为第 n 个子图像内两个相邻的极角采样点, r_{Mn} 、 r_{Sn} 、 $r_{Mn, \pm \Delta \theta_n}$ 和 $r_{Sn, \pm \Delta \theta_n}$ 分别为采样点 P 和 $P_{\pm \Delta \theta_n}$ 对应的参数.因此, η 时刻采样点 P 和 $P_{\pm \Delta \theta_n}$ 对应的双程斜距分别为

新子图像生成和最后级全孔径 SAR 图像生成.假设运动雷达有 L 个实孔径位置,FFBP 算法经 M 次合并后形成全孔径,即 $L = \prod_{m=1}^M F_m$. 其中 F_m 为第 m 次合并的子孔径数目.图7给出了本文 FFBP 算法的实现流程.

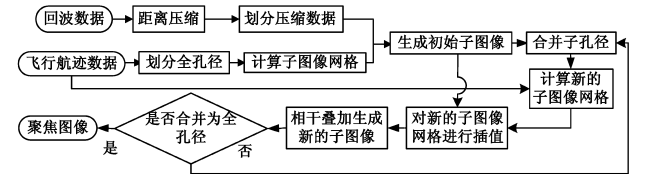


图7 本文FFBP算法的实现流程图

第一级,首先将全孔径划分为 L/F_1 个子孔径,然后根据采样间隔生成极坐标网格,最后将各子孔径的回波数据后向投影到极坐标网格上生成第一级子图像.将式(14)中的 ρ 、 θ 、 ρ_0 、 θ_0 、 η_c 和 l_M 分别改写为 $\rho_n^{(1)}$ 、 $\theta_n^{(1)}$ 、 $\rho_{n0}^{(1)}$ 、 $\theta_{n0}^{(1)}$ 、 $\eta_n^{(1)}$ 和 $l_{Mn}^{(1)}$, 则第一级第 n 个子孔径对应的子图像为

$$\begin{aligned} I_n^{(1)}(\rho_n^{(1)}, \theta_n^{(1)}, \eta_n^{(1)}) &\approx \sigma_0 \cdot \text{sinc}[B(\rho_n^{(1)} - \rho_{n0}^{(1)}) / c] \\ &\quad \cdot \text{sinc}[f_c l_{Mn}^{(1)} (\cos \theta_n^{(1)} - \cos \theta_{n0}^{(1)}) / c] \\ &\quad \cdot \exp[j2\pi f_c (\rho_n^{(1)} - \rho_{n0}^{(1)}) / c] \end{aligned} \quad (30)$$

第 m ($1 < m < M$) 级(中间级),首先生成第 m 级较高分辨率的极坐标网格,然后将 F_m 个第 $m-1$ 级较低分辨率的子图像插值到该网格上,最后将这 F_m 个子图像相干叠加生成第 m 级较高分辨率的子图像.因此,生成第 m 级子图像的表达式为

$$\begin{aligned} I_q^{(m)}(\rho_q^{(m)}, \theta_q^{(m)}, \eta_q^{(m)}) \\ = \sum_{p=1+(q-1)F_m}^{qF_m} I_p^{(m-1)}(\rho_p^{(m-1)}, \theta_p^{(m-1)}, \eta_p^{(m-1)}) \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $I_q^{(m)}$ 为第 m 级第 q 个子图像, $I_p^{(m-1)}$ 为第 $m-1$ 级第 p 个子图像. $\eta_q^{(m)}$ 和 $\eta_p^{(m-1)}$ 分别为对应的子孔径中心

时刻, $(\rho_q^{(m)}, \theta_q^{(m)})$ 和 $(\rho_p^{(m-1)}, \theta_p^{(m-1)})$ 分别为对应的椭圆极坐标. 则 $(\rho_q^{(m)}, \theta_q^{(m)})$ 和 $(\rho_p^{(m-1)}, \theta_p^{(m-1)})$ 之间的关系

$$\begin{cases} \eta_q^{(m)} = \left(\sum_{p=1+(q-1)F_m}^{qF_m} \eta_p^{(m-1)} \right) / F_m \\ \theta_p^{(m-1)} = \arccos[(r_M^{(m)} \cos \theta_q^{(m)} + v_M \eta_q^{(m)} - v_M \eta_p^{(m-1)}) / r_M^{(m-1)}] \\ \rho_p^{(m-1)} = \sqrt{(r_M^{(m)})^2 + (v_M(\eta_p^{(m-1)} - \eta_q^{(m)}))^2 - 2r_M^{(m)}v_M(\eta_p^{(m-1)} - \eta_q^{(m)})\cos\theta_q^{(m)} + r_S^{(m)}} \end{cases} \quad (32)$$

由于二维线性插值的效率较高, 所以本文算法采用二维线性插值. 由于子图像极角维信号是低通的, 则采用低通线性插值; 但是发射信号是带通信号, 则子图像极距维信号也是带通的, 所以需采用带通线性插值. 则式(30)和式(31)需改写为

$$\begin{aligned} I_n^{(1)}(\rho_n^{(1)}, \theta_n^{(1)}, \eta_n^{(1)}) &= \sigma_0 \cdot \text{sinc}[B(\rho_n^{(1)} - \rho_{n0}^{(1)})/c] \\ &\quad \cdot \text{sinc}[f_c L_{Mn}^{(1)}(\cos \theta_n^{(1)} - \cos \theta_{n0}^{(1)})/c] \\ &\quad \cdot \exp[-j2\pi f_c \rho_{n0}^{(1)}/c] \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} I_q^{(m)}(\rho_q^{(m)}, \theta_q^{(m)}, \eta_q^{(m)}) \\ = \left(\sum_{p=1+(q-1)F_m}^{qF_m} I_p^{(m-1)}(\rho_p^{(m-1)}, \theta_p^{(m-1)}, \eta_p^{(m-1)}) \right. \\ \left. \exp[j2\pi f_c \rho_p^{(m-1)}/c] \right) \cdot \exp[-j2\pi f_c \rho_q^{(m)}/c] \end{aligned} \quad (34)$$

最后一级, 第 $M-1$ 级所有的子孔径合并为全孔径, 从而在直角坐标中生成全孔径 SAR 图像. 则

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \sum_{p=1}^{F_M} I_p^{(M-1)}(\rho_p^{(M-1)}, \theta_p^{(M-1)}, \eta_p^{(M-1)}) \\ &\quad \cdot \exp[j2\pi f_c \rho_p^{(M-1)}/c] \end{aligned} \quad (35)$$

4.3 算法计算量

FFBP 算法的计算量主要包括计算网格坐标的计算量, 图像网格插值的计算量和子图像相干叠加的计算量. 设成像场景的大小为 $N_A \times N_R$ (方位向 \times 距离向), 方位向全孔径点数为 L . 为了简化, 假设每一级的分解因子为常数 l , 则 $L = l^M$. 在第一级中, 设子图像的大小为 $N_{\theta,1} \times N_{\rho,1}$ (极角维 \times 极距维), 因此所需计算量为

$$C_1 = LN_{\theta,1}N_{\rho,1}(\beta_{\text{grid}} + \beta_{1D_intp} + \beta_{\text{add}}) \quad (36)$$

其中, β_{grid} 为计算一个网格坐标的计算量, β_{1D_intp} 为一个网格一维插值的计算量, β_{add} 为两个网格像素值相加的计算量. 假设 $N_{\theta,m}$ 和 $N_{\rho,m}$ 分别为第 m 级子图像极角维与极距维的大小, 则第 m 级成像所需的计算量为

$$C_m = (L/l^m) l N_{\theta,m} N_{\rho,m} (\beta_{\text{grid}} + \beta_{2D_intp} + \beta_{\text{add}}) \quad (37)$$

其中 β_{2D_intp} 为一个网格二维插值的计算量. 由于最后一级 SAR 图像是在直角坐标系生成, 则计算量为

$$C_M = l N_A N_R (\beta_{\text{grid}} + \beta_{2D_intp} + \beta_{\text{add}}) \quad (38)$$

因此, FFBP 算法的总计算量为

$$\begin{aligned} C_{\text{FFBP}} &= C_1 + \sum_{m=2}^{M-1} C_m + C_M \\ &= LN_{\theta,1}N_{\rho,1}(\beta_{\text{grid}} + \beta_{1D_intp} + \beta_{\text{add}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left(\sum_{m=2}^{M-1} (L/l^{m-1}) N_{\theta,m} N_{\rho,m} + l N_A N_R \right) \\ &\cdot (\beta_{\text{grid}} + \beta_{2D_intp} + \beta_{\text{add}}) \end{aligned} \quad (39)$$

假设 $N_{\theta,m} \approx l^{m-1} N_{\theta,1}$, $N_{\rho,m} \approx N_{\rho,1} \approx N_R$ 和 $l N_{\theta,1} \approx l N_{\theta,M} \approx l N_A$, 则总的计算量可近似为

$$\begin{aligned} C_{\text{FFBP}} &\approx l N_A N_R (\beta_{\text{grid}} + \beta_{1D_intp} + \beta_{\text{add}}) \\ &+ (M-1) l N_A N_R (\beta_{\text{grid}} + \beta_{2D_intp} + \beta_{\text{add}}) \end{aligned} \quad (40)$$

同样, 可计算出原始 BP 算法的计算量

$$C_{\text{BP}} = l N_A N_R (\beta_{\text{grid}} + \beta_{1D_intp} + \beta_{\text{add}}) \quad (41)$$

相对于原始 BP 算法, FFBP 算法的提速因子为

$$\kappa_{\text{FFBP}} = \frac{C_{\text{BP}}}{C_{\text{FFBP}}} = \frac{L(\beta_{\text{grid}} + \beta_{1D_intp} + \beta_{\text{add}})}{l(\beta_{\text{grid}} + \beta_{1D_intp} + \beta_{\text{add}}) + (M-1)l(\beta_{\text{grid}} + \beta_{2D_intp} + \beta_{\text{add}})} \quad (42)$$

可知, 提速因子的值主要由因子 β_{grid} 、 β_{add} 、 β_{1D_intp} 和 β_{2D_intp} 决定. 由于 β_{add} 的值比较小, 一般可忽略不计. β_{grid} 的保守估计值为 $\beta_{\text{grid}} = 4$. β_{1D_intp} 和 β_{2D_intp} 的值是由所选的插值方法决定. 文献[13]给出了 β_{1D_intp} 和 β_{2D_intp} 的估计值, 即 $\beta_{1D_intp} = M_r/10$ 和 $\beta_{2D_intp} = M_r M_{\theta}/10$, 其中 M_r 和 M_{θ} 分别为插值过程中极距维和极角维所需的周边采样点的个数. 提速因子的对数见图 8. 其中, $l = 2$, $\beta_{\text{grid}} = 4$, $\beta_{\text{add}} = 2$, $\beta_{1D_intp} = 10$ 和 $\beta_{2D_intp} = 20$. 由图 8 可知, 提速因子的对数几乎与 $\log_2 L$ 成正比. 与原始 BP 算法相比, 本文 FFBP 算法能极大地提高成像效率. 而且随着成像场景的增大, 提速因子也随之增大.

5 仿真实验

为了对比分析本文 FFBP 算法与 BP 算法对低频 UWB OS-BISAR 成像处理的性能, 本节进行了仿真实验. 仿真参数如表 1 所示. 点目标分布见图 9. 在 $300\text{m} \times 300\text{m}$ (距离向 \times 方位向) 的场景内放置了 9 个点目标, 依次编号为 A ~ I, 排成 3 行 3 列, 点目标 E 位于场景中心 (0m, 1150m, 0m) 处, 点目标的距离向和方位向间距均为 100m. 运动平台沿 X 轴正方向飞行, 高度为 100m, 速度为 45m/s, 固定平台位于 (0m, 400m, 10m).

表 1 SAR 系统仿真参数

参数	中心频率	带宽	采样率	脉宽	PRF	波束宽度
值	750MHz	200MHz	240MHz	1 μ s	300Hz	10.2°

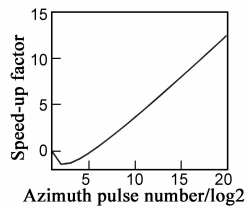


图8 FFBP算法的提速因子

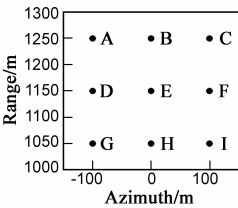


图9 点目标分布图

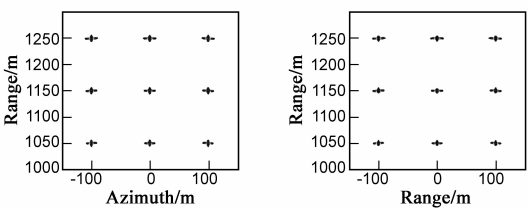
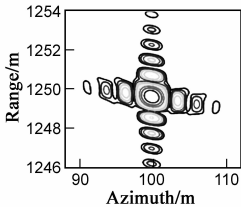
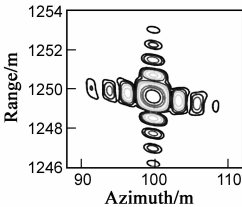


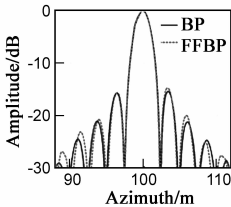
图10 一站固定式双基地低频UWB SAR的成像结果



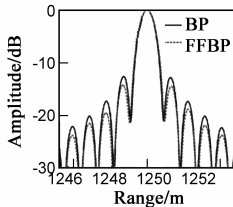
(a) BP算法



(b) 本文FFBP算法

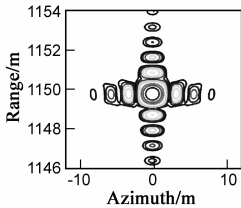


(c) 方位剖面比较

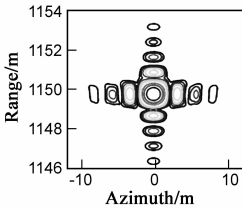


(d) 距离剖面比较

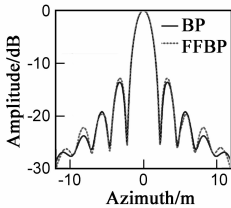
图11 点目标C的成像结果轮廓图和幅度剖面图



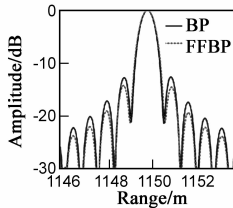
(a) BP算法



(b) 本文FFBP算法

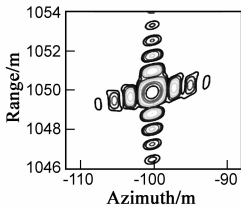


(c) 方位剖面比较

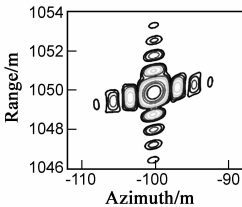


(d) 距离剖面比较

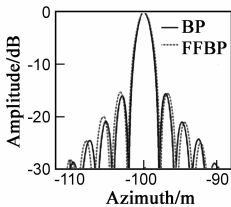
图12 点目标E的成像结果轮廓图和幅度剖面图



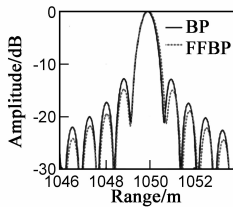
(a) BP算法



(b) 本文FFBP算法



(c) 方位剖面比较



(d) 距离剖面比较

图13 点目标G的成像结果轮廓图和幅度剖面图

图 10 为 BP 算法和本文 FFBP 算法的成像结果. 为了真实反映点目标的聚焦性能, 未采取任何旁瓣抑制措施. 图 11 ~ 图 13 分别为点目标 C、E 和 G 的成像结果轮廓图和幅度剖面图. 由图 11 ~ 图 13 可知, 所有点目标均实现了良好的聚焦, 而且由 FFBP 算法获得的点目标的聚焦性能与 BP 算法非常相似.

为定量评估点目标的聚焦性能, 分别计算了点目标 C、E 和 G 的二维分辨率、峰值旁瓣比和积分旁瓣比, 计算结果见表 2. 由表 2 可知, 两种算法的各项测量参数相差很小, 且均接近理论值.

为验证本文算法的成像效率, 在相同条件下对两种算法的成像时间进行测量. BP 算法的成像时间约为 213.1s, 而本文 FFBP 算法的成像时间约为 27.7s, 则提

速因子约为 7.6, 与图 8 中的理论值相符合.

表 2 点目标聚焦性能测量参数

算法	测量参数	点目标 C	点目标 E	点目标 G
BP 算法	分辨率	0.670	0.667	0.672
	(m)			
	方位向	1.927	1.979	1.856
	峰值旁瓣	-12.65	-12.63	-12.81
	比(dB)	-14.42	-13.69	-14.65
	积分旁瓣	-9.99	-9.97	-10.10
本文 FFBP 算法	分辨率	0.678	0.673	0.681
	(m)			
	方位向	1.961	2.006	1.881
	峰值旁瓣	-14.25	-14.27	-14.81
	比(dB)	-14.75	-14.75	-14.35
	积分旁瓣	-11.88	-12.22	-12.31
	比(dB)	-12.59	-11.75	-12.80

6 结论

针对 BP 算法的高计算量,本文提出了一种基于椭圆极坐标的一站固定式双基地低频 UWB SAR FFBP 算法.首先建立 OS-BiSAR 的成像几何,分别推导了不同坐标系下 BP 算法的解析表达式,并讨论了 OS-BiSAR FFBP 算法中采用椭圆极坐标的优势,为研究双基地 FFBP 算法奠定了基础.然后分别从频带和斜距误差两个角度推导了子图像的采样间隔,并获得相同的结论.最后论了该算法的实现过程和计算量.该方法在保持高精度成像的情况下能极大地提高成像效率.

参考文献

- [1] Rasmusson J R, Blom M, Flood B, et al. Bistatic VHF and UHF SAR for urban environments [A]. Proceeding of SPIE 6547, Radar Sensor Technology XI [C]. Orlando, Florida, USA: SPIE, 2007. 1 – 12.
- [2] Ulander L M H, Barmettler A, Flood B, et al. Signal-to-clutter ratio enhancement in bistatic VHF-band SAR images of truck vehicles in forested and urban terrain [J]. IEE Proceedings on Radar, Sonar and Navigation, 2010, 4(3): 438 – 448.
- [3] 安道祥, 黄晓涛, 周智敏. 结合 MWD 算法的低频 UWB SAR 运动补偿 [J]. 电子学报, 2010, 38(12): 2839 – 2845.
An Daoxiang, Huang Xiaotao, Zhou Zhimin. Motion compensation for low frequency UWB SAR based on the modified wavenumber domain algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(12): 2839 – 2845. (in Chinese)
- [4] 安道祥, 黄晓涛, 周智敏. 一种小型机载低频 UWB SAR 的三级运动补偿方法 [J]. 电子学报, 2011, 39(12): 2776 – 2783.
An Daoxiang, Huang Xiaotao, Zhou Zhimin. A three-stage motion compensation method for small size airborne low frequency UWB SAR [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(12): 2776 – 2783. (in Chinese)
- [5] Yew L N, Wong F H, Cumming I G. Processing of azimuth invariant bistatic SAR data using the range doppler algorithm [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2008, 46(1): 14 – 21.
- [6] Shin H, Lim J. Omega-k algorithm for airborne spatial invariant bistatic spotlight SAR imaging [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(1): 238 – 250.
- [7] Wang R, Loffeld O, Nies H, et al. Chirp scaling algorithm for bistatic SAR data in the constant offset configuration [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(3): 952 – 964.
- [8] An D X, Huang X T, Jin T, et al. Extended two – step focusing approach for squinted spotlight SAR imaging [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50 (7): 2889 – 2900.
- [9] Wong F H, Cumming I G, Yew L N. Focusing bistatic SAR data using the nonlinear chirp scaling algorithm [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2008, 46(9): 2493 – 2505.
- [10] Ulander L M H, Hellsten H, Stenström G. Synthetic-aperture radar processing using fast factorized backprojecting [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39 (3): 760 – 776.
- [11] Ulander L M H, Fröling P O, Gustavsson A, et al. Fast factorized back-projection for bistatic SAR processing [A]. Proceeding of EUSAR' 10 [C]. Aachen, Germany: IEEE, 2010. 1002 – 1005.
- [12] Vu V T, Sjögren T K, Pettersson M I. Fast factorized back-projection algorithm for UWB SAR image reconstruction [A]. Proceeding of IGARSS' 08 [C]. Vancouver, Canada: IEEE, 2011. 4237 – 4240.
- [13] Rodriguez-Cassola M, Prats P, Krieger G, et al. Efficient time-domain Image formation with precise topography accommodation for general bistatic SAR configurations [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(4): 2949 – 2966.
- [14] Xie H T, Chen L P, An D X, et al. Back-projection algorithm based on elliptical polar coordinate for low frequency ultra wide band one stationary bistatic SAR imaging [A]. Proceeding of ICSP' 12 [C]. Beijing, China: IEEE, 2012. 1984 – 1988.
- [15] Xie H T, An D X, et al. A novel time-domain imaging approach for one-stationary bistatic low frequency ultra wide band SAR based on elliptical polar coordinate [A]. Proceeding of IRS' 13 [C]. Dresden, Germany: IEEE, 2013. 479 – 484.

作者简介



谢洪途 男, 1986 年出生于湖南邵阳. 现为国防科技大学电子科学与工程学院信息与通信工程专业博士研究生. 研究方向为双站低频超宽带 SAR 成像技术.
E-mail: hongtuxie@aliyun.com

安道祥 男, 1982 年出生于吉林东丰. 现为国防科技大学电子科学与工程学院讲师. 研究方向为合成孔径雷达信号处理技术.
E-mail: daoxiangnan@nudt.edu.cn

黄晓涛 男, 1972 年出生于湖北武汉. 现为国防科技大学电子科学与工程学院教授, 博士生导师. 研究方向为阵列信号处理、现代谱估计等.

周智敏 男, 1957 年出生于河北. 现为国防科技大学电子科学与工程学院教授, 博士生导师. 研究方向为超宽带 SAR 信号处理、高速信号实时处理等.