

基于 TDOA 与 GROA 的信号源被动定位 偏差消除技术

郝本建, 李 赞, 万鹏武, 司江勃, 齐佩汉, 关 磊

(西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 本文针对 Ho 提出的基于 TDOA(Time Difference of Arrival)与 GROA(Gain Ratio of Arrival)信号源定位的代数闭式解,提出两种偏差消减方法.首先对其闭式解偏差进行了推导,然后给出 BiasRed 法与 BiasSub 法两种偏差消减算法,BiasSub 法从 Ho 给出的解中直接减去期望偏差,BiasRed 法通过分析误差表达方程并引入二次约束来提升定位估计精度;分析表明两种方法均可针对远距离信号源,在较小高斯误差情况下有效消减定位偏差,BiasRed 法可将偏差降低到最大似然估计算法的水平;计算机仿真分析验证了所提算法的性能.

关键词: 信号源定位; 到达时间差; 到达增益比; 偏差消减

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2014)03-0477-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.03.009

Bias Reduction for Passive Source Localization Based on TDOA and GROA

HAO Ben-jian, LI Zan, WAN Peng-wu, SI Jiang-bo, QI Pei-han, GUAN Lei

(State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: We proposed two methods to reduce the bias of the well-known algebraic closed-form solution for source localization proposed by Ho using both TDOA(Time Difference of Arrival) and GROA(Gain Ratio of Arrival). The paper starts by deriving the bias of the source location estimate from Ho's solution. Two methods, called BiasSub and BiasRed, are developed to reduce the bias. The BiasSub method directly subtracts the expected bias from the solution of Ho. The BiasRed method augments the equation error formulation and imposes a constraint to improve the source location estimate. Analysis shows that both methods reduce the bias considerably for distant source when the noise is Gaussian and small. The BiasRed method is able to lower the bias to the same level as the maximum likelihood estimator. Simulations corroborate the performance of the proposed methods.

Key words: source localization; time difference of arrival (TDOA); gain ratio of arrival (GROA); bias reduction

1 引言

信号源定位是雷达、声纳、传感网以及无线通信等很多应用领域的重要研究问题^[1~7].基于传感器阵列的信号源定位技术,采用空间分布的传感器节点来测量信号源发射信号的直射或反射信号来定位,通过信号测量来捕获定位参数信息如到达时间(TOA)或到达时间差(TDOA),然后通过这些信息推导出信号源位置,本文在此考虑间接法中基于 TDOA 与到达增益比(GROA)的联合定位方法.

信号源定位法复杂度较低但难度较大,难度主要来自定位参数与未知量之间的高非线性关系,解决非线性的一种方法是在定位过程中采用迭代^[8],另外一种解决非线性的方法是采用代数闭式解,代数闭式解更有吸引力是因为它不是迭代算法,因此避免了局部收敛的问题^[9].测量信息给出了明确的约束最小二乘解,当测量误差为统计独立分布时最小二乘最小化可得到较好的定位结果,但当误差相关时定位性能恶化;针对误差相关的情况,文献[1]通过非线性转换给出了闭式解,在高斯噪声环境下,当信噪比适当高时,无论是理论推导还

收稿日期:2012-10-11;修回日期:2013-06-28;责任编辑:梅志强

基金项目:国家自然科学基金(No.61072070);教育部博士学科点基金(No.20110203110011);教育部基础科研业务费(No.72124338);ISN 国家重点实验室自主课题(No.ISN1101002);高等学校学科创新引智计划(No.B08038);陕西省自然科学基金重点项目(No.2012JZ8002)

是仿真分析,文献[1]给的解均可以达到克拉美罗下界(CRLB)的精度,特别是信号源距离较远时,该闭式解已应用到各领域并常常作为定位算法研究的性能对比基准^[10].

文献[1]中给出的原始闭式解对比 MLE 方法偏差较大,此偏差是由加权最小均方(WLS)运算中回归量以及回归附属量之间的误差相关性引起的,当信噪比较高或定位几何分布较好时,定位均方误差主要是方差,偏差很小,但是当定位几何分布较差并信噪比较低时,便不是这种情况了;此外,当今很多应用比如超宽带(UWB)通信允许在相对较短的时间周期内进行多个独立的 TDOA 测量与 GROA 测量,并且多个结果可一起作平均提升定位精度^[10],但平均仅可以降低方差,无法降低偏差;在跟踪情况下,不同瞬间的测量需要连贯整合,偏差的存在是个众所周知的难题^[11].因此,定位偏差会限制在几何分布较差或当今定位和跟踪应用中的性能.

为消除文献[2]中基于 TDOA 进行定位求解偏差问题,文献[12]在进行 WLS 最小化求解时对未知量进行了约束并需要多次搜索.文献[10]采用加权总体最小二乘(WTLS)技术来解决回归量与回归从属变量之间的误差相关性,虽然该方法减小了偏差,但估计方差比原始解更大;文献[13]也使用 TLS 技术进行 TDOA 定位,文献[14]使用 TLS 技术进行了 TDOA 以及 FDOA 定位.

本文目标是解决文献[1]中基于 TDOA 与 GROA 定位的偏差过大问题,我们首先推导文献[1]中闭式解的偏差,并给出减小偏差的两种方法.第一种方法记为 BiasSub 法,采用经典方法在文献[1]的解中减去期望偏差,BiasSub 法有效,但它需要精确已知 TDOA 与 GROA 误差强度信息,这在实际应用中很难得知;第二种方法记为 BiasRed 法,创建基于 TDOA 与 GROA 的定位求解增广方程,并引入二次约束以减小偏差,BiasRed 方法的解仍是代数闭式解,不像 BiasSub 方法,它不需要知道误差强度等信息,更为重要的是,BiasRed 方法理论上针对较远信号源,在高斯误差较小的情况下,所得解的均方误差可到达 CRLB 精度,并且位置偏差非常接近 MLE 方法的偏差.

2 闭式解及偏差分析

本文所采用定位场景是基于 M 个感知节点所组成的传感器网络面向固定待定位信号源的三维(3D)立体定位,感知节点真实坐标用 $s_i = [x_{s,i}, y_{s,i}, z_{s,i}]^T$ 表示, $s = [s_1^T, s_2^T, \dots, s_M^T]^T$, 待定位信号源的真实位置坐标用 $u^o = [x_u^o, y_u^o, z_u^o]^T$ 表示,定位场景沿用文献[1]所采用的经典定位场景模型.所做研究基于以下假设条件:被定位目标位置均固定不变;TDOA 测量与 GROA 测量之间

相互独立,误差之间相互独立;被定位信号与噪声之间相互独立,不同感知节点接收噪声之间相互独立,被定位信号与噪声均为零均值的高斯随机过程;加性高斯白噪声信道传播衰落系数用 n 表示,同一信号传输过程不存在多径效应及干扰问题.

2.1 TDOA 及 GROA 含义

2.1.1 TDOA 含义

我们将信号到达不同节点 $s_i, i = 2, 3, \dots, M$ 相对于到达参考节点 s_1 的相对时间延迟定义为信号到达时间差(TDOA),其测量值用 r_{i1} 来表示:

$$r_{i1} = r_{i1}^o + \Delta r_{i1} \quad (1)$$

其中 r_{i1}^o 为 TDOA 的真实值,表示为:

$$r_{i1}^o = \|u^o - s_i\| - \|u^o - s_1\| \quad (2)$$

Δr_{i1} 为 TDOA 的加性测量误差, $\| \cdot \|$ 表示欧几里得范数计算.注意式(2)实际是到达距离差(RDOA),是 TDOA 与信号传播速度 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 的乘积,本文中使用的 RDOA 与 TDOA 时不进行区分.

TDOA 测量矢量为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^o + \Delta \mathbf{r} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{r} = [r_{21}, r_{31}, \dots, r_{M1}]^T$, $\mathbf{r}^o = [r_{21}^o, r_{31}^o, \dots, r_{M1}^o]^T$, $\Delta \mathbf{r} = [\Delta r_{21}, \Delta r_{31}, \dots, \Delta r_{M1}]^T$ 为 TDOA 零均值高斯误差矢量,其协方差矩阵为 \mathbf{Q}_r , $\mathbf{Q}_r = c^2 \nabla_r^{-1}$, 其中 ∇_r 为 \mathbf{r} 的梯度矩阵,由文献[1]可知:

$$\nabla_r = \frac{T}{3\pi} \omega^3 \frac{\text{SNR}^2}{1 + M \cdot \text{SNR}} (M \cdot \mathbf{I}_{M-1} - \mathbf{1}_{M-1} \mathbf{1}_{M-1}^T) \quad (4)$$

其中, \mathbf{I}_M 为 M 阶单位矩阵, T 为信号观测时间, ω 为信号源发射信号带宽, SNR 为接收信号的信噪比, $\mathbf{1}_{M-1} = [1, 1, \dots, 1]^T_{M-1}$.

2.1.2 GROA 含义

我们将信号到达不同节点 $s_i, i = 2, 3, \dots, M$ 相对于到达参考节点 s_1 的相对强度比定义为信号到达增益比(GROA),其测量值用 g_{i1} 来表示:

$$g_{i1} = g_{i1}^o + \Delta g_{i1} \quad (5)$$

其中 g_{i1}^o 为 GROA 真实值,表示为:

$$g_{i1}^o = \|u^o - s_i\| / \|u^o - s_1\| \quad (6)$$

Δg_{i1} 为 GROA 的加性测量误差.则 GROA 测量矢量为:

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}^o + \Delta \mathbf{g} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{g} = [g_{21}, g_{31}, \dots, g_{M1}]^T$, $\mathbf{g}^o = [g_{21}^o, g_{31}^o, \dots, g_{M1}^o]^T$, $\Delta \mathbf{g} = [\Delta g_{21}, \Delta g_{31}, \dots, \Delta g_{M1}]^T$ 为 GROA 零均值高斯误差矢量,其协方差矩阵为 \mathbf{Q}_g , $\mathbf{Q}_g = \nabla_g^{-1}$, 其中 ∇_g 为 \mathbf{g} 的梯度矩阵,由文献[1]可知:

$$\nabla_g = \frac{T}{\pi} \omega \frac{\text{SNR}^2}{1 + M \cdot \text{SNR}} (M \cdot \mathbf{I}_{M-1} + \frac{1 - M \cdot \text{SNR}}{1 + M \cdot \text{SNR}} \mathbf{1}_{M-1} \mathbf{1}_{M-1}^T) \quad (8)$$

2.2 原始代数闭式解

文献[1]中的原始代数闭式解要求 $M \geq N + 2$, 其中 N 为定位维数. 定位过程需要分三步完成, 本文总结如下, 推导具体细节参考文献[1].

步骤 1 初始定位估计

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_1 \quad (9)$$

其中 $\boldsymbol{\varphi}_1 = [\mathbf{u}^T, r_1]^T$,

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{D}_1^{o-T} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{Q}_g \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{D}_1^{o-1}, \mathbf{D}_1^{o-T} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^{o-1} & \mathbf{O} \\ \frac{1}{r_1^o} \mathbf{B}_1^{o-1} & -\frac{1}{r_1^o} \mathbf{I} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} -2(s_2 - s_1)^T & -2r_{21} \\ \vdots & \vdots \\ -2(s_M - s_1)^T & -2r_{M1} \\ \mathbf{O}^T & g_{21} - 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{O}^T & g_{M1}^{-1} \end{bmatrix}, \mathbf{h}_1 = \begin{bmatrix} r_{21}^2 - s_2^T s_2 + s_1^T s_1 \\ \vdots \\ r_{M1}^2 - s_M^T s_M + s_1^T s_1 \\ r_{21} \\ \vdots \\ r_{M1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_1^o = 2\text{diag}\{[r_2^o, r_3^o, \dots, r_M^o]\} \quad (11)$$

则:

$$\mathbf{W}_1^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^o \mathbf{Q}_r \mathbf{B}_1^{oT} & \mathbf{B}_1^o \mathbf{Q}_r \\ \mathbf{Q}_r \mathbf{B}_1^{oT} & \mathbf{Q}_r + r_1^{o2} \mathbf{Q}_g \end{bmatrix} \quad (12)$$

因为 \mathbf{B}_1^o 中包含了信号源的真实位置信息, 但此信息为未知待估计值, 可通过对 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 进行初始估计得到 $\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1$, 则 \mathbf{B}_1^o 的第 i 个对角元素可近似为

$$\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}_1(1:N) - \mathbf{s}_{i+1}\|.$$

步骤 2 定位结果优化

$$\boldsymbol{\varphi}_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2 \quad (13)$$

其中 $\boldsymbol{\varphi}_2 = (\mathbf{u} - \mathbf{s}_1) \odot (\mathbf{u} - \mathbf{s}_1)$,

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N \times N} \\ \mathbf{1}_{N \times 1}^T \end{bmatrix}, \mathbf{h}_2 = \left(\boldsymbol{\varphi}_1 - \begin{bmatrix} s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \odot \left(\boldsymbol{\varphi}_1 - \begin{bmatrix} s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (14)$$

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{B}_2^{-T} (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1) \mathbf{B}_2^{-1}, \mathbf{B}_2 = 2\text{diag}\{\boldsymbol{\varphi}_1 - [s_1^T, 0]^T\} \quad (15)$$

在此 \odot 表示元素互乘运算符.

步骤 3 最终结果映射

最终定位结果为:

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} \sqrt{\boldsymbol{\varphi}_2} + \mathbf{s}_1 \quad (16)$$

其中: $\mathbf{U} = \text{diag}\{\text{sign}(\boldsymbol{\varphi}_1(1:N) - \mathbf{s}_1)\}$

3 闭式解偏差消减算法

定位偏差的分析最高可到测量误差的二阶统计量, 这需要假设误差强度不是很大, 因此高于二阶的误差项可忽略不计, 同时需要假设信号源距离感知节点不是很近, 以确保 \mathbf{B}_1 对误差不敏感使得可以在求解过

程可近似 \mathbf{B}_1 , 得到定位偏差后, 最直接也是最简单的一种消减偏差方法便是直接从闭式解中减去近似偏差, 此方法称为偏差减除法 (BiasSub), 但该方法需要确切可知 TDOA 误差协方差矩阵 \mathbf{Q}_r 以及 GROA 误差协方差矩阵 \mathbf{Q}_g , 通常情况下, 只有 \mathbf{Q}_r 与 \mathbf{Q}_g 的结构可知, 但确切取值无法得到, 因此偏差减除法并不实用. 另一种方法可通过较好途径得到第一步的解 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 来消减偏差, 这种方法我们称为偏差缩减法 (BiasRed), BiasRed 法对比 BiasSub 法, 不需要确切知道 \mathbf{Q}_r 与 \mathbf{Q}_g 的内部取值, 只需要知道 \mathbf{Q}_r 与 \mathbf{Q}_g 的结构, 下面给出基于 TDOA 与 GROA 进行信号源定位 BiasRed 法的具体推导过程:

在式(1)两侧同时加上 $r_1^o \|\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_1\|$ 得到 $r_{i1} + r_1^o = r_i^o + \Delta r_{i1}$, 两边平方忽略误差二阶项 Δr_{i1}^2 得到:

$$2r_i^o \Delta r_{i1} \simeq r_{i1}^2 - \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i + \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 + 2(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_1)^T \mathbf{u}^o + 2r_{i1} r_1^o$$

同样, 对于 GROA, 可得到:

$$\Delta r_{i1} - r_1^o \Delta g_{i1} \simeq r_{i1} - (g_{i1} - 1) r_1^o$$

将 $i = 2, 3, \dots, M$ 时所有情况放在一起得到:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} - r_1^o \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix} = \mathbf{h}_1 - \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\varphi}_1^o \quad (17)$$

其中 \mathbf{B}_1 定义如式(11)所示, \mathbf{h}_1 与 \mathbf{G}_1 定义如式(10)所示, $\boldsymbol{\varphi}_1^o$ 是 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 的真实值. 对下式进行最小化处理将得到原始代数闭式解步骤 1 估计结果, 如式(9)所示:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{h}_1 - \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\varphi}_1)^T \mathbf{W}_1 (\mathbf{h}_1 - \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\varphi}_1)$$

BiasRed 法引入增广矩阵 \mathbf{A} 以及矢量 \mathbf{v} :

$$\mathbf{A} = [-\mathbf{G}_1, \mathbf{h}_1], \mathbf{v}^o = [\boldsymbol{\varphi}_1^{oT}, 1]^T \quad (18)$$

则式(17)可表示为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} - r_1^o \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{v}^o \quad (19)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ 可表示为:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{v}^T \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A} \mathbf{v} \quad (20)$$

因 \mathbf{A} 中含有测量误差, 则可表示为:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^o + \Delta \mathbf{A} \quad (21)$$

从 \mathbf{A} 中减去 \mathbf{h}_1 与 \mathbf{G}_1 的真实值并忽略 \mathbf{h}_1 的二阶误差项得到 $\Delta \mathbf{A}$ 为:

$$\Delta \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\Delta \mathbf{r} & \tilde{\mathbf{B}}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \Delta \mathbf{g} & \Delta \mathbf{r} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中, $\tilde{\mathbf{B}}_1 = 2\text{diag}\{[r_{21}^o, r_{31}^o, \dots, r_{M1}^o]\}$

将式(21)代入式(20)得到待最小化的代价函数为:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{v}^T \mathbf{A}^{oT} \mathbf{W}_1 \mathbf{A}^o \mathbf{v} + \mathbf{v}^T \Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A} \mathbf{v} + 2\mathbf{v}^T \Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}^o \mathbf{v} \quad (23)$$

上式中 $\mathbf{v}^T \mathbf{A}^{oT} \mathbf{W}_1 \mathbf{A}^o \mathbf{v}$ 为理想代价函数, 当 $\mathbf{v} = \mathbf{v}^o$ 时取最小值 0; 误差成分 $\Delta \mathbf{A}$ 导致了代价函数 $\boldsymbol{\varepsilon}$, 通过对 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 取期望得到平均代价函数, 又因 $\Delta \mathbf{A}$ 是零均值的, 因此:

$$\mathbf{E}[\boldsymbol{\varepsilon}] = \mathbf{v}^T \mathbf{A}^{oT} \mathbf{W}_1 \mathbf{A}^o \mathbf{v} + \mathbf{v}^T \mathbf{E}[\Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A}] \mathbf{v} \quad (24)$$

上式中右边两项均非负且随 \mathbf{v} 变化, $E[\boldsymbol{\varepsilon}]$ 相对 \mathbf{v} 最小时, 第二项 $\mathbf{v}^T E[\Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A}] \mathbf{v}$ 起引起偏差的主要作用. 偏差缩减法的思想便是在式(24)中第二项 $\mathbf{v}^T E[\Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A}] \mathbf{v}$ 为常数的限制条件下对 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 最小化, 当 $\mathbf{v} = \mathbf{v}^0$ 时 $E[\boldsymbol{\varepsilon}]$ 将得到最小值 0, 因此我们通过以下方法找到 \mathbf{v} :

$$\text{minimizing } \mathbf{v}^T \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A} \mathbf{v} \text{ st: } \mathbf{v}^T \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v} = k \quad (25)$$

其中 $\boldsymbol{\Omega} = E[\Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A}]$. 一旦得到 \mathbf{v} , 取其前 $(N+1)$ 个元素并除以最后一个元素将得到 $\boldsymbol{\varphi}_1$.

约束最小化问题可通过拉格朗日乘子 λ 以及辅助代价函数 $\mathbf{v}^T \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A} \mathbf{v} + \lambda(k - \mathbf{v}^T \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v})$ 来简单解决, 辅助代价函数相对 \mathbf{v} 取导并令其为零得到:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}) \mathbf{v} = \lambda \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v} \quad (26)$$

对上式两侧前乘以 \mathbf{v}^T 并且由 $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v} = k$ 得到 $\lambda = \mathbf{v}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}) \mathbf{v} / k$, 这是需要最小化的代价, 因此 \mathbf{v} 的解为拥有最小广义特征向量的 $(\mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}, \boldsymbol{\Omega})$ 的广义特征向量取值.

将式(22)代入到 $\boldsymbol{\Omega} = E[\Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A}]$, 约束矩阵等于:

$$\boldsymbol{\Omega} = E[\Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{N \times N} & \mathbf{O}_{N \times 2} \\ \mathbf{O}_{2 \times N} & \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\text{其中, } \tilde{\boldsymbol{\Omega}} = E \left\{ \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r}^T & \Delta \mathbf{g}^T \\ (\tilde{\mathbf{B}}_1 \Delta \mathbf{r})^T & \Delta \mathbf{r}^T \end{bmatrix} \mathbf{W}_1 \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r} & \tilde{\mathbf{B}}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{g} & \Delta \mathbf{r} \end{bmatrix} \right\}$$

令

$$\mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11}^{1(M-1) \times (M-1)} & \mathbf{W}_{12}^{1(M-1) \times (M-1)} \\ \mathbf{W}_{21}^{1(M-1) \times (M-1)} & \mathbf{W}_{22}^{1(M-1) \times (M-1)} \end{bmatrix}$$

则:

$$\tilde{\boldsymbol{\Omega}} = \begin{bmatrix} \text{tr}[4\mathbf{W}_{11}\mathbf{Q}_r + \mathbf{W}_{22}\mathbf{Q}_g] & \text{tr}[-2\tilde{\mathbf{B}}_1\mathbf{W}_{11} - 2\mathbf{W}_{12})\mathbf{Q}_r] \\ \text{tr}[-2\tilde{\mathbf{B}}_1\mathbf{W}_{11} - 2\mathbf{W}_{21})\mathbf{Q}_r] & \text{tr}[\mathbf{A}\mathbf{Q}_r] \end{bmatrix} \quad (28)$$

其中 $\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{B}}_1 \mathbf{W}_{11} \tilde{\mathbf{B}}_1 + \mathbf{W}_{21} \tilde{\mathbf{B}}_1 + \mathbf{W}_{12} \tilde{\mathbf{B}}_1 + \mathbf{W}_{22}$.

为推导方便, 将 \mathbf{v} 分割为:

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1^T |_{1 \times N}, \mathbf{v}_2^T |_{1 \times 2}]^T$$

将 $\mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}$ 分割为:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} |_{N \times N} & \mathbf{A}_{12} |_{N \times 2} \\ \mathbf{A}_{12}^T |_{2 \times N} & \mathbf{A}_{22} |_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

则式(26)可分割为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} \mathbf{v}_1 + \mathbf{A}_{12} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{v}_1 + \mathbf{A}_{22} \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{N \times 1} \\ \lambda \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \mathbf{v}_2 |_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

由上式中上 N 行可知:

$$\mathbf{v}_1 = -\mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} \mathbf{v}_2 \quad (30)$$

则下 2 行变为:

$$(\mathbf{A}_{22} - \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12}) \mathbf{v}_2 = \lambda \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \mathbf{v}_2 \quad (31)$$

因此可得到 \mathbf{v}_2 的唯一解. 令

$$\mathbf{J} \mathbf{v}_2 = \lambda \mathbf{v}_2 \quad (32)$$

则

$$\mathbf{J} = \tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{-1} (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12}) = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (33)$$

特征值 λ 需满足 $\det(\mathbf{J} - \lambda \mathbf{I}) = 0$, 则:

$$\lambda^2 - (J_{11} + J_{22})\lambda + J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21} = 0$$

λ 的较小解为:

$$\lambda_{\min} = [(J_{11} + J_{22}) - \sqrt{(J_{11} - J_{22})^2 + 4J_{12}J_{21}}] / 2 \quad (34)$$

将 λ_{\min} 代入到式(32)中并令 \mathbf{v}_2 的第二项为 1 得到 \mathbf{v}_2 的第一项为 $(\lambda_{\min} - J_{22}) / J_{21}$, 则 \mathbf{v}_2 为:

$$\mathbf{v}_2 = [(\lambda_{\min} - J_{22}) / J_{21}, 1]^T \quad (35)$$

式(35)连同式(30)可得 BiasRed 法第一步估计结果为:

$$\boldsymbol{\varphi}_1^* = [-(\mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} \mathbf{v}_2)^T, (\lambda_{\min} - J_{22}) / J_{21}]^T \quad (36)$$

式(28)中 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}$ 依赖于式(22)下所示的 $\tilde{\mathbf{B}}_1$, 但 $\tilde{\mathbf{B}}_1$ 并不可知, 在实际应用中, $\tilde{\mathbf{B}}_1$ 中的 TDOA 真实值用其测量值来代替, 性能损失可忽略不计. BiasRed 法仅改变了文献[1]中算法的第一步运算, 第二步与第三步过程不变.

本文所提出的偏差缩减法的处理过程总结如表 1 所示:

表 1 BiasRed 法处理过程

步骤 1 创建增广矩阵 $\mathbf{A} = [-\mathbf{G}_1, \mathbf{h}_1]$;

步骤 2 依据测量误差确定 $\Delta \mathbf{A} = \mathbf{A} - \mathbf{A}^0$;

步骤 3 得到约束矩阵 $\boldsymbol{\Omega} = E[\Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{A}]$, 并将其分割为 2×2

的块矩阵, 该块矩阵只有右下角子矩阵 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}$ 为非零矩阵;

步骤 4 将 $\mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A}$ 按照 $\boldsymbol{\Omega}$ 形式分割为:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{12}^T & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

其中 \mathbf{A}_{22} 与 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}$ 大小相同.

步骤 5 从下式求解 \mathbf{v}_2 :

$$(\mathbf{A}_{22} - \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12}) \mathbf{v}_2 = \lambda \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \mathbf{v}_2$$

步骤 6 由下式求解 \mathbf{v}_1 :

$$\mathbf{v}_1 = -\mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} \mathbf{v}_2$$

步骤 7 构成第一步解 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 为:

$$\boldsymbol{\varphi}_1^* = [-(\mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} \mathbf{v}_2)^T, (\lambda_{\min} - J_{22}) / J_{21}]^T$$

步骤 8 继续文献[1]中的第二步与第三步得到最终定位结果.

表 1 中, 步骤 5 中 \mathbf{v}_2 由式(35)定义, J 与 λ_{\min} 分别由式(33), (34)定义.

4 BiasRed 法性能分析

本节对 BiasRed 法所得解进行二阶分析, 并确定其偏差与协方差矩阵, 该分析假设误差强度不高并且信号源离感知节点距离不很近, 首先需要保证高于二阶的误差项可忽略不计, 其次需要保证, 由式(11)定义变

量进行矩阵 \mathbf{W}_1 的近似处理时,所引入的误差可忽略不计.本文 BiasRed 法在第一步中对式(25)进行了求解,其解用 \mathbf{v}^* 表示, \mathbf{v}^* 与第一步解 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的关系为

$$\mathbf{v}^* / \mathbf{v}^* (N+2) = [\boldsymbol{\varphi}_1^{*\text{T}}, 1]^{\text{T}}$$

其中 $\mathbf{v}^* (N+2)$ 为 \mathbf{v}^* 的最后一个元素.令 $\Delta \boldsymbol{\varphi}_1^*$ 为 BiasRed 法第一步解 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的误差.

定理 1 BiasRed 法第一步解 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的偏差为:

$$\mathbf{E}[\Delta \boldsymbol{\varphi}_1^*] \approx \mathbf{H}_1 \mathbf{m} + \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} 2\mathbf{B}_1^o \mathbf{Q}_r & \mathbf{O} \\ 2\mathbf{Q}_r & \mathbf{B}_1^o \mathbf{Q}_g / 2 \end{bmatrix} \mathbf{H}_1 (N+1, :)^{\text{T}} \quad (37)$$

定理 1 推导:结合下式

$$\Delta \mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix}$$

BiasRed 法第一步解 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 中误差表达式为:

$$\mathbf{A} \mathbf{v}^* = [-\mathbf{G}_1, \mathbf{h}_1] [\boldsymbol{\varphi}_1^{*\text{T}}, 1]^{\text{T}} = -\mathbf{G}_1^o \boldsymbol{\varphi}_1^* - \Delta \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\varphi}_1^* + \mathbf{h}_1 = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v}^*$$

其中

$$\tilde{\mathbf{A}} = \left\{ -\mathbf{G}_1^o, \mathbf{h}_1 - \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \\ \Delta \mathbf{g} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \end{bmatrix} \right\} \quad (38)$$

我们通过进行一下近似来简单分析,该近似过程同式(25):

$$\text{minimizing } \mathbf{v}^{\text{T}} \tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v} \quad \text{st: } \mathbf{v}^{\text{T}} \mathbf{E}[\Delta \tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \Delta \tilde{\mathbf{A}}] \mathbf{v} = 1 \quad (39)$$

式(39)的解满足

$$(\tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{A}}) \mathbf{v}^* = \lambda \mathbf{E}[\Delta \tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \Delta \tilde{\mathbf{A}}] \mathbf{v}^* \quad (40)$$

其中 λ 为 $\mathbf{v}^{*\text{T}} \tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{v}^*$ 的最小值.下面通过得到 $\Delta \tilde{\mathbf{A}}$ 来继续分析,并由式(40)推导 \mathbf{v}^* 特性.

$\Delta \tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{A}}^o$, 其中 $\tilde{\mathbf{A}}^o = [-\mathbf{G}_1^o, \mathbf{h}_1^o]$, \mathbf{h}_1 如式(10)所示,因此

$$\mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_1^o + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{r} \odot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times 1} \end{bmatrix} \quad (41)$$

因此由式(38),(41)可得:

$$\Delta \tilde{\mathbf{A}} = \left\{ \mathbf{O}_{2(M-1)(N-1)}, \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{r} \odot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times 1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \\ \Delta \mathbf{g} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \end{bmatrix} \right\}$$

式(39)的约束矩阵简化为:

$$\mathbf{E}[\Delta \tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \Delta \tilde{\mathbf{A}}] = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(N-1) \times (N-1)} & \mathbf{O}_{(N-1) \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times (N-1)} & [\ast]_{1 \times 1} \end{bmatrix} \quad (42)$$

其中 $[\ast]_{1 \times 1}$ 为标量,其取值与分析无关.

由式(38)得到 $\tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{A}}$ 的分割形式:

$$\tilde{\mathbf{A}}^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{A}} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1^{o\text{T}} \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1^o & -\mathbf{G}_1^{o\text{T}} \mathbf{W}_1 (\mathbf{h}_1 - \mathbf{L}) \\ -(\mathbf{h}_1 - \mathbf{L})^{\text{T}} \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1^o & (\mathbf{h}_1 - \mathbf{L})^{\text{T}} \mathbf{W}_1 (\mathbf{h}_1 - \mathbf{L}) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\text{其中, } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \\ \Delta \mathbf{g} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \end{bmatrix}$$

将式(42)、(43)代入到式(40)中,上面 $(N+1)$ 行为:

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{G}_1^{o\text{T}} \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1^o - \mathbf{G}_1^{o\text{T}} \mathbf{W}_1 \left(\mathbf{h}_1 - \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \\ \Delta \mathbf{g} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \end{bmatrix} \right) \right] \mathbf{v}^* \\ & = \mathbf{O}_{(N+1) \times N} \\ & \text{将上式除以 } \mathbf{v}^* (N+2) \text{ 并由 } \mathbf{v}^* / \mathbf{v}^* (N+2) = [\boldsymbol{\varphi}_1^{*\text{T}}, 1]^{\text{T}} \text{ 得:} \\ & (\mathbf{G}_1^{o\text{T}} \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1^o) \boldsymbol{\varphi}_1^* - \mathbf{G}_1^{o\text{T}} \mathbf{W}_1 \left(\mathbf{h}_1 - \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \\ \Delta \mathbf{g} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \end{bmatrix} \right) = \mathbf{O} \end{aligned} \quad (44)$$

由式(41)及 $\mathbf{h}_1^o = \mathbf{G}_1^o \boldsymbol{\varphi}_1^o$, $\boldsymbol{\varphi}_1^o (N+1) = r_1^o$ 得:

$$\begin{aligned} & \mathbf{h}_1 - \begin{bmatrix} -2\Delta \mathbf{r} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \\ \Delta \mathbf{g} \boldsymbol{\varphi}_1^* (N+1) \end{bmatrix} \\ & = \mathbf{G}_1^o \boldsymbol{\varphi}_1^o + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} - \Delta \mathbf{g} r_1^o \end{bmatrix} \\ & + \Delta \mathbf{r} \odot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times 1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\varphi}_1^* \end{aligned}$$

因此,式(44)变为:

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{G}_1^o + \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix} \right\} \Delta \boldsymbol{\varphi}_1^* \\ & = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} - \Delta \mathbf{g} r_1^o \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{r} \odot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times 1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

左右两边同乘以 \mathbf{H}_1 得到:

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{I} + \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix} \right\} \Delta \boldsymbol{\varphi}_1^* \\ & = \mathbf{H}_1 \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} - \Delta \mathbf{g} r_1^o \end{bmatrix} + \Delta \mathbf{r} \odot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times 1} \end{bmatrix} \right\} \end{aligned}$$

当误差强度不是很大时有:

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{I} + \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \\ & \approx \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此

$$\Delta \boldsymbol{\varphi}_1^* \approx \mathbf{H}_1 \mathbf{R} + \mathbf{H}_1 \left\{ \Delta \mathbf{r} \odot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times 1} \end{bmatrix} \right\} - \mathbf{V} \mathbf{H}_1 \mathbf{R} \quad (45)$$

其中

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & -2\mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{O}_{(M-1) \times N} & \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{g} \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} - \Delta \mathbf{g} r_1^o \end{bmatrix}.$$

对上式(45)取期望得到偏差如定理 1 中式(37)所示。

定理 2 BiasRed 法第一步解 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的协方差为:

$$E[\Delta\boldsymbol{\varphi}_1^* \Delta\boldsymbol{\varphi}_1^{*\text{T}}] \approx \mathbf{G}_1^o{}^{-1} \mathbf{W}_1^{-1} \mathbf{G}_1^{o\text{T}} = (\mathbf{G}_1^{o\text{T}} \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1^o)^{-1} \quad (46)$$

定理 2 推导: BiasRed 法第一步解 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的误差中, 若只保留一阶误差, 则 $\Delta\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的协方差为:

$$E[\Delta\boldsymbol{\varphi}_1^* \Delta\boldsymbol{\varphi}_1^{*\text{T}}] \approx \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_r \mathbf{B}_1^{\text{T}} & \mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_r \\ \mathbf{Q}_r \mathbf{B}_1^{\text{T}} & \mathbf{Q}_r + r_1^{o2} \mathbf{Q}_g \end{bmatrix} \mathbf{H}_1^{\text{T}}$$

结合

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{G}_1^{o-1}, \mathbf{W}_1^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^o \mathbf{Q}_r \mathbf{B}_1^{\text{T}} & \mathbf{B}_1^o \mathbf{Q}_r \\ \mathbf{Q}_r \mathbf{B}_1^{\text{T}} & \mathbf{Q}_r + r_1^{o2} \mathbf{Q}_g \end{bmatrix}$$

得到 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的协方差如定理 4 中式(46)所示。

至此, 我们得到了 BiasRed 法的 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 偏差如定理 1 所示, 将其与文献[1]中原始代数闭式解偏差进行对比, BiasRed 法没有由 \mathbf{h}_1 与 \mathbf{G}_1 之间的误差相关性所引入的偏差部分。由定理 2 所表示的 BiasRed 法 $\boldsymbol{\varphi}_1^*$ 的误差协方差可知, 本文所提出 BiasRed 法没有增大 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 的协方差矩阵, 该协方差矩阵与原始闭式解的协方差矩阵相同。式(46)表示的协方差矩阵证明本文算法在高斯噪声较小, 且信号源距离感知节点不是很近的情况下可达到 CRLB。

5 性能仿真及分析

本文针对所提出基于 TDOA 与 GROA 信号源被动定位偏差消除算法, 在以下情况下进行仿真与分析:

(1) 本文算法定位结果的偏差 $\text{Bias}(\mathbf{u})$ 随信噪比 (SNR) 变化情况;

(2) 定位结果的偏差随信号源与节点阵列间距离系数变化情况;

设置仿真运行次数 $L = 10000$ 次, 衡量定位精度的定位偏差表示为 $\text{Bias}(\mathbf{u}) = \left\| \sum_{l=1}^L (\mathbf{u}^{(l)} - \mathbf{u}^o) \right\| / L$, 本文提出的 BiasSub (BSM) 法与 BiasRed (BRM) 法按照第 3 节所描述过程执行。另外, 偏差表达式与约束矩阵中的所有真实值均由其对应测量误差值替代。为便于比较, 本文所有仿真所使用的节点阵列几何位置分布, 与文献[1]中完全相同, 共有 6 个独立分布节点, 其真实位置确切可知, 以节点 1 为参考节点, 分布情况如表 2 所示。

表 2 节点阵列位置分布表, 单位: m

节点号码. i	$x_{s,i}$	$y_{s,i}$	$z_{s,i}$	节点号码. i	$x_{s,i}$	$y_{s,i}$	$z_{s,i}$
1	0	0	100	4	350	200	100
2	400	0	0	5	-100	-100	-100
3	0	500	0	6	120	140	150

所有仿真中, 仅针对单个固定信号源进行定位处理, 其真实位置为 $\mathbf{u}^o = [500, 650, 550]^{\text{T}}$, 节点阵列与信号源位置分布示意图如图 1 所示; TDOA 测量值、GROA 测量值分别通过在其真实值中添加协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_r = c^2 \nabla_r^{-1}$, $\mathbf{Q}_g = \nabla_g^{-1}$ 的零均值高斯误差生成; 信号带宽 ω 与观测时间 T 的设置, 使得总采样点数为 $T\omega/\pi = 200000$ 点, 其中 ω/π 为以 Hz 为单位的采样频率。同文献[1], 在此设置带宽因子 $c/\omega = 80\text{m}$, 即 $\omega = 3750000\text{Hz}$, 则 $T = 0.168\text{s}$ 。

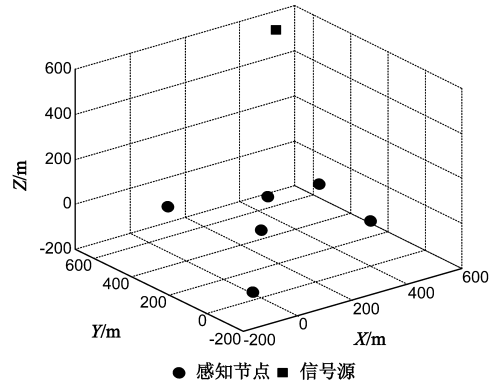


图1 节点阵列与信号源分布示意图

5.1 Bias(\mathbf{u}) 随信噪比 (SNR) 变化情况

针对单信号源进行 3D 定位时, 本文首先仿真分析所提 BiasRed 法和 BiasSub 法, 定位偏差 $\text{Bias}(\mathbf{u})$ 随信噪比 SNR 变化情况如图 2 所示。

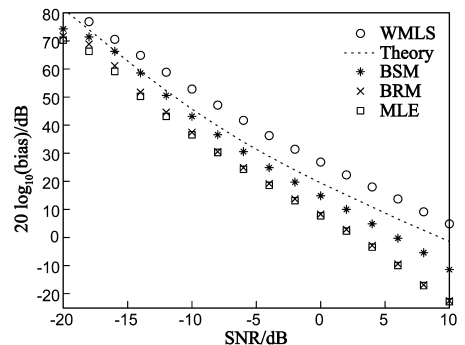


图2 定位偏差随信噪比变化曲线图

图中虚线表示 WMLS 算法偏差 $\text{Bias}(\mathbf{u})$ 的理论值, 同样, 除 BiasRed 法和 BiasSub 法外, 图中还给出了文献[1]中加权最小二乘估计 (WMLS) 算法与最大似然估计 (MLE) 算法的定位偏差 $\text{Bias}(\mathbf{u})$ 曲线; WMLS 算法仿真结果对比其理论值曲线存在约 6dB 性能误差; BiasRed 法, BiasSub 法与 MLE 算法偏差性能大大优于 WMLS, 当 $\text{SNR} \geq -10\text{dB}$ 时, BiasSub 对比 WMLS 有约 15dB 性能提升, BiasRed 与 MLE 对比 WMLS 有约 20dB 性能提升; 对比 MLE, BiasRed 可在 $\text{SNR} \geq -10\text{dB}$ 时, 保持与 MLE 相同的定位偏差性能; 如图所示, 虽然 BiasSub 对比

WMLS,其定位偏差性能也有较大提升,但该方法需要确切可知 TDOA 协方差矩阵 \mathbf{Q}_t 与 GROA 协方差矩阵 \mathbf{Q}_g 信息,而 BiasRed 仅需要知道它们的矩阵结构, BiasRed 更加实用。

5.2 Bias(\mathbf{u})随距离系数 α 变化情况

文进行算法推导时,均假设信号源距离节点都不是很近,在此仿真分析在信号源与节点阵列之间距离变化时,不同算法 Bias(\mathbf{u})随距离系数 α 变化情况,信号源新坐标用 $\mathbf{u}' = \alpha \cdot \mathbf{u}^0$ 表示,通过变化 α 来改变信号源与节点阵列之间的距离,在此 $\alpha = [0.1:2]$ 。图 3 给出 SNR = -5dB 时定位偏差 Bias(\mathbf{u})随距离系数 α 变化性能曲线图。同 5.1 节,在此给出了 BiasRed 法, BiasSub 法, MLE 算法, WMLS 算法等不同算法的性能曲线。

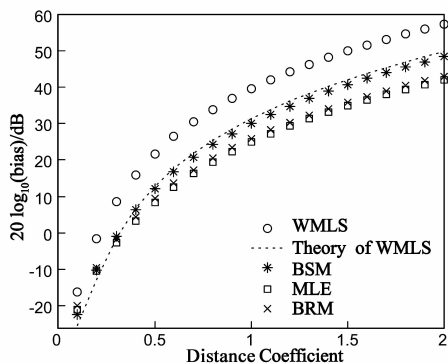


图3 定位偏差随距离系数变化曲线图

如上图 3 所示,所有方法的定位偏差 Bias(\mathbf{u})均随着信号源与节点阵列之间距离的增大而增大, BiasRed 与 BiasSub 对比 WMLS 具有较小的偏差 Bias(\mathbf{u}),但由图 3 可知,当距离系数较小,使得信号源 \mathbf{u}' 距离节点阵列非常近,或者进入到阵列内部时, BiasRed 与 BiasSub 性能恶化,其偏差优化不明显;对比 MLE, BiasRed 可在 $\alpha = [0.1:2]$ 时,保持与 MLE 相同的定位偏差性能与均方误差性能。

6 结论

本文研究了两种用来消除基于 TDOA 与 GROA 信号源定位的 WMLS 闭式解算法[1]偏差的方法,第一种 BiasSub 法直接从 WMLS 闭式解中减去期望偏差,第二种 BiasRed 法通过增广参数空间并通过二次约束来减小偏差, BiasRed 法的偏差非常接近 MLE 算法, MLE 算法的偏差是由定位问题自身的非线性特性决定的;理论分析与计算机仿真证明,在误差强度较低,信号源距离节点阵列不很近的情况下,两种方法均可有效消除定位偏差,并可达到 CRLB 定位性能,两方法均优于 WMLS 原始算法; BiasSub 法需要确切可知 TDOA 协方差矩阵与 GROA 协方差矩阵来消减偏差,而 BiasRed 法仅需要知道两协方差矩阵的结构;两种方法仍然保持闭

式解特性,且计算复杂度较低,不需要多次搜索便可实现,在 UWB 定位或信号源跟踪等偏差较大应用中,本文所提两方法有较好的实用价值。

参考文献

- [1] K C Ho, Ming Sun. Passive source localization using time differences of arrival and gain ratios of arrival[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 464 - 477.
- [2] Y T Chan, K C Ho. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905 - 1915.
- [3] N Patwari, J N Ash, S Kyperountas, A O Hero III, R L Moses, N S Correal. Locating the nodes: Cooperative localization in wireless sensor networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(7): 54 - 69.
- [4] 刘晓莉, 廖桂生. 双基地 MIMO 雷达多目标定位及幅相误差估计[J]. 电子学报, 2011, 39(3): 596 - 601.
Liu Xiao-li, Liao Gui-sheng. Multitarget localization and estimation of gain-phase error for bistatic MIMO radar[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(3): 596 - 601. (in Chinese)
- [5] A H Sayed, A Tarighat, N Khajehnouri. Network-based wireless location: Challenges faced in developing techniques for accurate wireless location information[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(7): 24 - 40.
- [6] 戴桂兰, 赵冲冲, 邱岩. 一种基于球面坐标的无线传感器网络三维定位机制[J]. 电子学报, 2008, 36(7): 1297 - 1303.
Dai Gui-lan, Zhao Chong-chong, Qiu-yan. A localization scheme based on sphere for wireless sensor network in 3D[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(7): 1297 - 1303. (in Chinese)
- [7] A J Weiss. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and Doppler[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2513 - 2521.
- [8] W H Foy. Position-location solutions by Taylor-series estimation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1976, 12(3): 187 - 194.
- [9] A Beck, P Stoica, J Li. Exact and approximate solutions of source localization problems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(3): 1770 - 1778.
- [10] J Zhang, R A Kennedy, T D Abhayapala. Cramer-Rao lower bounds for the synchronization of UWB signals[J]. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2005, 2005(3): 426 - 438.
- [11] K Dogancay. Bias compensation for the bearings-only pseudo-linear target track estimator[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(1): 59 - 68.
- [12] Y Huang, J Benesty, G W Elko, R M Mersereau. Real-time

passive source localization: A practical linear-correction least-squares approach [J]. IEEE Transactions on Speech, Audio Processing, 2001, 9(11): 943 – 956.

- [13] K Yang, J An, Z Xu. A quadratic constraint total least-squares algorithm for hyperbolic location [J]. International Journal of Communication, Network and System Sciences, 2008, 2008

(2): 130 – 134.

- [14] X Sun, J Li, P Huang, J Pang. Total least-squares solution of active target localization using TDOA and FDOA measurements in WSN [A]. Proc IEEE 22nd Int Conf on Adv Inf Netw Appl Workshops (AINAW 2008) [C]. Okinawa, Japan: IEEE, 2008. 995 – 999.

作者简介



郝本建 男, 1982 年出生于山东省泰安市, 现为西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室博士研究生, 主要研究方向: 无线通信, 电磁频谱监测, 无线传感器网络, 信号源定位与跟踪.

E-mail: bjhao@xidian.edu.cn



李 赞 女, 1975 年出生于陕西省西安市, 现为西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室教授, 博士生导师, 主要研究方向: 无线通信, 数字信号处理, 数据传输.

E-mail: zanli@xidian.edu.cn