交织法构造四元低相关区序列集

李玉博,许成谦,李 刚,刘 凯
(燕山大学信息科学与工程学院,河北秦皇岛 066004)

摘 要: 该文给出了四元低相关区序列集的交织构造法.这类方法首先构造满足一定条件的四元基序列集,进而交织得到一类四元LCZ序列集.基于目前已有的二元基序列集给出了几种满足条件的四元基序列集,进而利用交织法得到了新的具有良好参数四元LCZ序列集.本文方法可以为准同步CDMA系统提供更多的四元LCZ序列集.

关键词: 准同步CDMA系统;交织法;基序列集;四元序列;低相关区
中图分类号: TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)04-0690-06
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.04.011

Construction of Quaternary Low Correlation Zone Sequence Sets Based on Interleaving Technique

LI Yu-bo, XU Cheng-qian, LI Gang, LIU Kai
(*School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei* 066004, *China*)

Abstract: In this paper, the construction of low correlation zone (LCZ) sequence sets by using the interleaved technique is proposed. A quaternary sequence set that satisfies conditions is constructed and then a quaternary LCZ sequence set is constructed based on the quaternary set and the interleaving technique. Numbers of quaternary component sequences are presented based on the known binary component. Different quaternary LCZ sequence sets can be obtained by these component sequence sets. Therefore, quaternary LCZ sequence sets proposed in this paper can be used in QS-CDMA systems to support more users.

Key words: quasi-synchronous CDMA (QS-CDMA); interleaving technique; component sequence set; quaternary sequence; low correlation zone

1 引言

准同步CDMA系统要求其扩频序列的自相关和互相关值在零延时附近一个区域内为一个很小的值,这种新型的扩频序列称为低相关区序列(LCZ).低相关区序列设计对于准同步CDMA系统研究具有很重要的意义.Tang和P Udaya等人[1]提出一类基于交织思想的二元LCZ序列集构造法.由这种交织法可知,只要构造出一个满足条件的基序列集,就可以对应得到LCZ序列集.Gong[2]用子域分解理论重新解释了这类交织法,并指出满足条件的基序列集的构造同完全非循环(CNC)Hadamard矩阵一一对应.Tang[3]研究了二元Sylvester型Hadamard矩阵的非循环移位等价性,利用Sylvester Hadamard矩阵构造了完全非循环Hadamard矩阵.这类二元完全非循环Hadamard矩阵可以用于二元LCZ序列集的构造.基于相同的思想,文献[4,5]构造了p元最佳LCZ序列集.文献[6]利用二元伪随机序列构造了二元最佳LCZ序列集.

四元序列对应着四进制相位键控(QPSK),具有方便利用的优点.一般而言,四元序列在实际应用中具有比二元序列更好的性能,因此四元LCZ序列设计得到广泛关注.目前已经提出一些构造方法.Chung[7]提出一种新的四元低相关区序列集构造法.这种方法基于Gray映射,利用具有理想自相关的二元序列或二元低相关区序列集可以构造序列数目接近理论界限的四元低相关区序列集.Kim[8]基于有限域到环的映射函数,利用具有理想自相关函数的二元伪随机序列构造了一类四元低相关区序列集.文献[9]构造了一类四元LCZ序列集,序列集参数是文献[8]结果的2倍,同样达到了理论界限.

收稿日期:2013-03-21;修回日期:2013-11-18;责任编辑:李勇锋
基金项目:国家自然科学基金(No.61172094,No.61201263);河北省自然科学基金(No.F2012203171);秦皇岛市科学技术研究与发展(No.201302A025);燕山大学博士基金(No.B788);燕山大学青年教师自主研究计划(No.13LGB018)

利用交织法和逆 Gray 映射,本文给出了一类四元 LCZ 序列集的构造方法.利用目前提出的一些二元基序列集,本文方法通过逆 Gray 映射构造出满足条件的四元基序列集,进而交织构造出一些具有良好参数的四元 LCZ 序列集.

2 基本概念

定义 1 设 $a=(a(0),a(1),\cdots,a(N-1))$和 $b=(b(0),b(1),\cdots,b(N-1))$是两个周期为 N 的 p 元序列.如果存在一个整数 $0\leqslant\tau<N$ 使得 a 和 b 满足 $a(t)=b(t+\tau)$,则称序列 a 和 b 移位等价.否则就称为移位不等价.序列 a 和 b 的周期互相关函数定义为:

$$R_{a,b}(\tau)=\sum_{t=0}^{N-1}\omega_p^{a(t)-b(t+\tau)},0\leqslant\tau<N \tag{1}$$

其中 $\omega_p=e^{2\pi\sqrt{-1}/p}$.如果 $a=b$,则上式称为序列 a 的自相关函数,表示为 $R_a(\tau)$.

定义 2 设一个二元序列 c,如果其自相关函数满足:

$$R_c(\tau)=\begin{cases}N, & \tau=0(\bmod N)\\ \delta, & \tau\neq0(\bmod N)\end{cases} \tag{2}$$

序列 c 称为自相关二值二元序列.如果有 $\delta=-1$,则序列 c 称为具有理想自相关的二元序列.

定义 3 设 $S=\{s_i(t)|0\leqslant i\leqslant M-1\}$是一个由 M 个长度为N 的序列组成的序列集.设 $s_i,s_j\in S$,当$|\tau|<L$ 且$i\neq j$ 或者 $0<|\tau|<L$ 且 $i=j$ 时,若序列相关函数满足$|R_{s_i,s_j}(\tau)|\leqslant\varepsilon$,则称序列集 S 是一个 $LCZ(N,M,L,\delta)$.

定义 4[6] 定义一个二元到四元的映射如下:$\varphi(0,0)=0,\varphi(0,1)=1,\varphi(1,1)=2,\varphi(1,0)=3$,$\varphi$ 称为逆 Gray 映射.

引理 1[6] 设 a_1,a_2,b_1,b_2 是四个周期为 N 的二元序列,s_1 和 s_2 是两个周期为 N 的四元序列,由下面式子得到:

$$s_1(t)=\varphi(a_1(t),b_1(t)),s_2(t)=\varphi(a_2(t),b_2(t))$$

则序列 s_1 和 s_2 的互相函数为

$$\begin{aligned}R_{s_1,s_2}(\tau)=&\frac{1}{2}[R_{a_1,a_2}(\tau)+R_{b_1,b_2}(\tau)]\\&+\frac{\omega}{2}[R_{a_1,b_2}(\tau)-R_{b_1,a_2}(\tau)]\end{aligned} \tag{3}$$

定义 5 设 $a=(a_0,a_1,\cdots,a_{N-1})$是一个长度为 N 的序列,$e=(e_0,e_1,\cdots,e_{T-1})$是一个长度为 T 的序列,其中 $e_t\in\{\infty,0,1,\cdots,N-1\}$.构造长度为 TN 序列:

$$s=(a_{0+e_0},a_{0+e_1},\cdots,a_{0+e_{T-1}},\cdots,a_{N-1+e_0}\cdots,a_{N-1+e_{T-1}})$$

则称 s 为交织序列.可以将交织序列表示为 $s=\hat{I}(a,e)$,$\hat{I}(\cdot)$表示交织运算,a 称为 s 的基序列,e 称为 s 的移位序列.

定义 6 设 $m|n$,迹函数 $Tr_m^n(x)$定义为有限域 F_{p^n} 到 F_{p^m}的一个映射函数:

$$Tr_m^n(x)=\sum_{i=0}^{n/m-1}x^{p^{mi}} \tag{4}$$

引理 2[1] 设 u 和 v 是两个长度为 TN 的 p 元交织序列,$u=\hat{I}(a,e)$,$v=\hat{I}(b,e)$.基序列 a 和 b 是长度为 N 的序列,移位序列 $e=(e_0,e_1,\cdots,e_{T-1})$,其中 $\alpha^{Te_t}=Tr_m^n(\alpha^t)$,$0\leqslant t\leqslant T-1$,$T=(p^n-1)/(p^m-1)$,$m|n$.那么序列 u 和 v 的互相关函数计算如下

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}p^{n-m}R_{a,b}(d)+p^{n-m}-1, & \tau=dT\\ p^{n-2m}(I(a)+1)(I^*(b)+1)-1, & \text{else}\end{cases} \tag{5}$$

式中,$I(a)=\sum_{t=0}^{N-1}\omega_p^{a_t}$,$I(b)=\sum_{t=0}^{N-1}\omega_p^{b_t}$.

引理 3[1] 设 S 表示一个 p 元序列集,序列长度为 p^m-1,如果序列集中的序列满足下面三个条件:(1) 任意序列 $s_i\in S$ 满足$I(s_i)=-1$.(2)任意不同的两个序列同相互相关值为-1.(3) 所有序列都是两两移位不等价的.则利用序列集 S 做为基序列集,可以得到一个低相关区序列集,参数为$\mathrm{LCZ}\left(p^n-1,|S|,\dfrac{p^n-1}{p^m-1},1\right)$.$|S|$表示序列集 S 中序列数目,$m|n$.

引理 4[10] 对于一个参数为(N,M,L,ε)的 LCZ 序列集,有下面不等式成立

$$ML-1\leqslant\frac{N-1}{1-\varepsilon^2/N} \tag{6}$$

当等号成立时,称序列集为最佳 LCZ 序列集.

3 四元 LCZ 序列集的交织构造法

步骤 1 取一个满足引理 3 条件的二元序列集:$S=\{s_i|0\leqslant i\leqslant M-1\}$,序列长度为 $N=2^m-1$.

步骤 2 利用序列集 S 构造四元序列集 $S'=\{s_i'|0\leqslant i\leqslant M-1\}$,具体构造如下:

$$s_i'(t)=\varphi[s_i(t),s_{M-1-i}(t)],0\leqslant t\leqslant2^m-2 \tag{7}$$

步骤 3 设 $Tr_m^n(x)$为有限域 F_{2^n}到 F_{2^m}的迹函数,$T=(2^n-1)/(2^m-1)$,$m|n$.构造移位序列 $e=(e_0,e_1,\cdots,e_{T-1})$,其中 $\alpha^{Te_t}=Tr_m^n(\alpha^t)$,$0\leqslant t\leqslant T-1$.若 $\alpha^{Te_t}=Tr_m^n(\alpha^t)=0$,则记 $e_t=\infty$.利用序列集 S'中序列做为基序列集,构造序列集:$Q=\{q_i,0\leqslant i\leqslant M-1\}$,$q_i=\hat{I}(s_i',e)$.

定理 1 构造法中步骤 2 得到的四元序列集 S'满足引理 3 的 3 个条件.

证明 首先验证条件(1).设 $s_i'\in S'$,则有

$$\begin{aligned}I(s_i')&=\sum_{t=0}^{2^m-2}\omega_4^{s_i'(t)}\\&=\sum_{t=0}^{2^m-2}\left[\frac{1+\omega_4}{2}\cdot(-1)^{s_i(t)}+\frac{1-\omega_4}{2}\cdot(-1)^{s_{M-1-i}(t)}\right]\end{aligned}$$

$$= \frac{1+\omega_4}{2} \cdot \sum_{t=0}^{2^m-2} (-1)^{s_i(t)} + \frac{1-\omega_4}{2} \cdot \sum_{t=0}^{2^m-2} (-1)^{s_{M-1-i}(t)}$$
$$= \frac{1+\omega_4}{2} \cdot I(s_i) + \frac{1-\omega_4}{2} \cdot I(s_{M-1-i}) = -1 \qquad (8)$$

由上式可知条件(1)满足.

下面验证条件(2). 设 $s_i', s_j' \in S'$, $i \neq j$, 计算同相互相关函数

$$R_{s_i', s_j'}(0) = \frac{1}{2} \cdot [R_{s_i, s_j}(0) + R_{s_{M-1-i}, s_{M-1-j}}(0)] + \frac{\omega_4}{2} \cdot [R_{s_i, s_{M-1-j}}(0) - R_{s_{M-1-i}, s_j}(0)] = -1 \qquad (9)$$

由上式可知条件(2)满足.

下面验证条件(3). $s_i', s_j' \in S'$, $i \neq j$, 若两序列移位等价, 则有 $s_j'(t) = s_i'(t+\tau)$ 对于任意 $0 \leqslant t \leqslant 2^m-2$ 成立. 得到下面式子

$$\varphi[s_j(t), s_{M-1-j}(t)] = \varphi[s_i(t+\tau), s_{M-1-i}(t+\tau)] \qquad (10)$$

有 $s_{M-1-j}(t) = s_{M-1-i}(t+\tau)$, $s_j(t) = s_i(t+\tau)$ 成立. 由于序列集 S 中序列都是移位不等价的, 故式(10)不能成立, 因此序列 s_i' 与 s_j' 移位不等价. 条件(3)满足. 定理成立.

定理 2 序列集 Q 是一个四元低相关区序列集, 参数为 LCZ$(2^n-1, M, T, 1)$.

证明 由于序列集 S' 包含 M 个移位不等价的序列, 所以序列集 Q 也包含 M 个位移不等价序列, $N = 2^m-1$. 设 $q_i, q_j \in Q$, 计算互相关函数, 由引理 2 可得

$$R_{q_i, q_j}(\tau) = \begin{cases} 2^{n-m} R_{s_i', s_j'}(d) + 2^{n-m} - 1, & \tau = dT \\ 2^{n-2m}(I(s_i')+1)(I^*(s_j')+1) - 1, & \text{else} \end{cases} \qquad (11)$$

若 $i = j$, 由引理 5 可知 $I(s_i') = -1$, 序列 q_i 的自相关函数为

$$R_{q_i}(\tau) = \begin{cases} 2^n - 1, & \tau = 0 \\ -1, & \tau = dT \neq 0 \\ -1, & \text{else} \end{cases} \qquad (12)$$

若 $i \neq j$, 由引理 5 可知 $I(s_i') = -1$, $I(s_j') = -1$, $R_{s_i', s_j'}(0) = -1$. 序列 q_i 和 q_j 的互相关函数为

$$R_{q_i, q_j}(\tau) = \begin{cases} -1, & \tau = 0 \\ 2^{n-m} R_{s_i', s_j'}(d) + 2^{n-m} - 1, & \tau = dT \neq 0 \\ -1, & \text{else} \end{cases} \qquad (13)$$

可见序列集 Q 中序列自相关函数和互相关函数都存在一个长度为 T 的低相关区, 定理成立.

交织构造法有两个关键技术, 分别是移位序列构造法和基序列集构造法. 文献[11,12]利用理想自相关序列为基序列, 通过构造移位序列得到了参数可灵活设定低零相关区序列集, 其移位序列长度为 2. 与文献[11,12]不同, 本文利用迹函数得到移位序列, 移位序列长度为 $T = (2^n-1)/(2^m-1)$. 本文着重于基序列集的构造, 通过构造满足条件的四元基序列集从而交织得到四元 LCZ 序列集. 下节给出几种满足条件的四元基序列集构造方法.

4 四元基序列集构造法

文献[5]分别利用 Legendre 序列和二元伪随机序列构造了两种二元基序列集. 基于这些二元基序列集可以得到下面四元基序列集.

构造法 1 设 m 为一个整数, $m > 3$ 且 2^m-1 是一个素数. 设 $l = (l(0), l(1), \cdots, l(2^m-2))$ 是一个 Legendre 序列. 如下构造一个二元序列集 $S = \{s_i | 0 \leqslant i \leqslant 2^{m-1}-1\}$.

$$s_i(t) = \begin{cases} l(t), & i = 0 \\ l(t) + l(t+i), & 1 \leqslant i \leqslant 2^{m-1}-1 \end{cases} \qquad (14)$$

构造四元序列集 $S' = \{s_i' | 0 \leqslant i \leqslant 2^{m-1}-1\}$, 其中, $s_i'(t) = \varphi[s_i(t), s_{2^{m-1}-1-i}(t)]$, 序列长度为 $N = 2^m-1$. 得到的序列集 S' 满足引理 3 条件.

推论 1 利用方法 1 得到的序列集 S' 可以构造参数为 LCZ$(2^n-1, 2^{m-1}, (2^n-1)/(2^m-1), 1)$ 的四元低相关区序列集.

构造法 2 设 $m_1 = (m_1(0), m_1(1), \cdots, m_1(2^m\text{-}2))$ 和 $m_2 = (m_2(0), m_2(1), \cdots, m_2(2^m\text{-}2))$ 是两个长度为 2^m-1 的二元伪随机序列, 线性复杂度分别为 L_1 和 L_2. 当 m_1, m_2 移位等价时, 线性复杂度满足 $L_1 = L_2 < 2^{m-1}$. 当 m_1, m_2 移位不等价时, 线性复杂度满足 $L_1 + L_2 + \max(L_1, L_2) < 2^m - 1$. 如下构造一个二元序列集 $S = \{s_i | 0 \leqslant i \leqslant 2^{m+1}-2\}$, 其中每个序列长度为 $2^{m+1}-1$.

当 $0 \leqslant i \leqslant 2^m-2$ 时,

$$s_i(t) = \begin{cases} m_1(t+i), & 0 \leqslant t \leqslant 2^m-2 \\ 0, & t = 2^m-1 \\ m_2(t-1-i), & 2^m \leqslant t \leqslant 2^{m+1}-2 \end{cases} \qquad (15)$$

当 $2^m-1 \leqslant i \leqslant 2^{m+1}-3$ 时

$$s_i(t) = \begin{cases} m_1(t+i), & 0 \leqslant t \leqslant 2^m-2 \\ 1, & t = 2^m-1 \\ m_2(t-1-i)+1, & 2^m \leqslant t \leqslant 2^{m+1}-2 \end{cases} \qquad (16)$$

$$s_{2^{m+1}-2}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant t \leqslant 2^m-2 \\ 1, & 2^m-1 \leqslant t \leqslant 2^{m+1}-2 \end{cases} \qquad (17)$$

构造四元序列集 $S' = \{s_i' | 0 \leqslant i \leqslant 2^{m+1}-2\}$, 其中, $s_i'(t) = \varphi[s_i(t), s_{2^{m+1}-2-i}(t)]$, 序列长度 $N = 2^{m+1}-1$. 则序列集 S' 满足引理 3 条件.

推论 2　利用方法 2 得到的序列集 S' 可以构造参数为 LCZ$(2^n-1,2^{m+1}-1,(2^n-1)/(2^{m+1}-1),1)$ 的四元低相关区序列集.

文献[6]利用二元伪随机序列构造了一类二元基序列集.对应可以得到下面结论.

构造法 3　设 a 是一个长度为 N 的二元 m 序列,线性复杂度为 $L<2^{m-1}$,$N=2^m-1$.令 $(m+1)\mid n$.构造基序列集 S 如下:

利用序列 a 的移位等价序列构造得到含有 $2^{m+1}-1$ 个长度为 $2^{m+1}-1$ 序列的序列集 $S=\{S_i,0\leqslant i\leqslant 2^{m+1}-2\}$,具体过程如下:

当 $0\leqslant i\leqslant 2^m-2$ 时,令 $0\leqslant t_1\leqslant 2^m-2$,

$$s_i(t)=\begin{cases}a(t_1+i), & t=2t_1\\ a(t_1+N-1-i), & t=2t_1+1\\ 0, & t=2^{m+1}-2\end{cases}\tag{18}$$

当 $2^m-1\leqslant i\leqslant 2^{m+1}-3$ 时,令 $0\leqslant t_1\leqslant 2^m-2$,

$$s_i(t)=\begin{cases}a(t_1+i\bmod(2^m-1)), & t=2t_1\\ a(t_2)+1, & t=2t_1+1\\ 1, & t=2^{m+1}-2\end{cases}\tag{19}$$

其中,$t_2=t_1+N-1-i(\bmod 2^m-1)$.

当 $i=2^{m+1}-2$ 时,令 $0\leqslant t_1\leqslant 2^m-2$

$$s_{2^{m+1}-2,t}=\begin{cases}0, & t=2t_1\\ 1, & t=2t_1+1\\ 1, & t=2^{m+1}-2\end{cases}\tag{20}$$

构造四元序列集 $S'=\{s'_i\mid 0\leqslant i\leqslant 2^{m+1}-2\}$,其中 $s'_i(t)=\varphi[s_i(t),s_{2^{m+1}-2-i}(t)]$,序列长度为 $N=2^{m+1}-1$.得到的序列集 S' 满足引理 3 条件.

推论 3　利用方法 3 得到的序列集 S' 可以构造参数为 LCZ$(2^n-1,2^{m+1}-1,(2^n-1)/(2^{m+1}-1),1)$ 的四元低相关区序列集.

文献[3]研究了二元 Sylvester 型 Hadamard 矩阵的完全非循环特性,得到如下结论.

引理 5　阶数为 $2^m\times 2^m$ Sylvester 型 Hadamard 矩阵去掉首行首列元素后的矩阵含有 2^m-m-1 个移位不等价序列.这 2^m-m-1 个序列组成的序列集满足引理 3 的条件.当 $m\geq 4$ 时,可以得到一个 $2^m\times 2^m$ 阶的完全非循环 Hadamard 矩阵.

推论 4　利用一个阶数为 $2^m\times 2^m$ Sylvester 型 Hadamard 矩阵可以构造出一个含有 2^m-m-1 个序列的四元基序列集,序列长度为 2^m-1.根据定理 2 可以构造出四元低相关区序列集,参数为 LCZ$(2^n-1,2^m-m-1,(2^n-1)/(2^m-1),1)$.当 $m\geq 4$ 时,根据引理 6 可得到含有 2^m-1 个序列的四元基序列集,序列长度为 2^m-1.根据定理 2 可对应得到 LCZ$(2^n-1,2^m-1,(2^n-1)/(2^m-1),1)$ 四元序列集.

5　四元 LCZ 序列集参数分析与实例

对于推论 2 和推论 3 得到的四元 LCZ 序列集,其参数为 $(2^n-1,2^{m+1}-1,(2^n-1)/(2^{m+1}-1),1)$,其中 $(m+1)\mid n$.将 $N=2^n-1$,$M=2^{m+1}-1$,$\xi=1$ 代入引理 4 不等式可得 $Z\leqslant\dfrac{2^n}{2^{m+1}-1}$.因为 Z 为整数,上式进一步得

$$Z\leqslant\left\lfloor\frac{2^n}{2^{m+1}-1}\right\rfloor=\frac{2^n-1}{2^{m+1}-1}=T\tag{21}$$

因此推论 2 和推论 3 得到的四元 LCZ 序列集参数达到理论界限.同样可以证明推论 4 中,当 $m\geq 4$ 时,得到的参数为 $(2^n-1,2^m-1,(2^n-1)/(2^m-1),1)$ 的四元 LCZ 序列集同样是最佳的.

表 1　四元 LCZ 序列集构造方法的比较

构造法	序列集参数	参数是否最佳
文献[7]	$(ML+r,M,L,1)$	否
文献[8]	$\left(2^n-1,2^m-1,\frac{2^n-1}{2^m-1},1\right)$	是
文献[9]	$\left(2(2^n-1),2(2^m-1),\frac{2^n-1}{2^m-1},2\right)$	是
推论 1	$\left(2^n-1,2^{m-1},\frac{2^n-1}{2^m-1},1\right)$	否
推论 2	$\left(2^n-1,2^{m+1}-1,\frac{2^n-1}{2^{m+1}-1},1\right)$	是
推论 3	$\left(2^n-1,2^{m+1}-1,\frac{2^n-1}{2^{m+1}-1},1\right)$	是
推论 4	$\left(2^n-1,2^m-m-1,\frac{2^n-1}{2^m-1},1\right)$	否
推论 4	$m\geq 4\left(2^n-1,2^m-1,\frac{2^n-1}{2^m-1},1\right)$	是

表 1 对现有的几种四元 LCZ 序列集构造方法进行对比.由表 1 可见,与文献[7]构造法相比,本文得到的四元 LCZ 序列集具有更好的参数,一些情况下达到了理论界限.文献[8,9]分别构造了具有最佳参数的四元 LCZ 序列集.与文献[8,9]方法相比,由于本文方法利用现有的二元基序列集为基础,因此可以构造出更多新的四元 LCZ 序列集.

下面给出几个构造四元 LCZ 序列集实例.

例 1　设 $m=3$,由构造法 3 可得四元基序列集如下:

$$s'_0=(300303312112122)$$

$s'_1 = (113023212201303)$

$s'_2 = (121332012320031)$

$s'_3 = (312230110233012)$

$s'_4 = (132210312033210)$

$s'_5 = (323112010302231)$

$s'_6 = (331021210021323)$

$s'_7 = (200202220220200)$

$s'_8 = (113023230023121)$

$s'_9 = (121332030102213)$

$s'_{10} = (312230132011230)$

$s'_{11} = (13221033021103)$

$s'_{12} = (323112032120013)$

$s'_{13} = (331021232203101)$

$s'_{14} = (100101132332322)$

利用上面给出的四元基序列集,可以交织构造出参数为 LCZ(2^n-1,15,$(2^n-1)/15$,1)的四元低相关区序列集,其中 $4|n$.

例 2 设 $m=3$,阶数为 8×8 的二元 Sylvester 型 Hadamard 矩阵将首行首列元素去掉后含有下面 4 个移位不等价序列.

$s_0=(0110011)$; $s_1=(1010101)$

$s_2=(0001111)$; $s_3=(1101001)$

构造四元基序列集为

$s'_0=(1231032)$; $s'_1=(3031212)$

$s'_2=(1013232)$; $s'_3=(3213012)$

选取移位序列 $e=(\infty,3,6,5,5,2,3,5,3)$,构造四元 LCZ(36,4,9,1)序列集: $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$

$q_0=$(011332131020111212033002303012333131001221020032110313023223222)

$q_1=$(031332333002113010031220323012113111023221222010332131023001202)

$q_2=$(013112111002331030013220121032331333021223222030112313021003202)

$q_3=$(033112313020333232011002101032111313003223020012330131021221222).

部分相关函数如下:

$R_{q_0}(\tau)=(63,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-17,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,15-16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-15+16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-17,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1)$;

$R_{q_0,q_1}(\tau)=(-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,15-16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,15+16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,31+16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1)$

$R_{q_0,q_2}(\tau)=(-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,15+32i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-17,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,15-16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,15-16i,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,15,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-15,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1)$

6 结束语

本文给出了一类四元 LCZ 序列集构造方法,首先利用逆 Gray 映射构造了一类满足一定条件的基序列集,从而利用交织法得到四元 LCZ 序列集.基于已有的二元基序列集做为初始序列,得到的序列集具有较好的参数,一些情况下参数达到最佳.因此本文方法可以为准同步 CDMA 系统提供更多的四元 LCZ 序列集.

参考文献

[1] Udaya P, Tang X H. Low correlation zone sequences from interleaved construction[J]. IEICE Trans Fundamentals, 2010, E93-A(11): 2220 – 2226.

[2] Gong G, Golomb S W, Song H Y. A note on low correlation zone signal sets[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2007, 53(7): 2575 – 2581.

[3] Tang X H, Udaya P. On the noncyclic property of Sylvester Hadamard matrices[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2010, 56(9): 4653 – 4658.

[4] Xu C Q, Li Y B, Liu K, et al. Construction of optimal low correlation zone sequence sets based on DFT matrices[J]. IEICE Trans Fundamentals, 2012, E95-A(10): 1796 – 1800.

[5] Jang J W, No J S, Chung H, et al. New sets of optimal p-ary low-correlation zone sequences[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2007, 53(2): 815 – 821.

[6] 李玉博,许成谦.二元最佳低相关区序列集构造法[J].通信学报,2011,32(10):99 – 106.
Li Y B, Xu C Q. Construction of optimal binary low-correlation zone sequence sets[J]. Journal on Communications, 2011, 32(10): 99 – 106. (in Chinese)

[7] Chung J H, Yang K. New design of quaternary low-correlation zone sequence sets and quaternary hadamard matrices[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2008, 54(8): 3733 – 3737.

[8] Kim S H, Jang J W. New constructions of quaternary low correlation zone sequences[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2005, 51(4): 1469 – 1477.

[9] Özbudak F, Saygı E, Saygı Z. A new class of quaternary LCZ sequence sets[J]. Des Codes Cryptogr, 2012, 62(2): 189 – 198.

[10] Tang X H,Fan P Z.Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low and zero correlation zone [J].Elect Letters,2000,36:551 – 552.

[11] 李玉博,许成谦.交织法构造最佳或几乎最佳低零相关区序列集[J].电子与信息学报,2011,33(3):549 – 554.
Li Y B,Xu C Q.Construction of optimal or amost optimal sequence sets with zero or low correlation zone based on interleaving technique [J].Journal of Electronics and Information Technology,2011,33(3):549 – 554.(in Chinese)

[12] 李玉博,许成谦.交织法构造移位不等价的 ZCZ/LCZ 序列集[J].电子学报,2011,39(4):796 – 802.
Li Y B,Xu C Q.Construction of cyclically distinct ZCZ/LCZ sequence sets based on interleaving technique [J].Acta Electronica Sinica,2011,39(4):796 – 802.(in Chinese)

作者简介

李玉博　男,1985 年生,河北衡水人.2007 年毕业于燕山大学电子信息工程专业,现为燕山大学电子与通信工程系讲师,主要研究方向为扩频序列设计.
E-mail:liyubo6316@163.com

许成谦　男,1961 年生,陕西城固人.1997 年获北京邮电大学信号与信息处理专业博士学位.现为燕山大学教授、博士生导师.主要研究方向为编码理论、密码学、信号设计等.
E-mail:cqxu@ysu.edu.cn