

零折射率超材料加载 WGM 介质环的传输特性

曹斌照^{1,2,3}, 梁文娟², 邓启敏²

(1. 太原理工大学物理与光电工程学院, 山西太原 030024; 2. 兰州大学信息科学与工程学院, 甘肃兰州 730000;
3. 新型传感器与智能控制教育部重点实验室, 山西太原 030024)

摘 要: 本文对零折射率超材料中加载 WGM 介质环的传输特性进行了理论分析. 基于二维场问题, 通过理论计算植入零折射率超材料中的介质环所产生的 WGM 的谐振频率, 得出发生全反射的条件, 并分析了特定模式下的传输特性. 同时, 讨论了磁导率 $\mu_x \rightarrow 0$ 的超材料中 WGM 对传输系数的影响, 得到全透射的效果. 通过用 COMSOL 对理论模型进行仿真, 验证了其正确性. 本文的结论在电磁传感器、聚能及其隐身等方面有着重要的应用价值.

关键词: 零折射率超材料; 回音壁模; 传输特性

中图分类号: TN814

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2015)01-0099-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.01.016

Transmission Characteristics of Zero Index Metamaterials Loaded with WGM Ring

CAO Bin-zhao^{1,2,3}, LIANG Wen-juan², DENG Qi-min²

(1. College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China;

2. School of Information Science and Engineering, Lanzhou University, Lanzhou, Gansu 730000, China;

3. Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control System, Ministry of Education, Taiyuan, Shanxi 030024, China)

Abstract: The transmission characteristics of zero index metamaterials loaded with WGM (Whispering Gallery Mode) ring is studied theoretically in this paper. Based on two-dimensional situation, through calculating the resonant frequencies of the WGM placed into the zero index metamaterials, the condition of total reflection is obtained, and the characteristics of the certain mode are studied. Furthermore, the effect to transmission characteristics of the $\mu_x \rightarrow 0$ metamaterials loaded with WGM ring is explored, and perfect transmission can be realized. Its correctness is proved by simulation using COMSOL. The conclusion has important value in applications for sensor, gathering energy, and cloaking objects etc.

Key words: zero index metamaterials; WGM; transmission characteristics

1 引言

介电常数和磁导率是用于描述物质电磁性质的基本物理量, 决定着电磁波在物质中的传播特性. 迄今为止, 自然界中天然物质的介电常数和磁导率绝大多数均大于或等于 1. 1968 年, Veselago 提出了一种同时具有负介电常数和负磁导率的假想材料^[1], Pendry^[2,3] 和 Smith^[4,5] 通过细金属丝 (Strip Wire, SW) 和开口环 (Split Resonator Ring, SRR) 的周期排列的人工结构首次实现了双负超材料 (Double Negative Metamaterials, DNM). 自此, 超材料的研究进入了一个快速发展阶段^[6~10]. 在众多的超材料类型中, 零折射率超材料由于其独特的性能受到了广泛关注和研究^[11~25]. 零折射率超材料的一系列

设计方案亦已提出^[11~13], 诸多应用被挖掘. 例如超耦合效应^[14,15], 弯曲波导的完美传输^[16], 辐射场整形^[17,18], 能量合成^[19,20], 零材料中的狄拉克点^[21], 光子颤振效应^[22] 及通过其内加载介质缺陷实现全透射和全反射^[23~25] 等等.

回音壁模 (Whispering Gallery Mode, WGM) 是 1910 年由 Lord Rayleigh 在声学场研究中首先发现的^[26]. 后来的研究发现回音壁模在光电子学、电子电动力学^[27,28] 中都有着潜在的应用. 近年来, 对于回音壁模在传感中的应用研究备受关注^[29,30]. 黄铭等人^[31,32] 提出了基于 WGM 的双负介电常数/负磁导率超材料传感器, 提高了传感器的性能.

迄今为止, 在零折射率超材料中加载能够产生

WGM 的介质环对其内电磁波传输特性影响的研究尚未有过报道,而对这一问题的研究在电磁传感器、聚能及其隐身等方面具有潜在的应用价值.因此,本文将针对此问题开展探究.我们首先通过理论分析求得 WGM 的谐振频率,并分析在特定模式下的传输特性,得到发生全反射的条件;同时,对磁导率 $\mu_x \rightarrow 0$ 的超材料中 WGM 模的传输特性进行了分析,从而为进一步开展实验奠定了理论基础.

2 模型设计和理论分析

为便于分析,本文所讨论的问题仅限于二维情形.在传统的圆柱形 WGM 介质环结构中,电磁波在介质-空气界面上发生全反射,介质圆柱中的 WGM 是沿着介质柱面内传播,大部分能量束缚在柱面和焦散面之间^[33].根据电磁理论,介质柱中的 m 次谐波可表示为

$$\varphi_m = [A_m J_m(kr) + B_m Y_m(kr)] e^{\pm j m \theta} \quad (1)$$

其中, $J_m(x)$ 、 $Y_m(y)$ 分别为 m 阶贝塞尔函数、诺依曼函数; k 为介质中的波数, r 为矢径的大小.对于 WGM 模, m 是一个较大的整数,故模场在焦散面和介质柱面的区域内振荡,而在外部则为倏逝波.

零折射率超材料中置入 WGM 介质环的几何模型如图 1 所示.其中,上、下极板为完美磁导体(PMC),填充着空气的区域 1、区域 3 被区域 2 分开.零折射率超材料(ϵ_3, μ_3)中放置中心含绝缘介质(ϵ_1, μ_1)的介质环(ϵ_2, μ_2)构成区域 2, 圆环的内、外半径分别为 a 、 b .假设以 TE 极化的波的电场 $\mathbf{E} = E_0 e^{j(k_0 x - \omega t)} \mathbf{e}_z$ 从平面波导

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} J_m(k_1 a) & -J_m(k_2 a) & -Y_m(k_2 a) & 0 \\ k_1 J'_m(k_1 a)/\mu_{r1} & -k_2 J'_m(k_2 a)/\mu_{r2} & -k_2 Y'_m(k_2 a)/\mu_{r2} & 0 \\ 0 & J_m(k_2 b) & Y_m(k_2 b) & -H_m^{(1)}(k_3 b) \\ 0 & k_2 J'_m(k_2 b)/\mu_{r2} & k_2 Y'_m(k_2 b)/\mu_{r2} & -k_3 H_m^{(1)'}(k_3 b)/\mu_{r3} \end{bmatrix}$$

方程(5)有非零解的条件是 $|\mathbf{M}| = 0$. 求解该方程即可得到谐振频率.

3 仿真结果和分析

作为一个例子,选取 $a = 12\text{mm}$, $b = 15\text{mm}$, $\epsilon_{1r} = 1.5$, $\epsilon_{2r} = 5$, $\mu_{1r} = \mu_{2r} = 1$, $\epsilon_{3r} = \mu_{3r} = 0.001$, 用 MATLAB 和 COMSOL MULTIPHYSICS 软件分别进行数值计算和仿真,得到了 WGM 模式数为 $m = 11, 12, 13, 14$ 和 15 的理论谐振频率(f_i)和仿真频率(f_s),如表 1 所示.从表 1 中可以看到,仿真频率和理论频率非常吻合,从而验证了上述理论的正确性.

做进一步分析,不妨取 WGM 环模数 $m = 15$ 的谐振频率 27.593GHz 为入射波的频率.用 COMSOL 对图 1 结构进行仿真,得到电场分布及其对应的场值曲线,如图

左端口垂直入射,区域 2 中各小区域电场的 z 分量表达式为^[34]

$$E_z^{(1)}(r, \theta) = A_m J_m(k_1 r) e^{\pm j m \theta} \quad (r < a) \quad (2)$$

$$E_z^{(2)}(r, \theta) = [B_m J_m(k_2 r) + C_m Y_m(k_2 r)] e^{\pm j m \theta} \quad (a < r < b) \quad (3)$$

$$E_z^{(3)}(r, \theta) = D_m H_m^{(1)}(k_3 r) e^{\pm j m \theta} \quad (r > b) \quad (4)$$

式中, $H_m^{(1)}$ 为第一类汉克尔函数; A_m , B_m , C_m 和 D_m 为待定常数; $k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$, $k_2 = \omega \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$, $k_3 = \omega \sqrt{\epsilon_3 \mu_3}$ 分别为对应于区域 2 中由内到外三层的波数.对于无限长的介质波导,波沿 z 轴截止,故传播常数 $\beta = 0$.

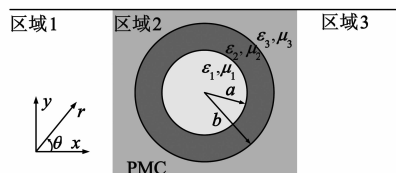


图1 零折射率超材料中WGM的模型

需要指出的是,对于零折射率区域,由于 $\epsilon_3 \rightarrow 0$, $\mu_3 \rightarrow 0$, 根据麦克斯韦方程 $\nabla \times \mathbf{H} = -j\omega\epsilon\mathbf{E}$, $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$, \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 在空间为准静态分布,即电磁场均可近似为常数.

利用 $r = a$ 与 $r = b$ 的边界条件: $E_z^{(1)} = E_z^{(2)}$, $E_z^{(2)} = E_z^{(3)}$, $H_\theta^{(1)} = H_\theta^{(2)}$, $H_\theta^{(2)} = H_\theta^{(3)}$, 可得

$$\mathbf{M} [A_m, B_m, C_m, D_m]^T = 0 \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} J_m(k_1 a) & -J_m(k_2 a) & -Y_m(k_2 a) & 0 \\ k_1 J'_m(k_1 a)/\mu_{r1} & -k_2 J'_m(k_2 a)/\mu_{r2} & -k_2 Y'_m(k_2 a)/\mu_{r2} & 0 \\ 0 & J_m(k_2 b) & Y_m(k_2 b) & -H_m^{(1)}(k_3 b) \\ 0 & k_2 J'_m(k_2 b)/\mu_{r2} & k_2 Y'_m(k_2 b)/\mu_{r2} & -k_3 H_m^{(1)'}(k_3 b)/\mu_{r3} \end{bmatrix}$$

2 所示.可以看到,介质环内出现 $\text{TE}_{1,15}$ 模,介质环外所在的零折射率超材料(ϵ_3, μ_3)中场表达式(4)接近于 0,且电磁波在其中传播的波长为无穷大,相位变化趋于零(即同一时刻,电磁场的幅值几乎相同),出射波的波前将平行于界面,故区域 3 的场值约等于 0,如图 2 中场值曲线所示.从理论上讲,当入射波的频率等于谐振频率时,介质环内处于谐振状态,电磁能量被束缚,而环外的零折射率材料中电场几乎为零,入射波被阻挡,从而可以实现全反射.

表 1 理论谐振频率(f_i)和仿真频率(f_s)比较

	11	12	13	14	15
f_i (GHz)	21.554	23.073	24.585	26.089	27.593
f_s (GHz)	21.544	23.064	24.576	26.085	27.591

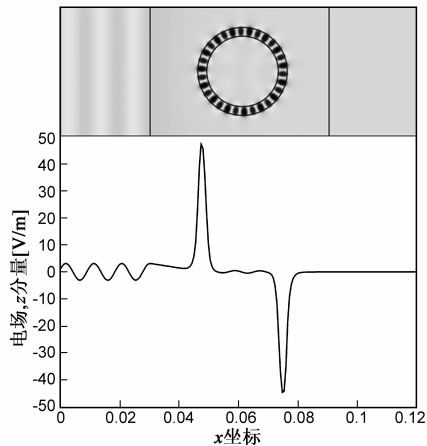


图2 $m=15$ 时 WGM环内电场分布及其场值曲线

图 3 为 $m = 15$ 时 WGM 模式的谐振频率偏移图. 图中横坐标为入射波的频率, 纵坐标为透射系数. 改变模型区域 2 中介质环所包含介质的介电常数 ϵ_1 从左至右分别为 1.58、1.56、1.54、1.52 和 1.50, 可以看到谐振频率随着 ϵ_1 的增大而减小, 这是因为谐振频率 $f \propto 1/\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$, ϵ_{eff} 为等效介电常数. 平均谐振频率偏移约为 0.1GHz. 所以, WGM 环置于零折射率超材料中具有作为传感器的潜在应用.

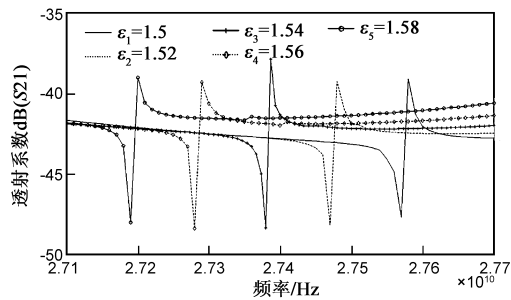


图3 谐振频率偏移图

图 4 给出了该模型的电能密度仿真结果, 可以看出环形谐振器形成高次 WGM 模, 将能量聚集于环中, 故此模型也可以用来聚能. 另外, 如果将介电常数为 1 的心形绝缘介质放入区域 2 中心, 如图 5 所示, 可以看到区域 3 中场值为 0, 这说明 WGM 环对所包围在其中的物体实现了隐身. 这是由于介质环将能量束缚环中, 而进入环内的电场甚小, 因此其中的物体对整个系统的场分布的影响微乎其微.

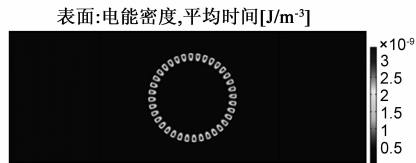


图4 电能密度图

此外, 我们进一步探讨了各向异性零折射率材料对传输特性的影响. 在区域 2 中填充磁导率沿 x 方向近零的零折射率超材料, 磁导率的张量可由以下对角矩阵表示

$$\mu_{3r} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

区域 2 内零折射率材料中的电磁场方程应为 $\nabla \times \mathbf{E}^{(3)} = j\omega \hat{\mu}_3 \cdot \mathbf{H}^{(3)}$, 取其他电磁参数为 $\epsilon_{1r} = 1.5$, $\epsilon_{2r} = 5$, $\mu_{1r} = \mu_{2r} = 1$, $\epsilon_{3r} = 1$. 在磁导率沿 x 方向近零的零折射率超材料区域, E_z 沿 y 方向不变, 故电场可穿透区域 2, 到达区域 3. 介质环谐振时产生高次 WGM 模将能量束缚于其中的同时还实现完美透射, 如图 6 所示. 为了研究介质环中产生高次 WGM 的规律, 我们给出了模型的透射系数的频谱图, 如图 7 所示. 由于磁导率沿 x 方向近零的零折射率超材料的作用, 除了介质环发生完全谐振时, 透射系数通常很大.

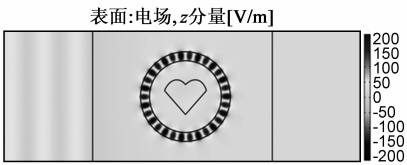


图5 填充心形绝缘介质电场分布图

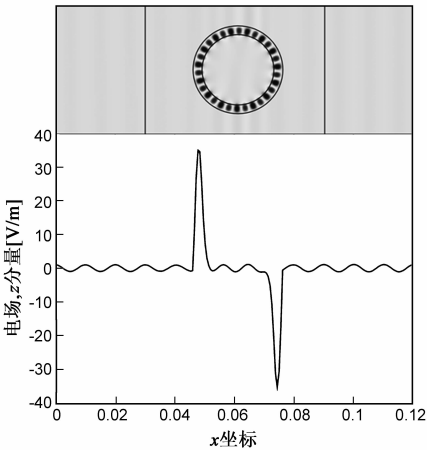


图6 $\mu_x \rightarrow 0$ 的超材料仿真模型的电场分布及场值曲线

对于 TM 极化, 根据对偶原理, 可得到类似的结果.

4 结论

本文主要分析了各向同性零折射率超材料和 $\mu_x \rightarrow 0$ 的超材料中 WGM 模的传输特性, 得到实现全反射的条件以及在一定条件下可以实现完美透射的效果. 这对于在传感器、聚能及隐身环内物体等方面的应用研究有着重要的价值.

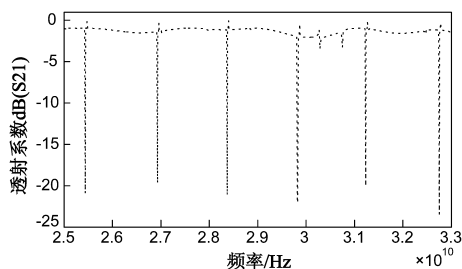


图7 透射系数的频谱图

参考文献

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. Soviet Physics Uspekhi, 1968, 10(4): 509 – 514.
- [2] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J, Youngs I. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures[J]. Physical Review Letters, 1996, 76(25): 4773 – 4776.
- [3] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, Stewart W J. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1999, 47(11): 2075 – 2084.
- [4] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser S C, Schultz S. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(18): 4184 – 4187.
- [5] Shlby R, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. Science, 2001, 292(5514): 77 – 79.
- [6] Eleftheriades G V, Balmain K G, Eds. Negative-Refractive Metamaterials: Fundamental Principles and Applications[M]. USA: John Wiley & Sons, 2005. 25 – 32.
- [7] Engheta N, Ziolkowski R W, Eds. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations[M]. USA: John Wiley & Sons, 2006. 180 – 193.
- [8] 赵晖, 崔铁军. 基片集成波导中的混合左右手结构及其应用[J]. 电子学报, 2007, 35(6A): 108 – 111.
Zhao Hui, Cui Tie-jun. Compositeright/left handed structure realized by substrate integrated waveguide and its applications[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6A): 108 – 111. (in Chinese)
- [9] 程强, 林先其, 秦瑶, 等. 平面左手结构在微波器件及天线设计中的应用[J]. 电子学报, 2007, 35(6A): 118 – 126.
Cheng Qiang, Lin Xian-qi, Qin Yao, et al. Application of planar left-handed circuits on the design of microwave components and antennas[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(6A): 118 – 126. (in Chinese)
- [10] Zhong Lei Mei, Tie Jun Cui. Transformation electromagnetics and its applications[J]. International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering, 2012, 2(4): 496 – 511.
- [11] Richard W Ziolkowski. Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction[J]. Physical Review E, 2004, 70(4): 046608.
- [12] Gingrich M A, Werner D H. Synthesis of low/zero index of refraction metamaterials from frequency selective surfaces using genetic algorithms[J]. Electronics Letters, 2005, 41(23): 1266 – 1267.
- [13] Silveirinha M, Engheta N. Design of matched zero-index metamaterials using nonmagnetic inclusions in epsilon-near-zero media[J]. Physical Review B, 2007, 75(7): 075119.
- [14] M Silveirinha, N Engheta. Theory of super coupling, squeezing wave energy and field confinement in narrow channels and tight bends using epsilon – near-zero metamaterials[J]. Physical Review B, 2007, 76(24): 245109.
- [15] Edwards B, Alù A, Young M E, et al. Experimental verification of epsilon-near-zero metamaterial coupling and energy squeezing using a microwave waveguide[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(3): 033903.
- [16] Jie Luo, Ping Xu, Huanyang Chen, Bo Hou, Lei Gao, Yun Lai. Realizing almost perfect bending waveguides with anisotropic epsilon-near-zero metamaterials [J]. Applied Physics Letters, 2012, 100(22): 221903.
- [17] Enoch S, Tayeb G, Sabouroux P, et al. A metamaterial for directive emission[J]. Physical Review Letters, 2002, 89(21): 213902.
- [18] Alù A, Silveirinha M G, Salandrino A, et al. Epsilon-near-zero metamaterials and electromagnetic sources: Tailoring the radiation phase pattern[J]. Physical Review B, 2007, 75(15): 155410.
- [19] Qiang Cheng, Ben Geng Cai, Wei Xiang Jiang, Hui Feng Ma, Tie Jun Cui. Spatial power combination within fan-shaped region using anisotropic zeroindex metamaterials [J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(14): 141902.
- [20] Qiang Cheng, Wei Xiang Jiang, Tie Jun Cui. Spatial power combination for omnidirectional radiation via anisotropic metamaterials[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(21): 213903.
- [21] Li-Gang Wang, Zhi-Guo Wang, Shi-Yao Zhu. Zitterbewegung of optical pulses near the Dirac point inside a negative-zero-positive index metamaterial[J]. Europhysics Letters, 2009, 86(4): 47008.
- [22] Fortuño F J R, Vakil A, Engheta N. Electric levitation using epsilon-near-zero metamaterials[J]. Classical Physics, 2013, (2): 5827.
- [23] Nguyen V C, Chen L, Halterman K. Total transmission and total reflection by zero index metamaterials with defects[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(23): 233908.
- [24] Jie Luo, Ping Xu, Lei Gao, Yun Lai, Huanyang Chen. Manip-

- ulate the transmissions using index-near-zero or epsilon-near-zero metamaterials with coated defects[J]. *Plasmonics*, June 2012, 7(2): 353-358.
- [25] Ying Wu, Jichun Li. Total reflection and cloaking by zero index metamaterials loaded with rectangular dielectric defects[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102(18): 183105.
- [26] Lord Rayleigh O M F R S. The problem of the whispering gallery[J]. *Philosophical Magazine S*, 1910, 20(120): 120 - 125.
- [27] D W Vernooy, A Furusawa, N Ph Georgiades, V S Ilchenko, H J Kimble. Cavity QED with high-Q whispering gallery modes[J]. *Physical Review A*, 1998, 57(4): 2293 - 2296.
- [28] 陈庆萍, 张雪霞. 矩形波导中圆柱介质谐振器的精确分析[J]. *电子学报*, 1992, 20(3): 52 - 58.
Chen Qing-ping, Zhang Xue-xia. Accurate analysis of cylindrical dielectric resonator in a rectangular waveguide[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1992, 20(3): 52 - 58. (in Chinese)
- [29] A Chiasera, Y Dumeige, P Féron, M Ferrari, Y Jestin, G Nunzi Conti, S Pelli, S Soria, G C Righini. Spherical whispering-gallery-mode microresonators[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2010, 4(3): 457 - 482.
- [30] Rivera-Perez E, Diez A, Andres M V, et al. Optical fiber whispering gallery modes resonances; applications[A]. *Proceedings of 15th International Conference on Transparent Optical Networks(ICTON)*[C]. USA: IEEE, 2013. 1 - 4.
- [31] Huang M, Yang J, Jun S, Mu S, Lan Y. Simulation and analysis of a metamaterial sensor based on a microring resonator[J]. *Sensors*, 2011, 11(6): 5886 - 5899.
- [32] Yang J J, Huang M, Chen D Z. Surface WGM sensor based on a cylindrical dielectric waveguide[J]. *Laser Physics Letters*, 2013, 10(1): 015901.
- [33] 李英. 电磁介质谐振器理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 1988.
- [34] Yeh C, Shimabukuro F. The Essence of Dielectric Waveguides[M]. New York, USA: Springer, 2008.

作者简介



曹斌照(通信作者) 男, 1967年9月出生, 山西临县人, 副教授、硕导. 1990年、2003年和2006年分别在山西大学、兰州大学获理学学士、硕士和博士学位. 主要从事电磁场理论与微波技术、超电磁材料及应用的研究.

E-mail: caobinzhao@lzu.edu.cn



梁文娟 女, 1988年7月出生, 四川省遂宁市人. 2010年毕业于中国矿业大学, 获工学学士学位. 现为兰州大学无线电物理专业硕士生, 研究方向为超电磁材料及应用.

E-mail: liangwen710@126.com