

一种新的并行交替采样系统误差估计方法

马 仑^{1,2}, 廖桂生², 杨 鹏¹, 明 洋¹

(1. 长安大学信息工程学院, 陕西西安 710064; 2. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 并行交替采样系统的性能依赖于各通道的精确配合, 相对于传统单通道采样系统, 其面临更多的系统误差源. 未补偿的失配误差将导致采样波形非线性失真、输出信噪比降低以及无伪峰动态范围损失等. 本文提出了一种新的并行交替采样系统误差校正方法, 在频域利用相邻频率点输出矢量对应信号子空间的旋转关系和正交投影矩阵的唯一性, 实现增益误差以及时基误差的精确估计. 该方法无需迭代, 估计精度较高, 对噪声以及偏置误差稳健, 并且可以同时完成信号重构. 仿真数据的处理结果验证了本文方法的有效性.

关键词: 并行交替采样; 模数转换器; 时基误差; 增益误差; 旋转不变性

中图分类号: TN957.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)05-0912-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.05.012

A Novel Multi-Channel Mismatch Estimation Method for Parallel Time-Interleaved System

MA Lun^{1,2}, LIAO Gui-sheng², YANG Peng¹, MING Yang¹

(1. School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China;

2. National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A major bottleneck in realizing a time-interleaved system is mismatches among the sub-ADCs, which may greatly degrade the receiver performance. In this paper, we investigated a novel mismatch estimation method, in which the coupling between time errors and gain errors is solved by using the rotational relationship between the signal subspaces with respect to two adjacent frequency bins. The decoupled mismatch errors can be estimated accurately free of iteration. Moreover, the presented method is robust to residual offset errors and system noise. The effectiveness of the proposed approach is verified by simulated data.

Key words: time-interleaved sampling; analog-to-digital converter (ADC); timing mismatch; gain mismatch; Rotational invariance

1 引言

对中频甚至射频信号直接数字化, 能够简化现代宽带雷达、通信系统的电路结构, 同时减小信号失真、提高信噪比. 这对模数转换器(ADC)的性能提出了较高要求. 然而, 由于当前芯片工艺的限制, 单片ADC采样速率的提高将伴随着量化精度以及时钟稳定性的下降^[1], 这将加剧孔径抖动并导致信噪比降低. 这一设计瓶颈严重制约着宽带接收机的处理性能.

并行交替采样, 即前端采用多片ADC并行逐次采样, 后端串行多路复用, 可以有效解决以上矛盾^[2]. 但是, 由于其依赖各通道间的精确配合, 相对于单片ADC采样, 该技术需要考虑更多的系统误差. 受芯片制造工

艺、时钟分布网络、寄生效应以及信号传输时延等因素的影响, 并行交替采样系统的性能主要受以下三类误差源的制约^[2], 即由并行通道间采样时钟相位不精确导致的相邻通道采样间隔非均匀, 称为时基误差; 因通道不一致导致的不同通道间的模拟输入与数字输出的增益差异, 称为增益误差; 由各通道的接地电平不一致引起的各通道幅度偏置常量, 称为偏置误差.

随着并行交替采样技术在高速采样领域受到越来越多的关注, 对于失配误差的估计与补偿已经成为当前的研究热点. 早期误差估计方法, 如信号谱分析法^[3], 相关法^[4], 参数模型法^[5], 查表法^[6]等大都要求频谱纯净的激励信号作为校正源, 估计过程复杂, 且误差参数变化后需要重新校正系统. 直接由采样信号估计失配误

差,能够降低系统复杂度、提高估计精度并且简化误差补偿.文献[7]利用接收矢量对应协方差矩阵的 Toeplitz 特性,通过迭代搜索时基误差的最优值.文献[8]以相邻通道数据矢量的互相关函数为代价函数,迭代搜索时基误差.文献[9]将复用信号转换为伪随机序列,利用双态马尔科夫链实现偏置误差的高精度估计.容易看出,以上方法大都针对某一种误差源,同时忽略其它失配因素的影响.这是由于除去偏置误差不依赖于输入信号,其它两种误差源与其直接相关,并且在失配误差的统计模型中存在耦合现象(下一节中将会详细介绍).文献[10]提出一种基于最小均方误差准则的自适应误差估计方法,将误差估计转化为多维非线性优化问题,分别对时基误差和增益误差进行迭代搜索.由于其未考虑噪声的影响,在低信噪比条件下估计精度将会下降,另外在迭代过程中容易陷入局部极小点.我们在文献[11]中提出一种基于子空间投影技术的误差估计方法,该方法将多通道频域采样输出看作阵列输出,利用多通道时延对应的线性相位矢量与由采样数据估计的噪声子空间的正交特性估计通道失配误差.但是,在估计过程中同样需要对增益与时基误差迭代.

为了克服迭代方法计算量大以及容易陷入局部最小值等缺点,通过对并行交替采样系统的数据模型进行深入分析,我们发现,相邻频率通道的频域线性相位矢量仅相差一个对角阵,该旋转矩阵仅由时基误差决定.基于以上特性,以及频域线性相位矢量与信号子空间的对应关系,本文提出了一种新的通道失配误差校正方法.该方法无需迭代,能够直接估计时基误差以及增益误差,并且对残余的偏置误差与噪声稳健.

2 误差统计模型和问题的提出

并行交替采样系统前端采用 M 片转换速率为 f_s 的 ADC 对宽带信号 $s(t)$ 进行逐次交替采样,理论上相邻通道采样时间间隔为 $\tau = 1/Mf_s$,后端利用串行多路复用使整个系统等效采样速率达到 Mf_s .第 m 通道 ($m = 0, 1, \dots, M-1$) 的实际采样输出序列可以写为^[3]:

$$\hat{s}_m(n) = g_m \cdot s(nT_s - m\tau - \Delta\tau_m) + o_m + e_m \quad (1)$$

其中 n 为采样单元序列号, $T_s = 1/f_s$, $\Delta\tau_m$ 为时延误差, g_m 为增益误差, o_m 为偏置误差, e_m 为加性白噪声.由于偏置误差可看作加性噪声^[10],其直流分量可以利用统计方法去除^[12],剩余扰动可与噪声项合并.将各通道采样后的数据做快速傅里叶变换(FFT)至频域可得:

$$\hat{S}_m(f) = g_m \cdot \sum_{i=-I}^I S_i(f) e^{-j2\pi(f+if_s)(m\tau + \Delta\tau_m)} + N_m(f) \quad (2)$$

频率 f 的取值范围为 $[-f_s/2, f_s/2]$,由于采用低速率 ADC,单个通道采样信号将发生频谱混叠, $2I$ 为混叠次数.式中 $S_i(f) = S(f + if_s)$, $S(f)$ 与 $s(t)$ 为傅里叶变

换对, $N_m(f)$ 为合并后噪声项的傅里叶变换.另外,指数项为各通道交替采样时延引起的线性相位项.由于线性相位仅取决于时延以及频率,容易看出,不同的混叠分量对应不同的线性相位.

将所有通道数据写为矢量形式,可以得到:

$$\hat{\mathbf{S}}(f) = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{P}(f) \cdot \mathbf{S}(f) + \mathbf{N}(f) \quad (3)$$

$$\text{其中 } \hat{\mathbf{S}}(f) = [\hat{S}_0(f), \hat{S}_1(f), \dots, \hat{S}_{M-1}(f)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{P}(f) = [\mathbf{p}_{-I}(f), \dots, \mathbf{p}_0(f), \dots, \mathbf{p}_I(f)] \quad (5)$$

$$\mathbf{S}(f) = [S_{-I}(f), \dots, S_0(f), \dots, S_I(f)]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{p}_i(f) = [1, e^{-j2\pi(f+if_s)(\tau + \Delta\tau_i)}, \dots, e^{-j2\pi(f+if_s)((M-1)\tau + \Delta\tau_{M-1})}]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{\Gamma} = \text{diag}\{1, g_1, \dots, g_{M-1}\} \quad (8)$$

$\text{diag}\{\cdot\}$ 与 $(\cdot)^T$ 分别表示矢量的对角化与转置操作,将 $\mathbf{p}_i(f)$ 称为第 i 个混叠分量的频域导向矢量.定义时延误差矢量 $\Delta\boldsymbol{\tau} = [0, \Delta\tau_1, \dots, \Delta\tau_{M-1}]^T$, 本文的目标即是对 $\Delta\boldsymbol{\tau}$ 与 $\mathbf{\Gamma}$ 进行精确估计.

由式(3)容易看出,在误差模型中, $\Delta\boldsymbol{\tau}$ 与 $\mathbf{\Gamma}$ 相互耦合,分别估计时将相互影响.为了解决以上问题,下一节将给出一种新的利用不同频率通道数据矢量消除 $\Delta\boldsymbol{\tau}$ 与 $\mathbf{\Gamma}$ 耦合影响的处理方法.在此之前,为了便于理解,首先给出频域数据矢量对应子空间的概念.根据式(3),对于任意频率点 f 的多通道输出矢量的协方差矩阵可以写为:

$$\mathbf{R}(f) = E\{\hat{\mathbf{S}}(f)\hat{\mathbf{S}}^H(f)\} \quad (9)$$

其中 $E\{\cdot\}$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示求数学期望以及矢量的共轭转置操作.基于式(3)描述的频域观测模型,首先在不考虑噪声的条件下,对式(9)进行特征分解(由于混叠分量来自不同频率, $\mathbf{P}(f)$ 是列满秩的, $\mathbf{R}(f)$ 的秩为 $2I+1$,这里假定 $2I+1 < M$) 将得到 M 个特征值,其中 $2I+1$ 个非零特征值记为 $\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_{2I+1}$.进一步考虑噪声的影响,假设 $2I+1$ 个混叠分量与噪声互不相关,另外,各通道加性噪声统计独立并具有近似相同的方差 σ^2 .基于以上假设, M 个特征值将分别为 $\lambda'_1 + \sigma^2, \lambda'_2 + \sigma^2, \dots, \lambda'_{2I+1} + \sigma^2, \sigma^2, \dots, \sigma^2$.考虑到实际中样本协方差矩阵估计以及各通道噪声方差的扰动,在信噪比足够高时(λ'_i 比 σ^2 明显大), M 个特征值将满足以下关系: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{2I+1} \gg \lambda_{2I+2} \approx \lambda_{2I+3} \approx \dots \approx \lambda_M$.

对于 $\mathbf{R}(f)$, M 个特征矢量是它的一组标准正交基^[13],它们的所有线性组合张成了 $\mathbf{R}(f)$ 的整个值域空间.根据子空间分解理论^[13,14], $\mathbf{R}(f)$ 可以分解为与信号、噪声相关的两部分,其中 $2I+1$ 个大特征值对应的特征向量张成的子空间即信号子空间, $M-2I-1$ 个小特征值对应的特征向量张成的子空间即噪声子空间.另外,基于以上混叠分量(即信号)与通道噪声相互独立的假设以及特征向量矩阵的酉特性,信号子空间与

噪声子空间相互正交,并且互为对方的正交补空间. Schmidt在文献[14]中指出,由信号真实导向矢量张成的空间称为信号子空间,与大特征值对应的特征矢量张成的空间相同,即含有失配误差的频域导向矢量(即真实导向矢量) $\mathbf{G} \cdot \mathbf{P}(f)$ 与由特征向量张成的信号子空间是同一空间,且与噪声子空间正交.

3 误差估计方法

考虑频率点 f 的临近通道 $f + \Delta f$,其中 Δf 为两通道的频率差,由上一节所述数学模型,频域输出矢量及其对应的协方差矩阵分别为:

$$\mathbf{S}(f + \Delta f) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{P}(f + \Delta f) \cdot \mathbf{S}(f + \Delta f) + \mathbf{N}(f + \Delta f) \quad (10)$$

以下为了便于表示,分别用 $(\cdot)^a$ 和 $(\cdot)^b$ 表示频率点 f 和 $f + \Delta f$ 的各输出量.基于如上一节所述模糊分量与通道噪声的独立性假设,两频率通道输出矢量对应的协方差矩阵可以写为:

$$\mathbf{R}^a = \mathbf{R}(f) = \mathbf{G} \mathbf{P}^a \mathbf{R}_S^a (\mathbf{G} \mathbf{P}^a)^H + \sigma_n^a \mathbf{I} \quad (11)$$

$$\mathbf{R}^b = \mathbf{R}(f + \Delta f) = \mathbf{G} \mathbf{P}^b \mathbf{R}_S^b (\mathbf{G} \mathbf{P}^b)^H + \sigma_n^b \mathbf{I} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{R}_S^a = E\{\mathbf{S}(f) \mathbf{S}^H(f)\}$, $\mathbf{R}_S^b = E\{\mathbf{S}(f + \Delta f) \mathbf{S}^H(f + \Delta f)\}$, σ_n^a 和 σ_n^b 分别为两频率通道对应的噪声方差,由于白噪声的功率谱在统计意义上近似为一常数,故 $\sigma_n^a \approx \sigma_n^b \approx \sigma^2$.

进一步分析式(12)中的 \mathbf{P}^b ,即 $\mathbf{P}^b = [\mathbf{p}_{-1}(f + \Delta f), \dots, \mathbf{p}_0(f + \Delta f), \dots, \mathbf{p}_1(f + \Delta f)]$.通过观察我们发现,分离 $\mathbf{p}_i^b(i = -1, \dots, 0, \dots, 1)$ 中关于 $f + if_s$ 与 Δf 的分量,可以得到

$$\mathbf{p}_i^b = \mathbf{C} \cdot [1, e^{-j2\pi(f + if_s)(\tau + \Delta\tau_2)}, \dots, e^{-j2\pi(f + if_s)((M-1)\tau + \Delta\tau_m)}]^T = \mathbf{C} \cdot \mathbf{p}_i^a \quad (13)$$

其中 $\mathbf{C} = \text{diag}\{1, e^{j\psi_2}, \dots, e^{j\psi_M}\}$ (14)

$\psi_m = -2\pi\Delta f((m-1)\tau + \Delta\tau_m)$, $m = 1, 2, \dots, M$ (15)

由式(5)和(13)可得 $\mathbf{P}^b = \mathbf{C} \cdot \mathbf{P}^a$,代入式(12),用 \mathbf{P}^a 来表示 \mathbf{R}^b

$$\mathbf{R}^b = \mathbf{G} \mathbf{C} \mathbf{P}^a \mathbf{R}_S^b (\mathbf{G} \mathbf{C} \mathbf{P}^a)^H + \sigma_n^b \mathbf{I} = \mathbf{C} \mathbf{G} \mathbf{P}^a \mathbf{R}_S^b (\mathbf{C} \mathbf{G} \mathbf{P}^a)^H + \sigma_n^b \mathbf{I} \quad (16)$$

如上一节所述,利用特征分解将 \mathbf{R}^a 和 \mathbf{R}^b 分解为与信号、噪声相关的两部分,即

$$\mathbf{R}^a = \sum_{i=1}^{2l+1} \lambda_i^a \mathbf{u}_i^a (\mathbf{u}_i^a)^H + \sum_{i=2l+2}^M \lambda_i^a \mathbf{u}_i^a (\mathbf{u}_i^a)^H \quad (17)$$

$$\mathbf{R}^b = \sum_{i=1}^{2l+1} \lambda_i^b \mathbf{u}_i^b (\mathbf{u}_i^b)^H + \sum_{i=2l+2}^M \lambda_i^b \mathbf{u}_i^b (\mathbf{u}_i^b)^H \quad (18)$$

式中 $(\lambda_i^a, \mathbf{u}_i^a)$ 和 $(\lambda_i^b, \mathbf{u}_i^b)$ ($i \leq 2l+1$)分别为 \mathbf{R}^a 和 \mathbf{R}^b 对应的大特征值与特征向量对,其余为小特征值与特征向量对.进一步,令 $\mathbf{U}^a = [\mathbf{u}_1^a, \dots, \mathbf{u}_{2l+1}^a]$, $\mathbf{U}^b = [\mathbf{u}_1^b, \dots, \mathbf{u}_{2l+1}^b]$,则 \mathbf{R}^a 和 \mathbf{R}^b 的信号子空间对应的投影矩阵分别

为 $\mathbf{Q}^a = \mathbf{U}^a (\mathbf{U}^a)^H$ 以及 $\mathbf{Q}^b = \mathbf{U}^b (\mathbf{U}^b)^H$.如上一节所述,真实频域导向矢量与大特征向量张成的子空间相同,即信号子空间.另外,根据投影矩阵的唯一性, \mathbf{Q}^a 和 \mathbf{Q}^b 也可以用真实导向矢量矩阵来表示,即

$$\mathbf{Q}^a = \mathbf{G} \mathbf{P}^a ((\mathbf{P}^a)^H \mathbf{G}^H \mathbf{G} \mathbf{P}^a)^{-1} (\mathbf{P}^a)^H \mathbf{G}^H \quad (19)$$

$$\mathbf{Q}^b = \mathbf{C} \mathbf{G} \mathbf{P}^a ((\mathbf{P}^a)^H \mathbf{G}^H \mathbf{C}^H \mathbf{C} \mathbf{G} \mathbf{P}^a)^{-1} (\mathbf{P}^a)^H \mathbf{G}^H \mathbf{C}^H = \mathbf{C} \mathbf{G} \mathbf{P}^a ((\mathbf{P}^a)^H \mathbf{G}^H \mathbf{G} \mathbf{P}^a)^{-1} (\mathbf{P}^a)^H \mathbf{G}^H \mathbf{C}^H \quad (20)$$

联立(19)和(20),可以得到 $\mathbf{Q}^b = \mathbf{C} \mathbf{Q}^a \mathbf{C}^H$,也就是说

$$\mathbf{U}^b (\mathbf{U}^b)^H = \mathbf{C} \mathbf{U}^a (\mathbf{U}^a)^H \mathbf{C}^H \quad (21)$$

文献[15]指出,具有相同维数的不同子空间,其差异可通过旋转矩阵表示.由(21),容易看出, \mathbf{C} 即为由投影矩阵 \mathbf{Q}^a 与 \mathbf{Q}^b 代表信号子空间对应的旋转矩阵.由于旋转矩阵 \mathbf{C} 如式(14)和(15)所示,在其它参量已知的情况下,其仅由时基误差矢量 $\Delta\tau$ 决定,而 \mathbf{U}^a 和 \mathbf{U}^b 是由实际数据估计得到的,因此只需得到旋转矩阵 \mathbf{C} ,即可直接求出时基误差.

由 $\mathbf{Q}^b = \mathbf{C} \mathbf{Q}^a \mathbf{C}^H$,投影矩阵 \mathbf{Q}^b 的第 k 行、第 l 列个元素可以表示为:

$$[\mathbf{Q}^b]_{kl} = [\mathbf{Q}^a]_{kl} e^{j\psi_k} e^{-j\psi_l} \quad (22)$$

进一步由等式两边的对应关系,可以得到

$$\text{angle}([\mathbf{Q}^b]_{kl}) = \text{angle}([\mathbf{Q}^a]_{kl}) + \psi_k - \psi_l \quad (23)$$

$\text{angle}(\cdot)$ 表示提取相位.为了便于说明,定义

$$\nu_{kl} = \text{angle}([\mathbf{Q}^b]_{kl}) - \text{angle}([\mathbf{Q}^a]_{kl}) \quad (24)$$

由式(23), $\nu_{kl} = \psi_k - \psi_l$,可得 $\nu_{kk} = 0$.另外,根据式(19)和(20), \mathbf{Q}^a 与 \mathbf{Q}^b 为厄米特矩阵,因此,我们一共可以得到 $p_{\psi} = \sum_{k=1}^{M-1} k$ 个独立的形如式(23)的等式(当 k, j 位于 \mathbf{Q}^a 与 \mathbf{Q}^b 的上三角或下三角区域).将这些等式写成矩阵的形式,即

$$\mathbf{B} \cdot [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M]^T = [\dots, \nu_{kl}, \dots]^T \quad (25)$$

\mathbf{B} 为 $p_{\psi} \times M$ 维矩阵,其任一行具有如下形式: $[\dots, 0, 1, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots]$.该行中除了第 k 个和第 l 个元素分别为1和-1,其它元素全部为0.由此,式(25)的最小二乘解如下

$$\boldsymbol{\psi} = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M]^T = \mathbf{B}^{\#} [\dots, \nu_{kl}, \dots]^T \quad (26)$$

其中 $\mathbf{B}^{\#}$ 为矩阵 \mathbf{B} 的广义逆矩阵^[13].考察 \mathbf{B} ,其秩为 $M-1$,根据线性代数理论^[13],由式(26)将可以得到关于 $[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M]^T$ 的无穷多组解,且仅相差一常数.这时,根据通道1为参考通道, $\psi_1 = 0$ 这一约束条件,将可以得到唯一解.

由此时基误差矢量的估计 $\hat{\Delta\tau}$ 可由下式得到

$$\hat{\Delta\tau} = -\psi/2\pi\Delta f - \tau \quad (27)$$

其中 $\tau = [0, 1/Mf_s, \dots, (M-1)/Mf_s]^T$ 为并行交替采样系统时延矢量.

基于式(3),将估计得到的时基误差矢量 $\hat{\Delta\tau}$ 对理

想频域导向矢量进行补偿. 这里, 我们无须对原始数据进行补偿, 这样可以避免重新估计协方差矩阵, 降低计算量. 补偿后的频域导向矢量为 $\mathbf{P}(f)$, 我们只需单独估计 $\mathbf{\Gamma}$ 即可. 如上所述, 由于真实的频域导向矢量位于信号子空间内, 将其向信号子空间投影应仍然为其本身, 因此有以下等式成立:

$$\mathbf{U}^a (\mathbf{U}^a)^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{p}_i(f) = \mathbf{\Gamma} \mathbf{p}_i(f), i = -I, \dots, 0, \dots, I \quad (28)$$

对 $\mathbf{\Gamma}$ 以及 $\mathbf{p}_i(f)$ 做适当变形, 令 $\mathbf{D}_i = \text{diag}\{\mathbf{p}_i(f)\}$, $\mathbf{G} = [1, g_2, \dots, g_M]^T$, 并且由于 \mathbf{D}_i 为对角阵(即 $\mathbf{D}_i^H \mathbf{D}_i = \mathbf{I}$, \mathbf{I} 为单位阵), 式(28)可以写为:

$$\mathbf{D}_i^H \mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H \mathbf{D}_i \mathbf{G} = \mathbf{G} \quad (29)$$

根据 \mathbf{U}_S 的酉矩阵特性, 矩阵 $\mathbf{W}_i = \mathbf{D}_i^H \mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H \mathbf{D}_i$ 为一幂等矩阵, 即 $\mathbf{W}_i^2 = \mathbf{W}_i$. 由幂等矩阵的性质可知, \mathbf{W}_i 的所有特征值取 0 或者 1. 另外, 基于矩阵 \mathbf{U}_S 是列满秩的, 而 \mathbf{D}_i 为一对角阵, 可得 $\text{rank}(\mathbf{W}_i) = \text{rank}(\mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H) = 2I + 1$, $\text{rank}(\cdot)$ 表示求矩阵的秩. 若对 \mathbf{W}_i 进行特征分解, 将得到 $2I + 1$ 个非零特征值, 其余 $M - 2I - 1$ 个特征值为零. 观察式(29), 可以看出增益误差矢量 \mathbf{G} 即为矩阵 \mathbf{W}_i 大小为 1 的特征值对应的特征向量, 且根据上述讨论可知, \mathbf{W}_i 应有 $2I + 1$ 个大小为 1 的特征值, 其余 $M - 2I - 1$ 个特征值为零.

形如式(29), 对于所有 $\mathbf{D}_i (i = -I, \dots, 0, \dots, I)$, 以上结论都是满足的. 由此, 为了提高估计精度, 我们定义 $2I + 1$ 个性质相等等式的和, 即

$$\mathbf{W} = \sum_{i=-I}^I \mathbf{W}_i = \sum_{i=-I}^I \mathbf{D}_i^H \mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H \mathbf{D}_i \quad (30)$$

($\mathbf{G}, 2I + 1$) 应为 \mathbf{W} 的特征对. 另外, 根据矩阵谱范数的性质^[13], $2I + 1$ 为 \mathbf{W} 的最大特征值. 基于此, 实际中一般取 \mathbf{W} 最大特征值对应的特征向量作为增益误差的估计, 即 $\hat{\mathbf{\Gamma}} = \text{diag}\{\mathbf{G}\}$.

综上所述, 本文方法的具体实施步骤如下:

第一步, 对系统内各通道采样数据进行傅里叶变换, 以任意频率点 f 及其相邻频率点 $f + \Delta f$ 的多通道输出 $\hat{\mathbf{S}}(f)$ 和 $\hat{\mathbf{S}}(f + \Delta f)$ 作为观测矢量, 分别计算其协方差矩阵 \mathbf{R}^a 和 \mathbf{R}^b . 值得说明的是, 式(9)的统计协方差矩阵在实际中一般用样本协方差矩阵进行估计^[7, 11].

第二步, 对 \mathbf{R}^a 和 \mathbf{R}^b 特征分解, 分别得到 $2I + 1$ 个大特征值对应的特征矢量矩阵 \mathbf{U}^a 和 \mathbf{U}^b .

第三步, 由式(26)得到旋转矩阵 \mathbf{C} 对应的相位, 然后通过式(27)估计时基误差矢量 $\Delta \tau$.

第四步, 对理想频域导向矢量矩阵补偿估计得到的时基误差, 通过对式(30)特征分解估计增益误差 $\mathbf{\Gamma}$.

第五步, 为了进一步提高估计精度, 可以选取多个频率点重复以上步骤分别估计时基误差以及增益误差进行平均.

4 算法分析

4.1 π 模糊

众所周知, 对于任一复数, 取其相位只能得到位于区间 $(-\pi, \pi)$ 内的主值相位. 在上一节中, 联合相邻频率率点输出估计时基误差矢量 $\Delta \tau$, 需要取出投影矩阵 \mathbf{Q}^a 与 \mathbf{Q}^b 对应元素的相位, 如式(23)所示. 因此, 需要考虑 π 模糊问题对以上操作的影响.

观察相位矢量 $\boldsymbol{\psi}$, 其中相位最大值为 $\psi_M = 2\pi\Delta f ((M - 1)\tau + \Delta\tau_M)$, 最小值为 $\psi_1 = 0$. 另外, 假设 $|\Delta\tau_M| \leq 1/f_s$, 事实上这一假设是合理的, 那么, 若要满足相位不模糊, 仅需满足 $2\pi\Delta f (\frac{M-1}{Mf_s} + \frac{1}{f_s}) < \pi$, 即

$$\Delta f < \frac{M}{2(2M-1)} f_s \quad (31)$$

如上所述, 联合估计时基误差时, 两频率点间隔只需满足式(31)即可保证取出相位不模糊.

4.2 计算复杂度分析

以下将对本文方法的计算量进行定量分析, 并且和传统方法进行比较. 这里, 我们主要讨论由特征分解以及矩阵求逆等导致的较大运算量操作, 基于本文的表示符号, 以上操作的计算复杂度为 M^3 . 由文献[11], 并且假设传统方法中迭代次数为 L , 那么其计算量为 $3LM^3$. 本文方法, 如上一节中所述, 其计算量应为 $4M^3$. 事实上, \mathbf{B} 为一分块对角矩阵, 对其求逆可利用快速算法, 因此本文方法的计算量接近 $3M^3$. 通过仿真, 我们发现, 文献[11]所述方法, 至少需要 3 次迭代(甚至更多)方可收敛. 因此本文方法的计算复杂度大大降低, 并且由于无需迭代, 避免了估计值陷入局部极小点. 值得说明的是, 文献[10]所述基于自适应控制的信号重构方法, 虽然避免了特征分解等大运算量操作, 但至少需要 2500 ~ 3000 次以上迭代, 方可收敛于系统设定值, 其计算量仍相当可观.

5 仿真数据验证

为了验证本文方法的有效性, 本节将以某一宽带信号为例对其进行性能分析.

线性调频信号, 具有较大的时宽带宽积和较高的频谱利用率, 便于匹配滤波检测, 在超宽带通信以及雷达系统中获得了广泛应用. 本节将以 5 通道并行交替采样系统作为实验对象, 并假定输入宽带信号为线性调频信号. 主要仿真参数如下: 信号带宽 180MHz, ADC 采样速率为 60MHz, 所加噪声为高斯白噪声, 信噪比 20dB. 由于 ADC 采样速率为信号带宽的 1/3, 采样后的频谱将混叠 2 次, $2I + 1 = 3$. 如图 1 所示为选取任一频率点, 对其多通道输出对应的协方差矩阵(如式(9)所

示)进行特征分解得到的特征值分布.为了进一步观察频谱混叠效果,对任意通道采样后的信号进行匹配滤波处理,如图2所示为处理结果.容易看出,由于线性调频信号频率与时间的线性对应关系,3个混叠频谱分别对应3个不同时延的匹配滤波输出.

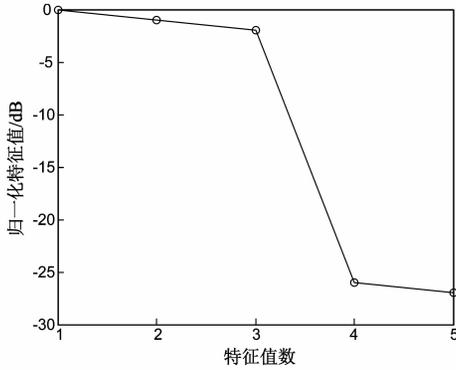


图1 协方差矩阵特征值分布

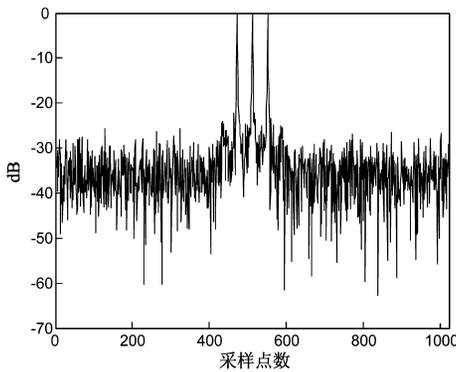


图2 混叠频谱的匹配滤波输出

为了验证本文方法,对系统中所有通道分别加入在区间 $[0.8, 1.2]$, $[-0.2\tau, 0.2\tau]$ ($\tau = 1/Mf_s$)内均匀分布的随机幅度以及时基误差.如图3所示为直接对多路信号复用,匹配滤波后的处理结果.可以看出,由于系统误差的存在,信噪比损失严重.由本文方法分别对时基以及增益误差进行估计,并在频域导向矢量中进行补偿,最后利用文献[11]中所述方法抑制混叠谱分量.

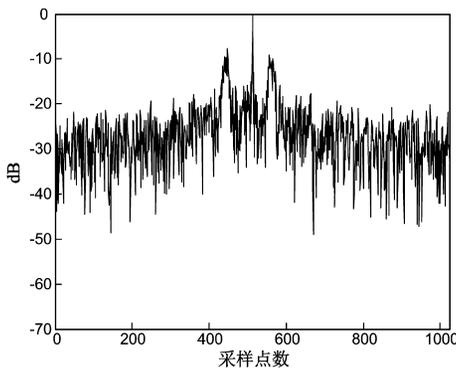


图3 未校正误差匹配滤波输出

如图4所示为重构频谱的匹配滤波结果,容易看出信噪比大幅改善.

本文主要解决时基误差与增益误差的耦合问题.以下将对不同增益误差、信噪比条件下,本文方法的性能进行仿真.定义时基估计均方根误差(Average Root-Mean-Square Error ARMSE)为 $1/M \sum_{m=1}^M \text{RMSE}\{\Delta \hat{\tau}_m\}$, 其单位为 τ .

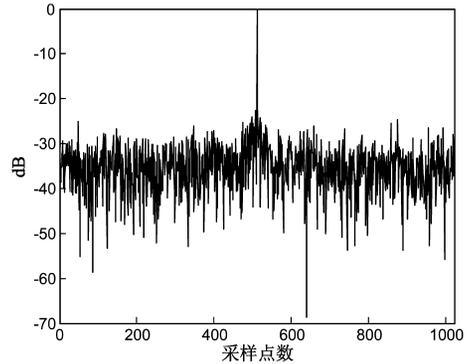


图4 校正误差后匹配滤波输出

如第2节所述,在补偿偏置误差的直流分量后,其残余项可看作加性噪声与系统内固有噪声合并,因此输入信噪比对误差估计精度的影响将不得不被考虑.以下将对不同信噪比条件下,本文估计方法的性能进行仿真,并与文献[10]以及[11]所述方法进行比较.如图5所示为不同信噪比条件下,所加误差与图3以及图4中相同,100次实验平均后时基 ARMSE 的变化情况.容易看出,在高信噪比条件下本文方法与文献[10]与文献[11]性能近似相同,在低信噪比条件下,本文方法优于以上方法.接下来,增大时基误差,使其在区间 $[-0.3\tau, 0.3\tau]$ 内均匀分布,观察不同信噪比条件下的估计精度变化.可以看到,在较大时基误差条件下,文献[10]与文献[11]所述方法,将有可能陷入局部极小点.由于无需迭代,本文方法具有较好的稳健性.

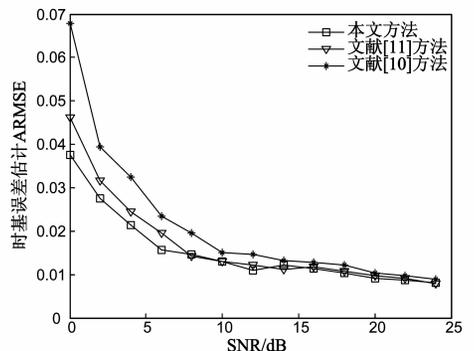


图5 时基误差ARMSE随输入信噪比变化 $[-0.2\tau, 0.2\tau]$

6 结论

传统并行交替采样误差估计方法受误差源间耦合

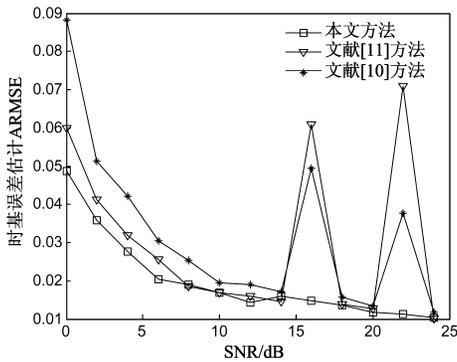


图6 时基误差ARMSE随输入信噪比变化($[-0.3\tau, 0.3\tau]$)

性的限制,大多仅针对单类误差.已有联合估计方法一般通过定义代价函数并迭代搜索各类误差的最优值.通过仿真实验,我们发现当时基误差较大时,迭代搜索容易陷入局部极小点.针对以上问题,本文提出了一种新的并行交替采样误差估计方法,利用相邻频率点输出矢量对应信号子空间的旋转关系和正交投影矩阵的唯一性解决增益误差与时基误差的耦合问题,并且可以同时完成信号重构.仿真数据的处理结果验证了本文方法的有效性.

参考文献

- [1] Carlos G, Aguayo R. Understanding the software communications architecture[J]. IEEE Communications Magazine, 2009, 47(9): 50 – 57.
- [2] Vogel C. The impact of combined channel mismatch effects in time-interleaved ADCs[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2005, 54 (1): 415 – 427.
- [3] Jenq Y C. Digital spectra of nonuniformly sampled signals: a robust sampling time offset estimation algorithm for ultra high-speed waveform digitizers using interleaving[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 1990, 39(1): 71 – 75.
- [4] Haihong T, Guisheng L, et al. Integer coded genetic algorithm design of staggered sampling MTI[A]. Neural Networks & Signal Processing[C]. Nanjing: IEEE Catalog 2003, 558 – 562.
- [5] 梁志国,朱济杰.数据采集系统通道间延迟时间差的精确评价[J].仪器仪表学报, 1999, 20(6): 619 – 623.
Liang Zhiguo, Zhu Jijie. The evaluation of channel delay of data acquisition systems[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1999, 20(6): 619 – 623. (in Chinese)
- [6] 叶梵,曾浩,等.一种高速并行采样实时校正方法研究[J].电子学报, 2013, 41(1): 166 – 170.
Ye Peng, Zeng Hao, et al. Research on real-time calibration technology for high-speed parallel sampling[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1): 166 – 170. (in Chinese)
- [7] Elbornsson J, Gustafsson F, et al. Blind Equalization of Time Errors in a Time-Interleaved ADC System[J]. IEEE Transac-

tions on Signal Processing, 2005, 53(4): 1413 – 1424.

- [8] Haftbaradaran A, Martin K W. A background sample-time error calibration technique using random data for wide-band high-resolution[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 55 (3): 234 – 238.
- [9] Vitali S, Cimatti G, et al. Algorithmic ADC offset compensation by nonwhite data chopping: system model and basic theoretical results[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2008, 55(6): 1615 – 1627.
- [10] 田书林,潘卉青,等.一种并行采样中的自适应非均匀综合校准方法[J].电子学报, 2009, 37(10): 2298 – 2301.
Tian Shulin, Pan Huiqing, et al. An adaptive synthesis calibration method for time delay of sampling systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(10): 2298 – 2301. (in Chinese)
- [11] 马仑,廖桂生,等.基于子空间投影的并行交替采样误差估计[J].系统工程与电子技术, 2012, 34(9): 679 – 684.
Ma Lun, Liao Guisheng, et al. Mismatch estimation for parallel time-interleaved sampling system based on subspace projection [J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(9): 679 – 684. (in Chinese)
- [12] 邓琳,吕幼新,等.并行采集系统通道失配误差测量及校正[J].电子科技大学学报, 2006, 35(3): 313 – 316.
Deng Lin, Lü Youxin, et al. Measurement and calibration of channel mismatch errors in time-interleaved ADC[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2006, 35(3): 313 – 316. (in Chinese)
- [13] 张贤达.矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版社, 2004. 657 – 660.
- [14] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276 – 280.
- [15] Song V C. Array signal processing under model errors with applications to speech separation[D]. Dept Elect Eng, Univ Nortre Dame, USA, 1992.

作者简介



马 仑 男, 1981 年生于北京. 长安大学信息工程学院副教授. 研究方向为雷达信号处理.
E-mail: lumma@126.com

廖桂生 男, 1963 年生于广西. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室教授, 现主要从事雷达信号处理等研究领域.
E-mail: liaogs@xidian.edu.cn