

基于均衡代价函数的信道阶数盲估计算法

崔 波, 刘 璐, 李翔宇, 金 梁

(国家数字交换系统工程技术研究中心, 河南郑州 450002)

摘 要: 针对信道阶数估计问题, 利用单输入多输出 (Single-Input Multiple-Output, SIMO) 有限冲激响应 (Finite Impulse Response, FIR) 信道的结构特点和输入/输出信号的统计特征, 提出了一种基于均衡代价函数的信道阶数盲估计算法. 首先计算了归一化最小二乘均衡 (Normalized Least Squares Equalization, NLSE) 代价函数在理想条件下的理论渐近值, 并指出其拐点与信道阶数之间的对应关系. 然后分析了 NLSE 代价函数在实际条件下的近似值. 最后引入了拐点优化因子, 提出了一种基于 NLSE 代价函数拐点检测的信道阶数估计算法. 理论分析和仿真结果表明, 在信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 较低和信道首尾系数较小的情况下, 该算法比现有其它方法具有更强的鲁棒性, 可以获得更小的接收信号均衡误差.

关键词: 信道阶数估计; 均衡代价函数; 单输入多输出 (SIMO); 盲信道辨识; 盲均衡

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)12-2394-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.12.008

A Blind Algorithm for Channel Order Estimation Based on Equalization Cost Function

CUI Bo, LIU Lu, LI Xiang-yu, JIN Liang

(National Digital Switching System Engineering & Technological Research Center, Zhengzhou, Henan 450002, China)

Abstract: Addressing the problem of channel order estimation, a blind algorithm for channel order estimation is proposed based on the equalization cost function, which utilizes the architecture of single-input multiple-output (SIMO) finite impulse response (FIR) channels and the statistical characteristic of input/output signals. First, the theoretical asymptotic value of normalized least squares equalization (NLSE) cost function is calculated under the ideal condition, and the link between its corner and channel order is pointed out. Then, its approximate value is analyzed under the practical condition. Finally, a corner optimization factor is introduced, and a channel order estimation algorithm is proposed by examining the NLSE cost function corner. Theoretical analysis and simulation results show that the algorithm is more robust than the other existing techniques in the case of low signal-to-noise ratio (SNR) and small leading/trailing channel coefficients, which leads to smaller equalization error.

Key words: channel order estimation; equalization cost function; single-input multiple-output (SIMO); blind channel identification; blind equalization

1 引言

基于二阶统计量的盲信号处理算法^[1~8]无需训练样本即可对单输入多输出 (Single-Input Multiple-Output, SIMO) 系统进行信道辨识或均衡. 该类算法应用范围广, 所需数据样本少, 计算效率高, 但大多要求准确预知信道阶数, 且对信道阶数敏感, 当信道阶数过估计或欠估计时, 算法性能将严重下降.

针对信道阶数估计问题, 基于 AIC (Akaike Information theoretic Criterion)^[9]、MDL (Minimum Description

Length)^[10] 和 EEF (Exponentially Embedded Families)^[11] 等信息论准则的方法需要对输入信号的统计分布做出一定的假设, 很难满足实际应用需求. 文献[12]和[13]提出了一种效果更优的 Liavas 算法, 通过检测接收信号自相关矩阵的特征值进行信道阶数估计, 但在信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 较低和信道首/尾系数较小的情况下该算法性能严重下降. 随着对 SIMO 有限冲激响应 (Finite Impulse Response, FIR) 信道研究的不断深入, 近几年出现了几种有代表性的信道阶数估计算法^[14~18], 分别是新颖的有效信道阶数估计 (Novel Effec-

tive Channel Order Estimation, NECOE)算法^[14]、指数拟合曲线(Exponential Fit Curve, EFC)算法^[15]、信道矩阵迭代(Channel Matrix Recursion, CMR)算法^[16]和子空间信道矩阵迭代(SubSpace CMR, SSCMR)算法^[17].上述算法对于 SNR 较低和信道首/尾系数较小的情况,算法的稳健性更强,其基本共同点是基于信道的结构特征设计信道辨识误差的代价函数来估计信道阶数.文献[18]则从信号的均衡结果中挖掘出部分潜在的信道阶数信息,提出了一种联合辨识均衡(Combined Identification and Equalization, CIE)算法,通过构建辨识和均衡的联合代价函数来实现信道阶数估计.但这两种代价函数性能迥异,导致 CIE 算法对信道条件敏感、稳健性差,并且计算复杂度很高.

本文指出,信号的均衡代价函数可以综合反映信道的结构特点和输入/输出信号的统计特征,蕴含了足够的信道阶数信息.据此,本文研究了归一化最小二乘均衡(Normalized Least Squares Equalization, NLSE)代价函数的基本特性,分别推导了其理想渐近值和实际近似值,揭示出 NLSE 代价函数拐点与信道阶数之间的对应关系,从而将信道阶数估计问题转化为 NLSE 代价函数拐点检测问题.在此基础上,本文对 NLSE 代价函数引入一个拐点优化因子,并提出了一种基于 NLSE 代价函数拐点检测的信道阶数估计算法.理论分析表明,该算法复杂度明显低于 CIE 算法和 CMR 算法,与 SSCMR 算法复杂度相当;仿真结果表明,在 SNR 较低和信道首/尾系数较小的情况下,该算法性能优于现有其它算法,能够获得更稳定的信道阶数估计和更小的接收信号均衡误差.

后文论述中 $\mathbf{C}(\cdot)^T, (\cdot)^H, (\cdot)^\dagger, \mathbf{E}(\cdot), \|\cdot\|, \otimes$ 和 I_m 分别表示复空间、转置、共轭转置、伪逆、数学期望、2范数、卷积和 $m \times m$ 的单位阵. $\text{CN}(a, b)$ 表示均值为 a , 方差为 b 的复高斯分布.

2 信道模型和均衡代价函数

2.1 SIMO 信道模型

利用 M 倍波特率超采样或 M 个天线接收可以形成单输入 M 输出的 SIMO FIR 信道模型.输入信号 $s(n)$ 和输出信号 $\mathbf{x}(n) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 之间具有如下的卷积关系:

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{l=0}^L \mathbf{h}(l) s(n-l) + \mathbf{v}(n) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(n)$ 是 M 个子信道的输出信号,表示为 $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_M(n)]^T$. $\mathbf{h}(l) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 是 L 阶 FIR 信道的系数,表示为 $\mathbf{h}(l) = [h_1(l), h_2(l), \dots, h_M(l)]^T$.其中, $h_m(l), m = 1, 2, \dots, M, l = 0, 1, \dots, L$,代表第 m 个子信道的第 l 个抽头系数.观测噪声 $\mathbf{v}(n) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 独立于输入信号 $s(n)$,表示为 $\mathbf{v}(n) = [v_1(n), v_2(n), \dots,$

$v_M(n)]^T$,并且 $\mathbf{v}(n) \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \sigma_v^2 \mathbf{I}_M)$.

2.2 归一化最小二乘均衡代价函数

令 \hat{L} 表示信道阶数的估计值,构造 $(K+L+1) \times M(K+1)$ 的滤波器矩阵

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) & \cdots & \mathbf{h}(L) \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{h}(0) & \cdots & \mathbf{h}(L) \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

输入信号矩阵 $\mathbf{S}_k = [\mathbf{s}(k+K), \mathbf{s}(k+K-1), \dots, \mathbf{s}(k-L)]$ 和输出信号矩阵 $\mathbf{X}_k(\hat{L}) = [\mathbf{X}(k+K), \mathbf{X}(k+K-1), \dots, \mathbf{X}(k)]$.其中, $\mathbf{s}(k) = [s(k), s(k+1), \dots, s(k+N-\hat{L}-2K-1)]^T$, $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}(k), \mathbf{x}(k+1), \dots, \mathbf{x}(k+N-\hat{L}-2K-1)]^T$, N 是数据样本长度, K 决定了滤波器的长度.

无噪声时, SIMO 信道模型可以重写为

$$\mathbf{X}_k(\hat{L}) = \mathbf{S}_k \mathbf{H} \quad (3)$$

若 \mathbf{S}_k 列满秩, \mathbf{H} 行满秩,则存在一个矩阵 $\mathbf{W}(L) = [\mathbf{w}_0(L), \mathbf{w}_1(L), \dots, \mathbf{w}_{K+L}(L)]$,该矩阵满足 $\mathbf{X}_k(\hat{L}) \mathbf{W}(L) = \mathbf{S}_k$,并且当 $0 \leq k, l \leq K+L$ 时,

$$\mathbf{X}_k(\hat{L}) \mathbf{w}_k(L) = \mathbf{X}_l(\hat{L}) \mathbf{w}_l(L) \quad (4)$$

其中, \mathbf{H} 行满秩通常要求 $K \geq \frac{L+1-M}{M-1}$ ^[18].

令 $\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L})$ 表示 $\mathbf{w}_k(\hat{L})$ 的估计值.当信道阶数估计为 \hat{L} 时,给定约束条件

$$\sum_{j=0}^{K+\hat{L}} \|\mathbf{X}_j(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_j(\hat{L})\|^2 = 1 \quad (5)$$

最小化 NLSE 代价函数

$$J_{\text{EQ}}(\hat{L}) = \frac{1}{2(K+\hat{L})} \sum_{k,l=0}^{K+\hat{L}} \|\mathbf{X}_k(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L}) - \mathbf{X}_l(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_l(\hat{L})\|^2 \quad (6)$$

可得 $\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L})$,进而将输入信号 $s(K)$ 均衡为

$$\hat{s}_L(K) = \frac{1}{K+\hat{L}+1} \sum_{k=0}^{K+\hat{L}} \mathbf{X}_k(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L}) \quad (7)$$

其中,最小化 $J_{\text{EQ}}(\hat{L})$ 的解可转化为一个最大的广义特征值(Generalized Eigen-Value, GEV)^[18].

3 理想条件下 NLSE 代价函数的基本性质

在理想无噪声条件下,本节分别计算输入数据样本长度有限和输入数据样本独立同分布且长度趋于无穷两种情况下的 NLSE 代价函数.在此基础上,分析 NLSE 代价函数的基本性质,指出其拐点与信道阶数的内在联系,为信道阶数估计奠定理论基础.

对于实际的短时不变信道而言,通常可以假设在一定长度(几十、数百或者更长)的数据样本内,信道是不变的.当输入数据样本长度有限时,存在引理 1.在给出引理 1 之前,先定义 $s(n)$ 的线性复杂度^[2]:对于某个

正整数 P , 使 Hankel 矩阵 $\begin{bmatrix} s(r-1) & \cdots & s(0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s(P-1) & \cdots & s(P-r) \end{bmatrix}$ 列满秩的最大 r 即为 $s(n)$ 的线性复杂度, 记为 $C\{s(n)\}$.

引理 1 当无噪且 $C\{s(n)\} \geq K+L+2$ 时, 存在

$$H\hat{W}(\hat{L}) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{\hat{L}-L} a_i \mathbf{F}_i(\hat{L}), & \text{若 } \hat{L} \leq L \\ \sum_{i=0}^{\hat{L}-L} b_i \mathbf{F}_{-i}(\hat{L}) + \mathbf{B}_{\hat{L}-L}, & \text{若 } \hat{L} > L \end{cases} \quad (8)$$

其中, a_i 和 b_i 是复常数; $\mathbf{F}_i(\hat{L})$ ($\mathbf{F}_{-i}(\hat{L})$) 是 $(K+L+1) \times (K+\hat{L}+1)$ 的矩阵, 其第 i 个下(上)对角线的元素为 1, 其余元素为 0; $\mathbf{B}_{\hat{L}-L}$ 是有限数据样本造成的剩余项. 进一步, 得到无噪和有限数据样本输入条件下的 NLSE 代价函数为

$$\begin{cases} J_{\text{FIN}}(\hat{L}) = 0, & \text{若 } \hat{L} \leq L \\ J_{\text{FIN}}(\hat{L}) > 0, & \text{若 } \hat{L} > L \end{cases} \quad (9)$$

证明 根据 \hat{L} 与 L 的大小关系, 分 2 种情况讨论.

(1) $\hat{L} > L$

首先考虑 $\hat{L} = L+1$. 此时, 矩阵 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_{K+L}$ 存在 2 个公共的向量 $s(K)$ 和 $s(K+1)$, 如图 1 所示.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_0 &= [s(K) \ s(K-1) \ \cdots \ s(-L)] \\ \mathbf{S}_1 &= [s(K+1) \ s(K) \ s(K-1) \ \cdots \ s(-L+1)] \\ &\vdots \\ \mathbf{S}_{K+L-1} &= [s(2K+L-1) \ \cdots \ s(K+1) \ s(K) \ s(K-1)] \\ \mathbf{S}_{K+L} &= [s(2K+L) \ \cdots \ s(K+1) \ s(K)] \\ \mathbf{S}_{K+L+1} &= [s(2K+L+1) \ \cdots \ s(K+1)] \end{aligned}$$

图 1 输入信号矩阵的结构示意图

记 $\hat{\mathbf{g}}_k(\cdot) = H\hat{\mathbf{w}}_k(\cdot)$, $k \geq 0$. 线性复杂度为 $C\{s(n)\} \geq K+L+2$, 为了最小化 $J_{\text{EQ}}(L)$, 可得 $\mathbf{S}_k \hat{\mathbf{g}}_k(L+1) = b_0 s(K) + b_1 s(K+1)$, $k = 1, 2, \dots, K+L$. 另外, 令 $\mathbf{S}_0 \hat{\mathbf{g}}_0(L+1) = b_0 s(K) + b_1 s(K+1)$ 且 $\mathbf{S}_{K+L+1} \hat{\mathbf{g}}_{K+L+1}(L+1)$

$$\begin{aligned} J_{\text{EQ}}(L+1) &= \min \left\{ \frac{(K+L+1)[\|b_0 s(K)\|^2 + \|b_1 s(K+1)\|^2] + (K+L)(\|s_0\|^2 + \|s_1\|^2) + \|s_0 - s_1\|^2}{(K+L+1)[(K+L+1)(\|b_0 s(K)\|^2 + \|b_1 s(K+1)\|^2) + (\|s_0\|^2 + \|s_1\|^2)]} \right\} \\ &\geq \min \left\{ \frac{(K+L+1)[\|b_0 s(K)\|^2 + \|b_1 s(K+1)\|^2] + (\|s_0\|^2 + \|s_1\|^2)}{(K+L+1)[(K+L+1)(\|b_0 s(K)\|^2 + \|b_1 s(K+1)\|^2) + (\|s_0\|^2 + \|s_1\|^2)]} \right\} \\ &= \frac{1}{K+L+1} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, 当且仅当 $s_0 = s_1 = \mathbf{0}$ 时, 不等式成立. 此时, \mathbf{B}_1 为零, 并且 $H\hat{W}(L+1) = b_0 \mathbf{F}_0 + b_1 \mathbf{F}_{-1}$.

当 \hat{L} 增大时, 可以类似证明 $J_{\text{ASY}}(\hat{L}) = \frac{\hat{L}-L}{K+\hat{L}}$. (证毕)

上述两个引理的前提条件存在递进关系. 引理 1 对输入信号的统计分布要求为 $C\{s(n)\} \geq K+L+2$, 引理 2 则对输入信号的统计分布提出更强的要求——独

立同分布. 因此, 引理 2 给出的结论更强, 可以反映 NLSE 代价函数与信道阶数之间的内在关系, 为信道阶数估计奠定理论基础.

展开来说, 由上述 2 个引理直接可得如下重要结论:

(1) 当且仅当 $\hat{L} = L$ 时, 信道可以被完全均衡, 均衡结果只相差一个复常数乘性因子, 即 $H\hat{W}(\hat{L}) = a_0 \mathbf{I}$.

(2) 当 $\hat{L} < L$ 时, 式(4)存在无穷多组解, 信号的均

衡结果只相差一个复常数乘性因子, 即 $H\hat{W}(\hat{L}) = a_0 \mathbf{I}$.

解出 $\hat{\mathbf{g}}_k(L+1)$, $k = 0, 1, \dots, K+L+1$, 将其代入 $\hat{W}(L+1)$, 得到

可以类比第(1)种情况进行证明. 另外, 文献[18]给出了另一种证明方式. (证毕)

当 \hat{L} 增大时, 可以进一步得到一般形式的式(8)和式(9).

当 \hat{L} 增大时, 可以进一步得到一般形式的式(8)和式(9).

若 $\hat{L} > L$, 即 $\mathbf{B}_{\hat{L}-L}$ 为零, 并且得到 NLSE 代价函数的渐近值

$$J_{\text{ASY}}(\hat{L}) = \begin{cases} 0, & \text{若 } \hat{L} \leq L \\ \frac{\hat{L}-L}{K+\hat{L}}, & \text{若 } \hat{L} > L \end{cases} \quad (12)$$

证明 首先考虑 $\hat{L} = L+1$.

当输入独立同分布信号时, 由于更多的数据样本会提供更多的均衡信息, 致使剩余项 \mathbf{B}_1 随着数据样本数的增加而逐渐减小. 若输入数据样本数趋向于无穷, 在式(5)的约束条件下, 存在等式 $\|b_0 s(K+i) + \cdot\|^2 = \|b_0 s(K+i)\|^2 + \|\cdot\|^2$, $i = 0, 1$. 把这些等式代入式(6), 得到

$$J_{\text{EQ}}(L+1) = \min \left\{ \frac{(K+L+1)[\|b_0 s(K)\|^2 + \|b_1 s(K+1)\|^2] + (K+L)(\|s_0\|^2 + \|s_1\|^2) + \|s_0 - s_1\|^2}{(K+L+1)[(K+L+1)(\|b_0 s(K)\|^2 + \|b_1 s(K+1)\|^2) + (\|s_0\|^2 + \|s_1\|^2)]} \right\}$$

立同分布. 因此, 引理 2 给出的结论更强, 可以反映 NLSE 代价函数与信道阶数之间的内在关系, 为信道阶数估计奠定理论基础.

展开来说, 由上述 2 个引理直接可得如下重要结论:

(1) 当且仅当 $\hat{L} = L$ 时, 信道可以被完全均衡, 均衡结果只相差一个复常数乘性因子, 即 $H\hat{W}(\hat{L}) = a_0 \mathbf{I}$.

(2) 当 $\hat{L} < L$ 时, 式(4)存在无穷多组解, 信号的均

衡结果为 $\hat{s}_L(K) = \mathbf{a} \otimes \hat{s}_L(K)$, 其中, $\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_{L-L}]^T$.

(3) 当 $\hat{L} > L$ 时, 式(4)无解, 信道无法被均衡. 特别地, 随着数据样本长度的增加, $J_{\text{FIN}}(\hat{L})$ 将愈加逼近 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$, 而 $\|\mathbf{B}_{L-L}\|$ 则将更小.

上述结论表明, 以 L 为分界, 不同的 \hat{L} 对应不同的均衡结果, 反映在 NLSE 代价函数上则体现为 NLSE 代价函数在 L 处存在拐点, 并且该拐点与信道阶数对应. 进一步, 为了探索 NLSE 代价函数与信道阶数之间的这一内在联系, 定义 NLSE 代价函数的相邻值之差

$$\Delta J_{\text{EQ}}(\hat{L}) = J_{\text{EQ}}(\hat{L}+1) - J_{\text{EQ}}(\hat{L}) \quad (14)$$

类似地, 定义 $\Delta J_{\text{ASY}}(\hat{L}) = J_{\text{ASY}}(\hat{L}+1) - J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 和 $\Delta J_{\text{FIN}}(\hat{L}) = J_{\text{FIN}}(\hat{L}+1) - J_{\text{FIN}}(\hat{L})$. 将式(12)代入 $\Delta J_{\text{ASY}}(\hat{L})$, 得到

$$\Delta J_{\text{ASY}}(\hat{L}) = \begin{cases} 0, & \text{若 } \hat{L} < L \\ \frac{K+L}{(K+\hat{L}+1)(K+\hat{L})}, & \text{若 } \hat{L} \geq L \end{cases} \quad (15)$$

由于 $\frac{K+L}{(K+\hat{L}+1)(K+\hat{L})}$ 是关于 \hat{L} 的减函数, $\Delta J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 的最大值为 $\Delta J_{\text{ASY}}(L) = \frac{1}{K+L+1}$.

从 $\Delta J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 来看, $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 在 L 处存在拐点, 该特性表明信道阶数估计可以转化为 NLSE 代价函数的拐点检测. 实际上, $\Delta J_{\text{EQ}}(\hat{L})$ 的最大值检测就可以作为一种信道阶数估计的准则. 需要指出的是, 本文所述拐点并非数学意义上严格定义的拐点, 而是指 NLSE 代价函数变化最剧烈的位置.

4 实际条件下 NLSE 代价函数的近似分析

本节针对实际的噪声和有限数据样本输入情况, 通过计算噪声造成的偏移量, 即 $J_{\text{EQ}}(\hat{L}) - J_{\text{FIN}}(\hat{L})$, 对 NLSE 代价函数进行近似分析, 并通过仿真结果加以验证.

在噪声和有限数据样本输入的条件下, 引理 3 可对 NLSE 代价函数进行近似分析. 在给出引理 3 之前, 先定义

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \left[\frac{1}{M\sigma_v^2} \mathbb{E}(\|\mathbf{x}(n)\|^2) \right] \quad (16)$$

引理 3 当 $C\{s(n)\} \geq K+L+2$, $s(n)$ 独立同分布, NLSE 代价函数的偏移量近似为

$$J_{\text{EQ}}(\hat{L}) - J_{\text{FIN}}(\hat{L}) \approx \begin{cases} \alpha_L \|\mathbf{H}^\dagger [\sum_{i=0}^{L-\hat{L}} a_i \mathbf{F}_i(\hat{L})]\|^2, & \text{若 } \hat{L} \leq L \\ \alpha_L \|\mathbf{H}^\dagger [\sum_{i=0}^{L-\hat{L}} b_i \mathbf{F}_{-i}(\hat{L}) + \mathbf{B}_{L-L}]\|^2, & \text{若 } \hat{L} > L \end{cases} \quad (17)$$

其中, 噪声幅度影响因子

$$\alpha_L \approx \frac{\|\mathbf{H}\|^2}{M(K+1)(K+\hat{L}+1)} \times 10^{-\frac{\text{SNR}}{10}}.$$

证明 类比于 $\mathbf{X}_k(\hat{L})$, 构造噪声矩阵 $\mathbf{V}_k(\hat{L})$, 该矩阵满足 $\mathbf{X}_k(\hat{L}) = \mathbf{S}_k \mathbf{H} + \mathbf{V}_k(\hat{L})$, 并且当 $k, l = 0, 1, \dots, K + \hat{L}$ 时,

$$\|\mathbf{X}_k(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L}) - \mathbf{X}_l(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_l(\hat{L})\|^2 \leq \|\mathbf{V}_k(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L})\|^2 + \|\mathbf{V}_l(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_l(\hat{L})\|^2 + \|\mathbf{S}_k \mathbf{H} \hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L}) - \mathbf{S}_l \mathbf{H} \hat{\mathbf{w}}_l(\hat{L})\|^2 \quad (18)$$

当数据样本长度大于一定值(如 100)时, 上述不等式将近似相等. 与此同时, 由于 $\mathbf{V}_k^H(\hat{L}) \mathbf{V}_k(\hat{L}) \approx \alpha \mathbf{I}_{M(K+1)}$, $\alpha > 0$, 可得

$$\|\mathbf{V}_k(\hat{L}) \hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L})\|^2 \approx \alpha \|\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L})\|^2 \quad (19)$$

因此, 由噪声造成的 NLSE 代价函数偏移量可被近似为

$$J_{\text{EQ}}(\hat{L}) - J_{\text{FIN}}(\hat{L}) \approx \alpha \sum_{k=0}^{K+\hat{L}} \|\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L})\|^2 = \alpha \|\hat{\mathbf{W}}(\hat{L})\|^2 \quad (20)$$

结合式(8), 可得式(17), 下文将进一步展开该式.

当 $\hat{L} = L$ 时, 不失一般性, 令 $|a_0| = 1$. 在式(5)的约束条件下, 近似可得 $\|\mathbf{X}_k(L) \hat{\mathbf{w}}_k(L)\|^2 \approx \|s(K)\|^2 \approx \frac{1}{K+L+1}$. 由于 $\mathbf{S}_k^H \mathbf{S}_k \approx \frac{1}{K+L+1} \mathbf{I}_{K+L+1}$, 并且 SNR 可以重写为 $10^{-\frac{\text{SNR}}{10}} = \frac{\|\mathbf{V}_k(L)\|^2}{\|\mathbf{S}_k \mathbf{H}\|^2} = \frac{\text{Tr}[\mathbf{V}_k^H(L) \mathbf{V}_k(L)]}{\text{Tr}[\mathbf{H}^H \mathbf{S}_k^H \mathbf{S}_k \mathbf{H}]} \approx \frac{\alpha_L M(K+1)}{\frac{1}{K+L+1} \|\mathbf{H}\|^2}$, 从而直接可得 $\alpha_L \approx \frac{\|\mathbf{H}\|^2}{M(K+1)(K+L+1)} \times 10^{-\frac{\text{SNR}}{10}}$.

当 $\hat{L} \neq L$ 且数据样本长度大于一定值(如 100)时, 所有的 $\|s(K-i)\|^2$, $|i| = 0, 1, \dots, |\hat{L}-L|$ 均近似相等. 不失一般性, 令 $\sum_{i=0}^{L-\hat{L}} |a_i|^2 = 1$, 或 $\sum_{i=0}^{L-\hat{L}} |b_i|^2 = 1$. 在式(5)的约束条件下, 类似可得

$$\begin{cases} \alpha_L \approx \frac{\|\mathbf{H}\|^2}{M(K+1)(K+\hat{L}+1)} \times 10^{-\frac{\text{SNR}}{10}}, & \text{若 } \hat{L} \leq L \\ \alpha_L = \alpha_L, & \text{若 } \hat{L} > L \end{cases} \quad (21)$$

根据式(17)可知, 噪声对 L 附近的 NLSE 代价函数恶化较为严重. 特别地, L 处的 NLSE 代价函数偏移量最大, $J_{\text{EQ}}(L) - J_{\text{FIN}}(L) \approx \frac{\|\mathbf{H}\|^2 \|\mathbf{H}^\dagger\|^2}{M(K+1)(K+L+1)} \times 10^{-\frac{\text{SNR}}{10}}$. 其中, $\|\mathbf{H}\|^2 \|\mathbf{H}^\dagger\|^2$ 可以理解 \mathbf{H} 的特征值扩散程度的一个度量, 是决定信道质量的首要内在因素. 可见, NLSE 代价函数与信道首/尾小系数之间关系密切, 该特点与现有的信道阶数估计算法吻合. 但是, 相比于现有算法的代价函数, NLSE 代价函数更加直接、有效地反映了信道阶数信息, 在 SNR 较低和信道首/尾系数较小的

情况下性能更加鲁棒. 下面的仿真较为全面地反映了 NLSE 代价函数的基本性质.

以文献[3]中的信道作为参考信道, 仿真比较 4 个不同场景的 NLSE 代价函数值, 结果如图 2 所示. 参考信道的阶数 $L = 4$, 输入信号为独立同分布的 QPSK 符号, $K = 3$. 场景 1 对应 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$; 场景 2 和 3 对应 $J_{\text{FIN}}(\hat{L})$, 输入数据样本长度分别为 1000 和 100; 场景 4 对应 $J_{\text{EQ}}(\hat{L})$, 输入数据样本长度为 100, 且 SNR 为 20dB. 另外, 4 条虚线则分别对应了 4 个场景下 NLSE 代价函数的相邻值之差.

由图 2 的仿真结果可知:

(1) 场景 2 的 $J_{\text{FIN}}(\hat{L})$ 与场景 1 的 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 非常接近. 引理 2 在数据样本长度趋于无穷的条件下, 从理论上严格推导了 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$, 该仿真结果则验证了 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$, 并指出了接近 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 所需的数据样本长度.

(2) 由场景 1 至 3 可知, 当 $\hat{L} > L$ 时, 虽然 $J_{\text{FIN}}(\hat{L}) < J_{\text{ASY}}(\hat{L})$, 但是它们都是关于 \hat{L} 的增函数, 对应的曲线形状基本类似, 相邻值之差均在 $\hat{L} = 4$ 处最大.

(3) 由于参考信道的主成分和首/尾小系数之间的差异较小, 场景 4 的 $J_{\text{EQ}}(\hat{L})$ 受噪声影响严重偏离了场景 3 的 $J_{\text{FIN}}(\hat{L})$. 但是, 其相邻值之差的最大值仍在 $\hat{L} = 4$ 处, 体现出较强的鲁棒性.

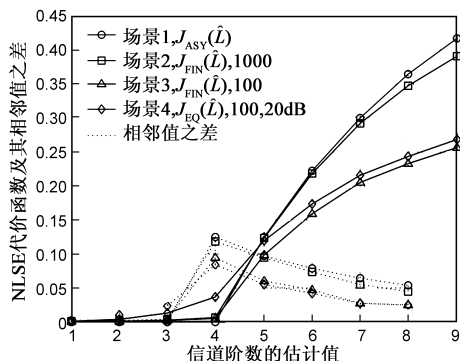


图2 不同场景下NLSE代价函数的仿真值

综上所述, NLSE 代价函数的渐近值是一个存在显著拐点的增函数, 为信道阶数估计提供了理论基础. 但是, 受噪声和信道首/尾小系数的影响, NLSE 代价函数的实际近似值与渐近值偏离, 在 L 处偏离最远, 对 $\Delta J_{\text{EQ}}(\hat{L})$ 的最大值检测影响较大, 需要设计更优的拐点检测准则.

5 基于拐点检测的信道阶数估计算法

针对 NLSE 代价函数的拐点检测问题, 本节引入拐点优化因子, 使 NLSE 代价函数在 L 处的拐角更加尖锐. 然后分析了拐角的锐化程度, 并提出一种基于 NLSE 代价函数拐点检测的信道阶数估计算法.

5.1 拐点优化因子

由式(12)可知, NLSE 代价函数的渐近值是关于 \hat{L} 的增函数, 在 L 处有一个的拐点, 可以用来估计信道阶数. 受此启发, 基于 NLSE 代价函数, 引入加性的拐点优化因子 $\frac{1}{K + \hat{L}}$, 使 L 处的拐角更加尖锐.

将拐角锐化的 NLSE 代价函数记为

$$J_{\text{EQ}}^*(\hat{L}) = J_{\text{EQ}}(\hat{L}) + \frac{1}{K + \hat{L}} \quad (22)$$

对应的渐近值为

$$J_{\text{ASY}}^*(\hat{L}) = J_{\text{ASY}}(\hat{L}) + \frac{1}{K + \hat{L}} = \begin{cases} \frac{1}{K + \hat{L}}, & \text{若 } \hat{L} \leq L \\ \frac{\hat{L} - L + 1}{K + \hat{L}}, & \text{若 } \hat{L} > L \end{cases} \quad (23)$$

由于 $\frac{1}{K + \hat{L}}$ 和 $\frac{\hat{L} - L + 1}{K + \hat{L}}$ 分别是关于 \hat{L} 的减函数和增函数, 随着 \hat{L} 增加, $J_{\text{ASY}}^*(\hat{L})$ 先减后增, 在 L 处形成拐点.

为严格证明该拐点的存在性, 定义 $J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})$ 的相邻值之比为

$$\diamond J_{\text{EQ}}^*(\hat{L}) = \frac{J_{\text{EQ}}^*(\hat{L} + 1)}{J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})} \quad (24)$$

类似地, 定义 $\diamond J_{\text{ASY}}^*(\hat{L}) = \frac{J_{\text{ASY}}^*(\hat{L} + 1)}{J_{\text{ASY}}^*(\hat{L})}$ 和 $\diamond J_{\text{FIN}}^*(\hat{L}) = \frac{J_{\text{FIN}}^*(\hat{L} + 1)}{J_{\text{FIN}}^*(\hat{L})}$, 其中 $J_{\text{FIN}}^*(\hat{L}) = J_{\text{FIN}}(\hat{L}) + \frac{1}{K + \hat{L}}$. 将式(23)代入 $\diamond J_{\text{ASY}}^*(\hat{L})$, 得到

$$\diamond J_{\text{ASY}}^*(\hat{L}) = \begin{cases} \frac{K + \hat{L}}{K + \hat{L} + 1}, & \text{若 } \hat{L} < L \\ \frac{(K + \hat{L})(\hat{L} - L + 2)}{(K + \hat{L} + 1)(\hat{L} - L + 1)}, & \text{若 } \hat{L} \geq L \end{cases} \quad (25)$$

其中, $\frac{K + \hat{L}}{K + \hat{L} + 1}$ 是关于 \hat{L} 的增函数, 其最大值为 $\frac{K + L - 1}{K + L}$; 当 $K + L > 1$ 时, $\frac{(K + \hat{L})(\hat{L} - L + 2)}{(K + \hat{L} + 1)(\hat{L} - L + 1)}$ 是关于 \hat{L} 的减函数, 其最大值为 $\frac{2(K + L)}{K + L + 1}$. 因此, 当 $\frac{K + L - 1}{K + L} < \frac{2(K + L)}{K + L + 1}$ 成立时, 式(25)中 $\diamond J_{\text{ASY}}(L)$ 最大. 该不等式可以简化为 $-1 < (K + L)^2$, 并始终成立, 从而证明了该拐点的存在性. 其中, 由于 $L \geq 0$, 只要 $K > 1$, 前提条件 $K + L > 1$ 始终成立.

在拐点存在性的基础上, 通过比较引入拐点优化因子前后的 NLSE 代价函数渐近值的拐角大小, 进一步分析拐角的锐化程度.

引入拐点优化因子后, 以 $(L - 1, J_{\text{ASY}}^*(L - 1))$ 、 $(L, J_{\text{ASY}}^*(L))$ 和 $(L + 1, J_{\text{ASY}}^*(L + 1))$ 为三角形的 3 点坐标,

将 $(L, J_{\text{ASY}}^*(\hat{L}))$ 为顶点的角作为 $J_{\text{ASY}}^*(\hat{L})$ 的拐角 $c^*(K, L)$, 得到拐角表达式为

$$c^*(K, L) = 180^\circ - \sin^{-1}\left(\frac{2}{K+L+1} - \frac{1}{K+L}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{1}{K+L-1} - \frac{1}{K+L}\right) \quad (26)$$

类似地, 可以计算 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 的拐角 $c(K, L)$, 得到拐角表达式为

$$c(K, L) = 180^\circ - \sin^{-1}\left(\frac{1}{K+L+1}\right) \quad (27)$$

令 $K=2, 5$ 或 10 , 仿真比较 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 和 $J_{\text{ASY}}^*(\hat{L})$ 在 L 处的拐角值, 结果如图 3 所示。

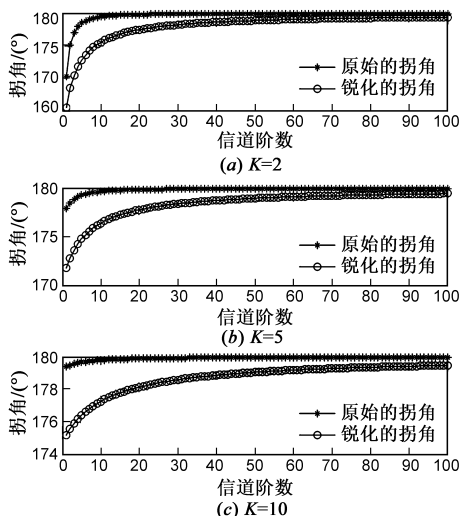


图3 不同 K 下NLSE代价函数渐近值的拐角

由图 3 的仿真结果可知, 对于不同的 K , $J_{\text{ASY}}^*(\hat{L})$ 在 L 处的曲线拐角更加尖锐 (角度更小). 虽然随着信道阶数的增大, L 处的拐点优化因子值 $\frac{1}{K+L}$ 变小, 对拐角的锐化作用减弱, 但在很大的阶数范围内拐点优化因子都能发挥作用. 因此, 本文设计的拐点优化因子具有较强的普适性, 可以将 $J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})$ 的拐点检测作为信道阶数估计准则。

仍采用图 2 所用的参考信道、4 个场景、输入信号和 K , 仿真比较引入拐点优化因子前后的 NLSE 代价函数, 结果如图 4 所示. 图 4 上表示不同场景下的均衡代价函数, 实线和虚线分别对应拐角锐化的和原始的 NLSE 代价函数. 图 4 下表示不同场景下均衡代价函数相邻值之比或之差, 实线和虚线分别对应拐角锐化的 NLSE 代价函数相邻值之比 (缩放到原来的 0.2 倍) 和原始的 NLSE 代价函数相邻值之差. 由图 4 的仿真结果可知:

(1) $J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})$ 在 L 处存在拐点. 在图 4 下中, 拐点锐化的 NLSE 代价函数相邻值之比明确验证了其拐点的

存在性.

(2) 相比 $J_{\text{ASY}}(\hat{L})$ 在 L 处的拐角而言, $J_{\text{ASY}}^*(\hat{L})$ 在 L 处的拐角更加尖锐.

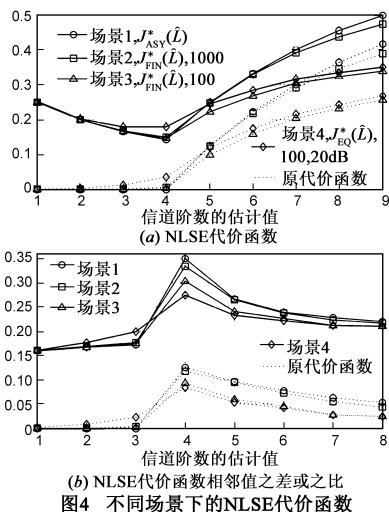


图4 不同场景下的NLSE代价函数

5.2 基于拐点检测的信道阶数估计算法

设定信道阶数的估计值上限 \hat{L}_{\max} , 选择 $K \geq \frac{L_{\max} + 1 - M}{M - 1}$. 其中, \hat{L}_{\max} 默认为一个较大的正整数^[14~18]. 检测 $\diamond J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})$ 的最大值位置, 得到信道阶数的估计值为

$$\hat{L}_{\text{OPT}}^* = \arg \max_{L \in \{0, 1, \dots, \hat{L}_{\max}\}} \diamond J_{\text{EQ}}^*(\hat{L}) \quad (28)$$

同理, 检测 $\Delta J_{\text{EQ}}(\hat{L})$ 的最大值位置, 则得到信道阶数的估计值为

$$\hat{L}_{\text{OPT}} = \arg \max_{L \in \{0, 1, \dots, \hat{L}_{\max}\}} \Delta J_{\text{EQ}}(\hat{L}) \quad (29)$$

本文给出式(29)的估计方法, 作为式(28)估计方法的一个比较对象. 由前文分析可知, 在 SNR 较低或信道首/尾系数较小的情况下, $\Delta J_{\text{EQ}}(\hat{L})$ 在 L 处的最大值较易受到噪声影响, 而 $J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})$ 在 L 处存在一个更加尖锐的拐角, $\diamond J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})$ 在 L 处的最大值则相对稳健, 信道阶数估计的性能更好。

根据 GEV, 对于每个可能的信道阶数 \hat{L} , 所提算法的计算复杂度为 $O(M^3(K+1)^3(K+\hat{L}+1)^3)$, 得到总的计算复杂度为 $O(M^3(K+1)^3L_{\max}^2(K+1+L_{\max}/2)^2)$. 相比之下, CIE 算法的计算复杂度最高, CMR 算法次之, 所提算法和 SSCMR、EFC、NECOE 算法计算复杂度中等, Liavas 算法最简便。

6 仿真分析

本节进行 2 组仿真, 比较各种算法在噪声和有限数据样本输入环境下的工作性能. 选择 2 个典型信道, 分别以文献[3]和文献[18]表 1 中的信道作为信道 1 和 2. 其中, 信道 1 的真实阶数为 4; 信道 2 存在较长的拖尾

小系数,在很大的 SNR 范围内,其有效阶数为 5. 仿真图中的每个数据点代表 1000 次 Monte Carlo 仿真的平均值. 输入信号由 100 个独立同分布的 QPSK 样本符号组成,输出信号叠加了零均值的高斯白噪声. 仿真图中,将基于 $J_{\text{EQ}}^*(\hat{L})$ 和 $J_{\text{EQ}}(\hat{L})$ 拐点检测的信道阶数估计算法分别记为 NLSE 和 NLSE2. CIE、NLSE 和 NLSE2 算法均选择 $K=3$.

所有算法均通过式(7)进行均衡,并采用归一化均方误差(Normalized Mean Squares Error, NMSE)比较均衡接收的效果. 其中, NMSE 定义为

$$\text{NMSE} = 10 \log_{10} \left[1 - \frac{|\hat{s}_L^H(K) s_L(K)|^2}{\|\hat{s}_L(K)\|^2 \|s_L(K)\|^2} \right] \quad (30)$$

图 5 和图 6 分别给出了不同算法下信道阶数的平均估计值和均衡接收的 NMSE.

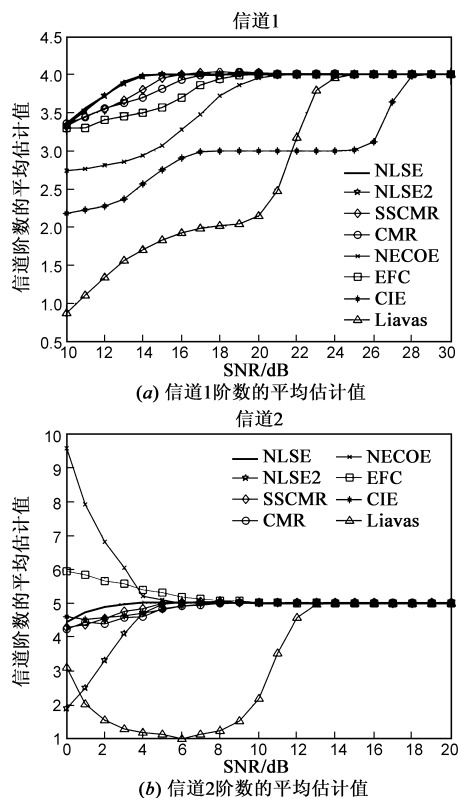


图5 不同算法下信道1和2阶数的平均估计值

算法始终能够获得最优的 NMSE 估计性能. 其中, CIE 和 Liavas 算法随着 SNR 下降性能迅速恶化. CMR 算法的稳定性较差, 在 18 至 25dB 的 SNR 范围内, 其 NMSE 比 SSCMR、NECOE 和 EFC 等算法更大.

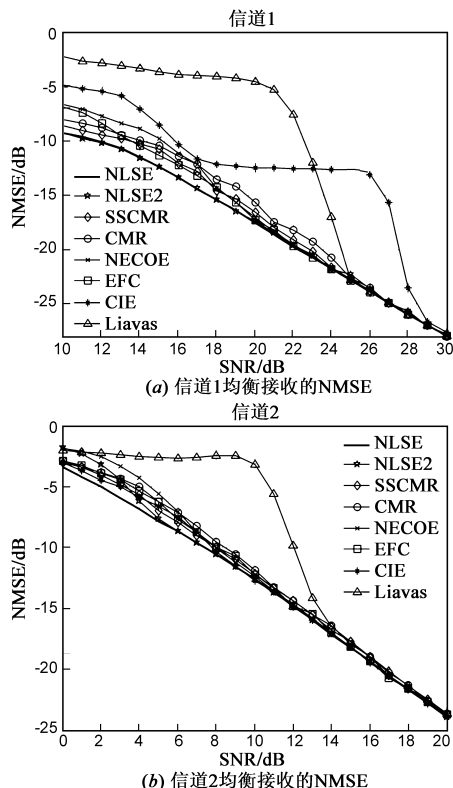


图6 不同算法下信道1和2均衡接收的NMSE

(3) 由于信道 2 的主成分和首/尾小系数之间的差异较大, 其信道阶数估计和均衡的难度下降. 除 Liavas 算法外, 其余算法的性能相对比较接近. 其中, NLSE 算法性能始终最优. 在 SNR 大于 4dB 的范围内, NLSE2 算法次之.

综上所述, 由于同时利用了信道的结构特征和输入/输出信号的统计特性, 本文的 NLSE 算法性能优于现有其它算法 (包括 NLSE2 算法在内), 在 SNR 较低和信道首/尾系数较小的情况下算法稳健性更强.

7 结束语

针对 SIMO-FIR 信道, 本文分别推导了 NLSE 代价函数在理想和实际情况下的渐近值和近似值, 挖掘出均衡代价函数潜在的信道阶数信息——NLSE 代价函数拐点与信道阶数对应. 通过引入拐点优化因子, 提出了一种基于 NLSE 代价函数拐点检测的信道阶数盲估计算法. 理论分析和仿真结果表明, 本文算法性能优于现有其它算法, 在 SNR 较低和信道首/尾系数较小的情况下具有更强的鲁棒性. 虽然本文尚没有给出 NLSE 代价函

根据图 5 和图 6 的仿真结果, 得到如下结论:

(1) 总的来说, 对于不同的信道和 SNR 条件, 相比于其它算法, NLSE 能够获得更稳健的信道阶数估计和更小的 NMSE. 对于信道 1, NLSE2 的性能仅次于 NLSE, 只是其仿真的均值存在细微的抖动. 对于信道 2, NLSE2 性能在 SNR 较低 (小于 4dB) 时性能显著下降, 仅优于 Liavas 算法.

(2) 由于信道 1 的主成分和首/尾小系数之间的差异较小, 其信道阶数估计和均衡的难度较高, 但 NLSE

数拐点的最优检测准则,但是所提算法已经充分展示了基于均衡代价函数进行信道阶数估计的潜力.因此,挖掘均衡代价函数的潜在信道信息是信道阶数估计的一条新途径.

参考文献

- [1] Tong L, Xu G, Kailath T. Blind identification and equalization based on second-order statistics: A time domain approach[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1994, 40(2): 340 – 349.
- [2] Xu G, Liu H, Tong L, et al. A least-squares approach to blind channel equalization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(12): 2982 – 2993.
- [3] Moulines E, Duhamel P, Cardoso J F, et al. Subspace methods for the blind identification of multi-channel FIR filters[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(2): 516 – 525.
- [4] Giannakis G B, Tepedelenioglu C. Direct blind equalizers of multiple FIR channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(1): 62 – 74.
- [5] Schmid D, Enzner G. Cross-relation-based blind SIMO identifiability in the presence of near-common zeros and noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(1): 60 – 72.
- [6] Simois F J, Murillo-Fuentes J J, Boloix-Tortosa R, et al. Near the Cramér-Rao bound precoding algorithms for OFDM blind channel estimation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(2): 651 – 661.
- [7] Tu C, Champagne B. Blind recursive subspace-based identification of time-varying wideband MIMO channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(2): 662 – 674.
- [8] Pan Y-C, Phoong S-M. An improved subspace-based algorithm for blind channel identification using few received blocks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(9): 3710 – 3720.
- [9] Akaike H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, AC – 19(6): 716 – 723.
- [10] Rissanen J. Modeling by shortest data description[J]. Automatica, 1978, 14: 465 – 471.
- [11] Kay S M. Exponentially embedded families: A new approach to model order estimation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(1): 333 – 345.
- [12] Liavas A P, Reglia P A, Delmas J-P. Blind channel approximation: Effective channel order determination[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(12): 3336 – 3344.
- [13] Liavas A P, Regalia P A. On the behavior of information theo-

retic criteria for model order selection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(8): 1689 – 1695.

- [14] 代松银,袁嗣杰,董书攀.基于子空间分解的信道阶数估计算法[J].电子学报,2010,38(6):1245 – 1248.
Dai Song-yin, Yuan Si-jie, Dong Shu-pan. Effective channel order estimation based on subspace decomposition[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(6): 1245 – 1248. (in Chinese)
- [15] Gabet J D, Bojanczyk A W. Effective channel order estimation based on nullspace structure and exponential fit[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10): 5425 – 5430.
- [16] Karaküttük S, Tuncer T E. Channel matrix recursion for blind effective channel order estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1642 – 1653.
- [17] 孙有铭,刘洛琨,崔波,等.基于子空间信道矩阵迭代的阶数估计算法[J].电子与信息学报,2013,35(2):432 – 437.
Sun You-ming, Liu Luo-kun, Cui Bo, et al. Channel order estimation algorithm based on subspace channel matrix recursion[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(2): 432 – 437. (in Chinese)
- [18] Vía J, Santamaría I, Pérez J. Effective channel order estimation based on combined identification/equalization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(9): 3518 – 3526.

作者简介



崔 波 男,1985 年出生,安徽长丰人.国家数字交换系统工程技术研究中心博士,从事物理层安全、盲信号处理等方面的研究.
E-mail: eeeicuibo@163.com



刘 璐 男,1988 年出生,安徽宿州人.国家数字交换系统工程技术研究中心博士生,从事物理层安全的研究.
E-mail: hi_alue@qq.com

李翔宇 男,1987 年出生,河南淮阳人.国家数字交换系统工程技术研究中心博士生,从事物理层安全的研究.
E-mail: luckyxiangyu@gmail.com

金 梁(通信作者) 男,1969 年出生,北京人.国家数字交换系统工程技术研究中心教授,博士生导师,从事物理层安全、通信信号处理和阵列信号处理等方面的研究.
E-mail: liangjin@263.net