

# 两跳中继系统在混合 Gamma 衰落信道下的性能分析

程卫军

(中央民族大学信息工程学院,北京 100081)

**摘要:** 基于混合 Gamma 信道模型研究了两跳中继系统在联合多径阴影衰落环境下的性能. 推导了两跳中继系统端到端信噪比的累积分布函数和矩生成函数的精确闭式解,并基于这些闭式解分析了两跳中继系统的误码率、中断率和分集增益等性能.与广义 K 衰落模型下的性能进行了比较,运用混合 Gamma 衰落模型可获得简单精确的结果.最后数值和仿真分析验证了理论研究的正确性.

**关键词:** 两跳中继; 联合多径阴影衰落; 混合 Gamma; 广义 K 分布; 性能分析

**中图分类号:** TN9193 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)10-1944-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.10.012

## Performance Analysis of Dual-Hop Relaying System over Mixture Gamma Fading Channels

CHENG Wei-jun

(School of Information Engineering, Minzu University of China, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The end-to-end performance of a dual-hop amplify-and-forward relaying system is investigated over composite multipath-lognormal fading channels by using Mixture Gamma(MG)channel model. Novel exact closed-form expressions for the cumulative distribution function and the moment-generation function of the end-to-end signal-to-noise ratio are derived. Moreover, the average symbol error rate, outage probability and the diversity order are found based on the above new expressions, respectively. These expressions are more simple and accuracy than the ones obtained by using Generalized-K(KG)channel model. Finally, numerical and simulation results are shown to verify the accuracy of the analytical results.

**Key words:** dual-hop relaying; composite multipath-lognormal fading; mixture Gamma; generalized-K; performance analysis

### 1 引言

近十年来,无线合作中继技术以其具有提供空间分集克服多径衰落、延伸覆盖和增加容量等特点,受到了国内外通信业者的青睐.无线合作中继技术既保留了 MIMO(Multiple Input Multiple Output)技术的优点,同时降低了系统复杂度,具有更强的现实应用性,其研究已应用到多种无线通信领域中,如 WiMAX 和 LTE-Advanced.合作中继技术在衰落环境下的性能分析一直是通信业者的研究热点之一,如文献[1~4].随着研究的深入,近年来在 Nakagami-lognormal(NL)联合衰落环境下的研究受到了广泛关注并成为研究热点,如文献[5~10].

由于 NL 联合衰落分布考虑了大尺度和小尺度衰落,即联合了多径衰落和阴影衰落,可更好地模拟无线通信环境.但这种联合模型不存在闭式表达式,在数学上很难处理,这对无线通信系统性能的分析造成了困难.为了简化分析,目前出现了 NL 的三种近似模型. KG 衰落模型<sup>[11]</sup>是利用 Gamma 分布近似 Lognormal 分布而

得到的, $\mathcal{S}$  衰落模型<sup>[12]</sup>是利用 Inverse Gaussian(IG)分布近似 Lognormal 分布而得到的,而 MG 模型<sup>[13]</sup>则是利用 Gaussian-Hermite 正交和来近似 NL 模型,通过调整 Gamma 分布函数的个数可实现精确匹配 NL 信道衰落模型.由于在 KG 和  $\mathcal{S}$  衰落模型中,单跳链路的平均信噪比(Signal-to-noise Ratio, SNR)的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)中含有修正贝塞尔函数,数字通信系统的中断率和误码率等性能的解析式经常涉及到超几何函数和 Whittaker 函数,甚至包含 Meijer's G 函数.尤其在复杂模型分析中其表达式冗长复杂,不得不采用进一步的近似来获得最后结果.文献[5~7]采用 PA(Padé Approximants)近似分别研究了两跳固定中继、两跳放大中继和合作选择中继系统的性能,文献[8]基于前两阶矩匹配法用 Gamma 分布近似 KG 分布研究了解码中继合作系统的性能.而针对两跳放大转发中继系统,在 KG 衰落环境下多借助端到端 SNR 的上界给予了性能分析,如文献[9]在  $\mathcal{S}$  衰落下仅获得了两跳中继系统平均容量的近似上下界.文献[10]在 MG 衰落下研

究了两跳合作系统的近似性能。

基于此,本文在文献[10]的基础上,进一步研究了两跳放大转发(AF, Amplify-and-Forward)中继系统在联合多径阴影衰落环境下的衰落特性,推导了端到端 SNR 的累积分布函数(CDF, Cumulative Distribution Function)和矩生函数(MGF, Moment-Generation Function)精确、上界和渐进的数学表达式,系统地研究了两跳 AF 系统的误码率、中断率和分集阶.并与 KG 信道模型下的性能进行了比较,研究表明运用 MG 模型近似 NL 模型研究合作中继系统的衰落特性可获得简单精确的结果。

## 2 联合衰落信道模型

为比较方便,这里给出 NL、KG 和 MG 等信道模型的衰落统计特性。

若假设传统单跳信道的信道系数  $h$  服从 NL 联合衰落,则接收机端的瞬时接收 SNR( $\gamma$ )的 PDF 可表示为<sup>[14]</sup>:

$$f_{\gamma_{nl}}(\gamma) = \int_0^{\infty} \frac{m^m \gamma^{m-1} \exp(-\frac{m\gamma}{\rho\gamma})}{\Gamma(m)(\rho\gamma)^m} \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda\gamma}} \cdot \exp[-\frac{(\ln\gamma - \mu)^2}{2\lambda^2}] dy \quad (1)$$

其中,  $m$  为 Nakagami- $m$  衰落参数,  $\mu$  和  $\lambda$  分别为对数正态阴影衰落的均值和方差,  $\Gamma(\cdot)$  为标准 Gamma 函数,  $\mu = \ln\Omega$ ,  $\lambda = (\ln 10/10)\sigma$ ,  $\Omega = E[|h|^2]$ ,  $\sigma$  为传输信道的阴影标准方差(dB),  $E[\cdot]$  表示期望符号,  $\rho$  为非衰落 SNR, 定义为  $\rho = P_s/N_0$ , 其中  $P_s$  为发送端信号平均功率,  $N_0$  为接收端引入的加性高斯白噪声方差。

在 KG 信道模型下,式(1)可改写为<sup>[11]</sup>:

$$f_{\gamma_{kg}}(\gamma) = \frac{2\bar{\gamma}^{(k+m)/2}}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \gamma^{(k+m)/2-1} K_{k-m}(2\sqrt{\bar{\gamma}}\gamma) \quad (2)$$

其中,  $k$  表示阴影衰落的分布参数,  $\bar{\gamma} = \frac{km}{\gamma}$ ,  $\bar{\gamma}$  为平均 SNR, 记为  $\bar{\gamma} = k\Omega\rho$ ,  $K_{\alpha}(\cdot)$  为  $\alpha$  阶第二类修正贝塞尔函数。

若参数  $m$  取为整数,在 KG 信道模型下,  $\gamma$  的 CDF 可表示为:

$$F_{\gamma_{kg}}(\gamma) = 1 - \frac{2(\bar{\gamma}\gamma)^{k/2}}{\Gamma(k)} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(\bar{\gamma}\gamma)^{i/2}}{i!} K_{k-i}(2\sqrt{\bar{\gamma}}\gamma) \quad (3)$$

由文献[13],在 MG 信道模型下,式(1)可改写为:

$$f_{\gamma_{mg}}(\gamma) = \sum_{i=1}^N \frac{Ca_i}{2\rho^m} \gamma^{m-1} \exp(-\frac{b_i}{\rho}\gamma) \quad (4)$$

其中,  $a_i = \frac{2m^m w_i \exp[-m(\sqrt{2}\lambda t_i + \mu)]}{\sqrt{\pi}\Gamma(m)}$ ,  $b_i = m \exp[-(\sqrt{2}$

$\lambda t_i + \mu)]$ ,  $C$  为归一化因子,记为  $C = \frac{\sqrt{\pi}}{\sum_{i=1}^N w_i}$ ,  $t_i$  和  $w_i$

分别为 Gaussian-Hermite 积分式的横坐标取值和权重因子,其不同  $N$  时取值可参见文献[15, Table(25.10)]. 此

外,式(4)具有一定的灵活性.当  $m=1$  时,式(4)可退化为 Rayleigh-lognormal 衰落;当  $\lambda=0$  时,式(4)为 Nakagami- $m$  衰落,当  $m \rightarrow \infty$  时,式(4)近似为 Lognormal 衰落。

在 MG 信道模型下,  $\gamma$  的 CDF 可表示为:

$$F_{\gamma_{mg}}(\gamma) = 1 - \sum_{i=1}^N \frac{Ca_i}{2b_i^m} \Gamma(m, \frac{b_i}{\rho}\gamma) \quad (5)$$

其中,  $\Gamma(\cdot, \cdot)$  为不完全 Gamma 函数。

为了匹配 KG 分布中参数  $k$  和  $\Omega$  与 NL(或 MG)分布中参数  $\mu$  和  $\lambda$  之间的关系,根据文献[16]可导出近似关系式如下:

$$\lambda^2 = \psi'(k), \mu = \psi(k) + \ln(\Omega) \quad (6)$$

其中,  $\psi'(\cdot)$  为普西函数  $\psi(\cdot)$  的一阶导数。

## 3 两跳中继传输模型

考虑经典的两跳 AF 中继系统模型,由一个源节点  $S$ 、一个目的节点  $D$  和一个中继节点  $R$  组成,所有链路均服从 NL 衰落.在第一阶段,  $S$  发送自己的信号给  $R$ ; 在第二个阶段,  $R$  对接收的信号进行放大处理后发送给  $D$ . 假设系统采用基于 CSI(Channel State Information)的放大转发策略,则目的节点  $D$  处的端到端 SNR 可描述如下<sup>[1,2]</sup>:

$$\gamma_{\text{SRD}} = \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2 + c} \quad (7)$$

其中,  $\gamma_i$  为第  $i$  跳链路的瞬时 SNR,  $i \in \{1, 2\}$ . 若定义  $\gamma_i = \rho |h_i|^2$ , 其中  $h_i$  为第  $i$  跳链路的信道系数,则  $\gamma_i$  的均值可表示为  $\bar{\gamma}_i = \rho \Omega_i$ . 考虑路径损耗的影响,可设  $\Omega_i = (\frac{d_0}{d_i})^\epsilon$ ,  $d_i$  表示第  $i$  跳的距离,  $d_0$  表示  $S$  到  $D$  的直达距离,  $\epsilon$  为路耗指数. 若取放大因子  $\beta^2 = 1/(P_s |h_1|^2 + N)$ <sup>[1]</sup>,  $c=1$ , 若取  $\beta^2 = 1/(P_s |h_1|^2)$ <sup>[2]</sup>,  $c=0$ .

### 3.1 $\gamma_{\text{SRD}}$ 统计特性的精确分析

为了获得  $\gamma_{\text{SRD}}$  在联合衰落环境下的统计特性,这里采用 MG 信道模型给予分析.由式(7)知,  $\gamma_{\text{SRD}}$  的 CDF 可表示为:

$$F_{\gamma_{\text{SRD}}}(\gamma) = \Pr(\gamma_{\text{SRD}} \leq \gamma) = \Pr[\frac{\gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2 + c} \leq \gamma] \quad (8)$$

经过代数变换,式(8)可改写为:

$$F_{\gamma_{\text{SRD}}}(\gamma) = 1 - \int_0^{\infty} \bar{F}_{\gamma_1}(\gamma + \frac{\gamma^2 + c\gamma}{x}) f_{\gamma_2}(\gamma + x) dx \quad (9)$$

其中,  $\bar{F}_{\gamma_1}(\cdot)$  为  $\gamma_1$  的互补 CDF, 定义为  $\bar{F}_{\gamma_1}(\cdot) = 1 - F_{\gamma_1}(\cdot)$ .  $F_{\gamma_1}(\cdot)$  为  $\gamma_1$  的 CDF,  $f_{\gamma_2}(\cdot)$  为  $\gamma_2$  的 PDF, 可分别由式(5)和(4)得到. 所以,  $\bar{F}_{\gamma_1}(\cdot)$  可表示如下:

$$\bar{F}_{\gamma_1}(\gamma + \frac{\gamma^2 + c\gamma}{x}) = \sum_{i=1}^N \frac{C_1 a_i}{2b_i^m} \Gamma[m_1, \frac{b_i}{\rho}(\gamma + \frac{\gamma^2 + c\gamma}{x})] \quad (10)$$

这里对  $\Gamma(\cdot, \cdot)$  进行级数展开和二项系数展开, 并取  $m_i$  为整数, 式(9)可导出如下:

$$F_{\gamma_{\text{SRD}}}(\gamma) = 1 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} \sum_{r=0}^k \Xi(i, j, k, l, r) \gamma^{k+\frac{m_2+l-r}{2}} (\gamma+c)^{\frac{m_2-l+r}{2}} \exp[-\Phi(i, j)\gamma] K_{m_2-l-r}[2\Theta(i, j)] \quad (11)$$

其中,  $\Xi(i, j, k, l, r) =$

$$\frac{C_{m_2-1}^l C_k^r C_1 a_i C_2 a_j \Gamma(m_1) b_i^{k-m_1+\frac{m_2-l-r}{2}}}{2k! \rho^{m_2+k} b_j^{\frac{(m_2-l-r)}{2}}},$$

$$C_j^i = \frac{j!}{[(j-i)! i!]}, \Phi(i, j) = \frac{(b_i + b_j)}{\rho},$$

$$\Theta(i) = \frac{\sqrt{b_i b_j (\gamma^2 + c\gamma)}}{\rho}.$$

由 MGF 的定义<sup>[14]</sup>知,  $\gamma_{\text{SRD}}$  的 MGF 可表示为:

$$\text{MGF}_{\gamma_{\text{SRD}}}(s) = s \int_0^\infty \exp(-s\gamma) F_{\gamma_{\text{SRD}}}(\gamma) d\gamma \quad (12)$$

为了解析方便, 这里取  $c=0$ , 借助文献[17]中式(6.621.3), 可求得式(12)的闭式解如下:

$$\text{MGF}_{\gamma_{\text{SRD}}}(s) = 1 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} \sum_{r=0}^k \Upsilon(i, j, k, l, r) \rho s_2 F_1[\mu + \nu, \nu + 0.5; \mu + 0.5; \frac{\xi + \rho s - 2\zeta}{\xi + \rho s + 2\zeta}] \quad (13)$$

其中,  $\Upsilon(i, j, k, l, r) =$

$$\frac{\sqrt{\pi} C_{m_2-1}^l C_k^r C_1 a_i C_2 a_j \Gamma(m_1) \Gamma(\mu + \nu) \Gamma(\mu - \nu)}{2^{1-\nu} k! (\xi + \rho s + \zeta)^{\mu + \nu} \Gamma(\mu + 0.5) b_i^{m_1-k-\nu}}, \mu = k + m_2 + 1, \nu = m_2 - l - r, \xi = b_i + b_j, \zeta = \sqrt{b_i b_j}, {}_2F_1(a, b; c; z)$$

为超几何函数.

### 3.2 $\gamma_{\text{SRD}}$ 统计特性的上界分析

近年来, 为了减少式(7)在 Nakagami-m、Weibull 和 KG 衰落环境下性能分析的复杂度, 它的上界经常被采用<sup>[3,6]</sup>, 这个上界已被证明在中高 SNR 区和式(7)具有近似的性能, 即

$$\gamma_{\text{SRD}} < \gamma_b = \min(\gamma_1, \gamma_2) \quad (14)$$

所以,  $\gamma_b$  的 CDF 为可表示为:

$$F_{\gamma_b}(\gamma) = F_{\gamma_1}(\gamma) + F_{\gamma_2}(\gamma) - F_{\gamma_1}(\gamma) F_{\gamma_2}(\gamma) \quad (15)$$

运用式(5)到式(15), 在 MG 衰落模型下  $\gamma_b$  的 CDF 为:

$$F_{\gamma_{b-MG}}(\gamma) = 1 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{C_1 a_i C_2 a_j}{4 b_i^{m_1} b_j^{m_2}} \Gamma(m_1, \frac{b_i}{\rho} \gamma) \Gamma(m_2, \frac{b_j}{\rho} \gamma) \quad (16)$$

所以, 运用式(12)并借助文献[17]中式(6.455.1),  $\gamma_b$  在 MG 衰落模型下的 MGF 可获得如下:

$$\text{MGF}_{\gamma_{b-MG}}(s) = 1 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^{m_1-1} \frac{C_1 a_i C_2 a_j s \rho \Gamma(m_1) \Gamma(m_2 + k + 1)}{4(k+1)! b_i^{m_1-k} (b_i + b_j + \rho s)^{m_1+k+1}} \cdot {}_2F_1(1, m_2 + k + 1; k + 2; \frac{b_i + \rho s}{b_i + b_j + \rho s}) \quad (17)$$

### 3.3 $\gamma_{\text{SRD}}$ 统计特性的渐近分析

尽管式(11)和(13)给出了精确闭式解, 式(16)和(17)给出了上界闭式解, 若考查两跳中继系统的分集增益性能, 这两个闭式解不是很直观. 为此, 需对式(14)在高 SNR 区进一步近似. 由于  $F_{\gamma_i}(\cdot)$  是小于 1 的数, 在高 SNR 区式(15)中的乘积项可忽略, 则式(15)可近似为:

$$F_{\gamma_b}(\gamma) \approx F_{\gamma_1}(\gamma) + F_{\gamma_2}(\gamma) \quad (18)$$

当  $\rho \rightarrow \infty$ , 在 MG 衰落环境下, 基于式(5), 式(18)可改写如下:

$$F_{\gamma_{b-MG}}(\gamma) \approx \sum_{i=1}^N \frac{C_1 a_i}{2 m_1 \rho^{m_1}} \gamma^{m_1} + \sum_{j=1}^N \frac{C_2 a_j}{2 m_2 \rho^{m_2}} \gamma^{m_2} \quad (19)$$

所以, 运用式(12), 当  $\rho \rightarrow \infty$  时  $\gamma_b$  的近似 MGF 为:

$$M_{\gamma_{b-MG}}(s) \approx \sum_{i=1}^N \frac{C_1 a_i \Gamma(m_1)}{2(\rho s)^{m_1}} + \sum_{j=1}^N \frac{C_2 a_j \Gamma(m_2)}{2(\rho s)^{m_2}} \quad (20)$$

### 3.4 在 KG 衰落下的统计特性

目前, 在 KG 衰落下针对两跳中继系统研究比较多, 但关于式(7)的精确分析还未见报道. 最近, 文献[18]研究了式(7)在  $c=0$  时的闭式解, 但表达式含有无穷级数和 Meijer's G 函数, 其分析不得不采用 PA 近似方法. 为与 MG 衰落模型比较方便, 本文在 KG 衰落下仅给出  $\gamma_b$  的性能分析, 并采用 PA 近似法获得其 MGF, 然后获得其渐进分析. 故代式(3)到式(15)中, 可得  $\gamma_b$  在 KG 衰落下的 CDF 为:

$$F_{\gamma_{b-KG}}(\gamma) = 1 - \sum_{i=0}^{m_1-1} \sum_{j=0}^{m_2-1} \frac{4 \Xi_1^{(k_1+i)/2} \Xi_2^{(k_2+j)/2}}{i! j! \Gamma(k_1) \Gamma(k_2)} \gamma^{\frac{k_1+i}{2} + \frac{k_2+j}{2}} \cdot K_{k_1-i}(2\sqrt{\Xi_1 \gamma}) K_{k_2-j}(2\sqrt{\Xi_2 \gamma}) \quad (21)$$

其中,  $m_i, k_i$  和  $\Xi_i$  分别为第  $i$  跳的信道参数或变量,  $i \in \{1, 2\}$ .

由于运用式(21)直接求解 MGF 比较困难, 近年来在 KG 衰落下合作中继系统的分析中多采用 PA 近似法, 该方法采用了一个有理多项式来近似 MGF. 根据 MGF 定义, 对指数函数进行幂级数展开, 可得  $\gamma_b$  在 KG 衰落下的 MGF 为:

$$M_{\gamma_{b-KG}}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \mu_{\gamma_{b-KG}}(n) s^n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n s^n \quad (22)$$

其中,  $c_n = \frac{(-1)^n \mu_{\gamma_{b-KG}}(n)}{n!}$ ,  $\mu_{\gamma_{b-KG}}(n)$  是  $\gamma_b$  在 KG 衰落下的  $n$  阶矩.

运用式(21), 并借助文献[19]中式(03.04.26.0009.01)和式(07.34.21.001 1.01),  $\gamma_b$  在 KG 衰落下的  $n$  阶矩可获得如下:

$$\begin{aligned} \mu_{\gamma_{b-KG}}(n) &= n \int_0^\infty \gamma^{n-1} [1 - F_{\gamma_{b-KG}}(\gamma)] d\gamma \\ &= \sum_{i=0}^{m_1-1} \sum_{j=0}^{m_2-1} \frac{n \Xi_1^{-n}}{i! j! \Gamma(k_1) \Gamma(k_2)} \\ &\quad \cdot G_{2,2}^2[\Xi_2/\Xi_1 | 1-k_1^{-n}, 1-i^{-n}] \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $G[\cdot]$  为 Meijer's G 函数.

采用 PA 近似法, 式(22)的前  $W$  项和可表示一个有理多项式(分子为  $L$  次多项式, 分母为  $M$  次多项式)以近似  $M_{\gamma_{b-KG}}(s)$ , 其中  $W = L + M$ , 即

$$M_{\gamma_{b-KG}}(s) \approx \sum_{n=0}^{L+M} c_n s^n + O(s^{n+1}) = \frac{\sum_{i=0}^L a_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^M b_i s^i} \quad (24)$$

其中,  $O(s^{n+1})$  为大于  $W$  次的所有项之和, 系数  $a_i$  和  $b_i$  为常数. 若忽略  $O(s^{n+1})$ , 系数  $a_i$  和  $b_i$  可由下式左右匹配得到, 即

$$\sum_{n=0}^{L+M} c_n s^n = \frac{\sum_{i=0}^L a_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^M b_i s^i} \quad (25)$$

为保证 MGF 的精确近似, 这里采用对角 PA 近似法, 即取  $M = L + 1$ . 此外, PA 近似法可采用 MATHE-MATIC 等软件的标准内嵌函数获得.

为获得在 KG 衰落信道下  $\gamma_b$  的渐近分析, 这里考虑两种情况, 即  $k = m$  和  $k \neq m$ . 在  $k = m$  时, 当  $\rho \rightarrow \infty$ , 借助文献[17]式(8.447.3), 式(2)可近似如下:

$$f_{\gamma_{KG}}(\gamma) = \frac{\Xi^k [2\psi(1) - \ln(\Xi\gamma)]}{\Gamma^2(k)} \gamma^{k-1} \quad (26)$$

而在  $k \neq m$  时, 当  $\rho \rightarrow \infty$ , 式(2)可近似如下:

$$f_{\gamma_{KG}}(\gamma) = \begin{cases} \frac{\Xi^m \Gamma(k-m)}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \gamma^{m-1}, & m < k \\ \frac{\Xi^k \Gamma(m-k)}{\Gamma(m)\Gamma(k)} \gamma^{k-1}, & k < m \end{cases} \quad (27)$$

所以, 运用式(26)和(27), 当  $\rho \rightarrow \infty$  时,  $\gamma_b$  的近似 MGF 可求得如下:

$$M_{\gamma_{b-KG}}(s) \cong \begin{cases} \frac{\Gamma(|m_1 - k_1|) \Xi_1^k}{\Gamma(m_1) s^{k_1}} + \frac{\Gamma(|k_1 - m_1|) \Xi_1^m}{\Gamma(k_1) s^{m_1}}, & k_1 \neq m_1 \\ \frac{\Gamma(|m_2 - k_2|) \Xi_2^k}{\Gamma(m_2) s^{k_2}} + \frac{\Gamma(|k_2 - m_2|) \Xi_2^m}{\Gamma(k_2) s^{m_2}}, & k_2 \neq m_2 \\ \frac{\Gamma(|m_1 - k_1|) \Xi_1^k}{\Gamma(m_1) s^{k_1}} + \frac{\Gamma(|k_1 - m_1|) \Xi_1^m}{\Gamma(k_1) s^{m_1}}, & k_1 \neq m_1 \\ + \frac{\Xi_2^k [2\psi(1) - \psi(k_2) + \ln(s/\Xi_2)]}{\Gamma(k_2) s^{k_2}}, & k_2 = m_2 \\ \frac{\Gamma(|m_2 - k_2|) \Xi_2^k}{\Gamma(m_2) s^{k_2}} + \frac{\Gamma(|k_2 - m_2|) \Xi_2^m}{\Gamma(k_2) s^{m_2}}, & k_1 = m_1 \\ + \frac{\Xi_1^k [2\psi(1) - \psi(k_1) + \ln(s/\Xi_1)]}{\Gamma(k_1) s^{k_1}}, & k_2 \neq m_2 \\ \frac{\Xi_1^k [2\psi(1) - \psi(k_1) + \ln(s/\Xi_1)]}{\Gamma(k_1) s^{k_1}}, & k_1 = m_1 \\ + \frac{\Xi_2^k [2\psi(1) - \psi(k_2) + \ln(s/\Xi_2)]}{\Gamma(k_2) s^{k_2}}, & k_2 = m_2 \end{cases} \quad (28)$$

同理, 也可求得  $\gamma_b$  在 KG 衰落信道下的近似 CDF.

## 4 性能分析

### 4.1 误码率分析

由文献[14]知, 运用 MGF 方法 MPSK 调制的平均误符号率解析式可表示为:

$$P_{e-MPSK} = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} M_\gamma\left(\frac{g_M}{\sin^2\theta}\right) d\theta \quad (29)$$

其中,  $M$  表示进制数,  $g_M = \sin^2(\pi/M)$ .

所以, 把式(13)、(17)和(20)代入到式(29), 可分别求得在 MG 衰落模型下 MPSK 平均误符号率的精确、上界和渐进性能, 把式(24)和(28)代入到式(29)可获得在 KG 衰落模型下的上界和渐进性能. 同理, 也可获得其它调制方式的平均误符号率, 如 MQAM 等, 由于篇幅, 这里不再赘述.

### 4.2 中断率分析

中断率分析是研究通信系统可靠性的另一个重要性能. 由文献[14]知, 中断率定义为系统瞬时输出 SNR 低于给定 SNR 阈值的概率, 可记为:

$$P_{out} = \Pr(\gamma \leq \gamma_{th}) = \int_0^{\gamma_{th}} f_\gamma(\gamma) d\gamma = F_\gamma(\gamma_{th}) \quad (30)$$

其中,  $f_\gamma(\gamma)$  为系统瞬时输出 SNR 的 PDF,  $\gamma_{th}$  为阈值 SNR.

所以, 把式(11)、(16)和(19)代入到式(30), 可求得在 MG 衰落模型下中断概率的精确、上界和渐进性能. 同理, 也可求得 KG 衰落环境下的近似性能.

### 4.3 分集增益分析

为分析方便, 这里采用 MGF 的近似值( $s \rightarrow \infty$ )来研究两跳中继系统的分集增益和编码增益. 由文献[20]知, 当  $s \rightarrow \infty$ , MGF 可写为下式:

$$|M_\gamma(s)| = a |s|^{-b} + O(|s|^{-(b+1)}) \quad (31)$$

其中,  $a$  和  $b$  分别为系统的编码增益和分集增益,  $O(|s|^{-(b+1)})$  为高于  $b$  次的所有项.

所以, 基于式(31), 由式(20)知, 在 MG 衰落模型下两跳中继系统的分集增益为  $\min(m_1, m_2)$ , 取决于各跳链路参数  $m$  的值, 而在 KG 衰落模型下, 由式(28)知, 两跳中继系统的分集增益为  $\min(m_1, k_1, m_2, k_2)$ , 取决于各跳链路参数  $m$  和  $k$  的值, 而它们各自的编码增益为具有最小分集阶的项系数(或之和).

## 5 数值与仿真分析

针对上述理论分析, 本节将给出所研究方案的数值分析和仿真研究. 在仿真研究和数值分析中, 假设所有衰落信道均为平坦衰落. 不失一般性, 在分析中假设中继节点位于 SD 的连线上, 取  $d_{SD} = 1, \epsilon = 4$ .

本部分首先给出了两跳中继系统在 MG 衰落模型下不同信道参数时的中断概率和平均误符号分析. 图 1

和图 2 分别给出了系统中断概率和平均误符号率与非衰落 SNR( $\rho$ )的关系分析,其中  $d_1 = d_2 = 0.5, N = 10, \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ .从图 1 可看出,式(11)在  $c = 1$  和  $c = 0$  时表现了几乎相似的性能,式(16)的上界与式(11)比,除了在中 SNR 区有偏离外,在中高 SNR 区显示了近似的性能,而式(19)的渐进分析在高 SNR 区表现了较紧的渐进性,同时不同条件下的仿真分析( $c = 1$ )也证明了理论分析的正确性.同理,图 2 的平均误符号率分析显示了与图 1 相似的结果.此外,还可看出,增加  $\sigma$  的值,阴影效应增加,性能恶化;增加中断阈值  $\gamma_{th}$ ,系统中断率增加,这说明系统输出的瞬时 SNR 低于  $\gamma_{th}$  的概率增加;对不同  $M$  进制下误符号率( $M = 2, 8, 16$ ),  $M$  值越大误符号率也越大;改变前后跳的参数  $m$ ,可看出系统的分集增益改变,而分集阶数受制于较弱跳的参数  $m$ .

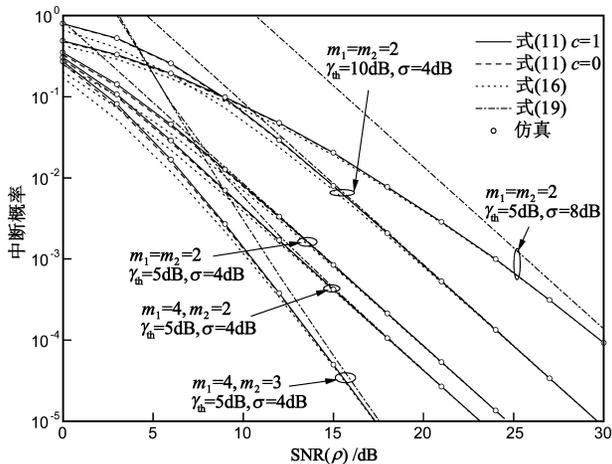


图1 在MG衰落模型下的中断率分析

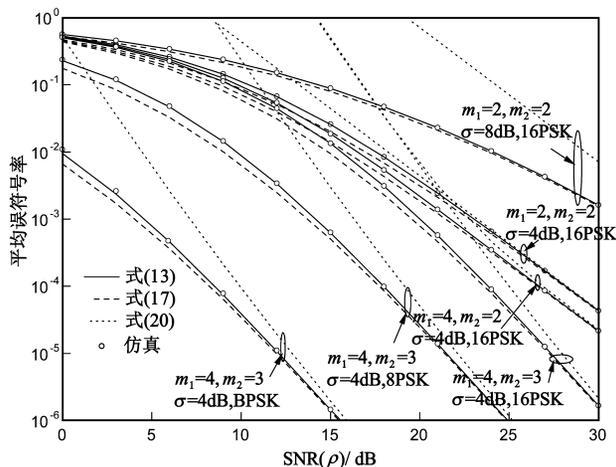


图2 在MG衰落模型下MPSK调制的平均误符号率分析

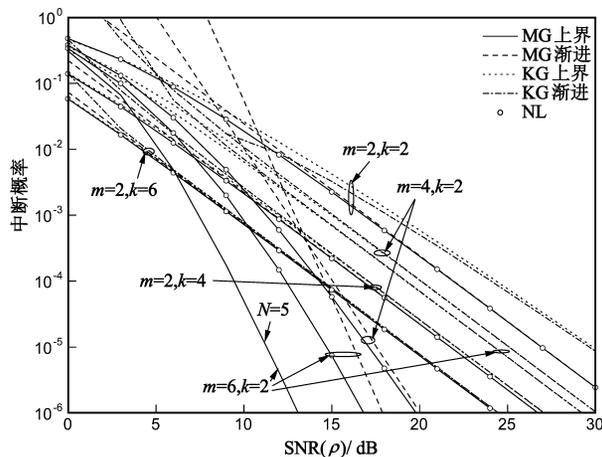


图3 在MG、KG和NL衰落模型下的中断率比较分析

图 3 和图 4 分别给出了两跳中继系统在 MG、NL 和 KG 衰落模型下上界和渐进分析的中断概率和平均误符号率比较,其中  $d_1 = d_2 = 0.5, N = 10$ .从图 3 和图 4 中可看出,当  $m$  不变( $m = 2$ ),增加  $k$  的值( $k = 2, 4$  和  $6$ )时,KG 模型与 MG 和 NL 模型下的系统性能偏离度越来越小,且具有相似的分集增益,编码增益随  $k$  值增加;当  $k$  不变( $k = 2$ ),增加  $m$  的值( $m = 2, 4$  和  $6$ ),KG 模型与 MG 和 NL 模型下的系统性能偏离度越来越大,且 KG 模型下的性能分集阶数不变,编码增益随  $m$  值增加;而 MG 和 NL 衰落模型仅在  $N = 5$  时有较大偏离外,其余情况( $N = 10$ )都匹配的很好.这说明系统分集性能在 KG 模型下受制于参数  $m$  和  $k$ ,而在 MG 和 NL 衰落模型下仅受制于  $m$  参数,调整 MG 模型中  $N$  的值可以匹配不同衰落环境的 NL 模型.另外,在理论分析部分运用 MG 模型也获得了比 KG 模型较简单的性能闭式解,可见用 MG 模型近似 NL 模型要比 KG 模型更有优势.说明的是,NL 模型下的性能曲线是基于式(15)并利用多重积分数值计算的近似结果.

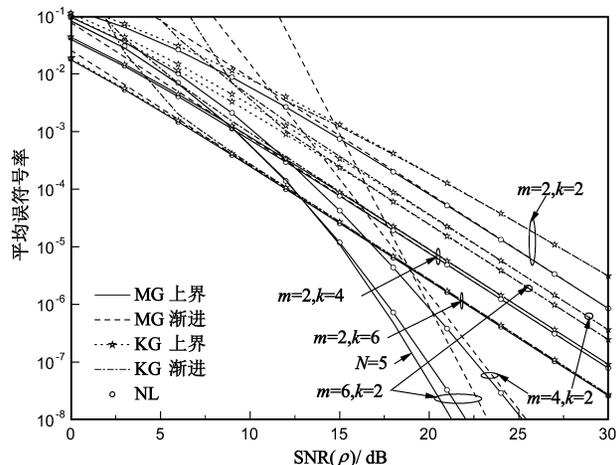


图4 在MG、KG和NL衰落模型下8PSK的平均误符号率比较分析

图 5 给出了两跳中继系统在 MG 衰落模型下 BPSK 平均误码率与中继节点位置移动时的关系分析,其中  $\rho = 10\text{dB}, N = 10$ ,中继节点在 SD 连线上移动.从图中可

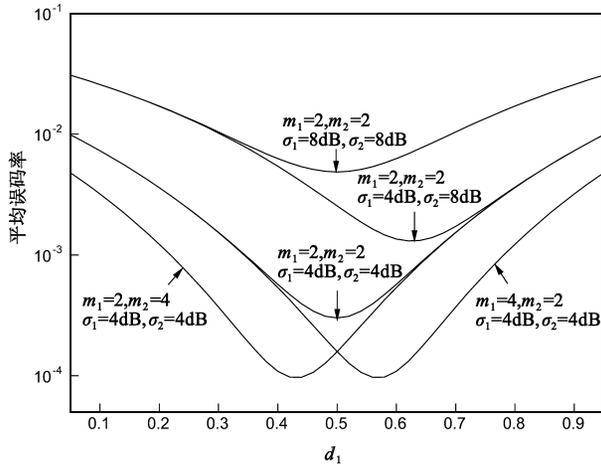


图5 在MG衰落模型下BPSK平均误码率与中继节点距离 $d_1$ 的关系分析

看出,当各跳链路信道参数( $m$ 和 $\sigma$ )相同时,性能以SD连线的中点对称,最优性能位于中点, $R$ 的位置选择应该位于中点附近;当信道参数不相同,最优性能偏向弱跳( $m$ 较小或 $\sigma$ 较大)的一端,且在弱跳端表现出了较好的性能,这时 $R$ 的位置应该选择在距离 $S$ (或 $D$ )较远且信道参数较好的地方,或者距离 $S$ (或 $D$ )较近且信道参数较弱的地方,而选择距离 $S$ (或 $D$ )较近且信道参数好的地方不带来好处,这是因为发送距离较大且信道参数不好的一跳决定了整个系统的性能.本分析有助于研究合作中继网络中中继节点的最优选择问题.

## 6 结束语

本文在联合多径阴影衰落环境下研究和分析了两跳AF系统的衰落特性.借助MG信道模型,在独立不同分布下推导了端到端SNR统计特性的精确、上界和渐进数学表达式,然后分析了系统的误码率、中断率和分集阶.并与NL、KG信道模型下的性能进行了比较,数值计算和仿真分析验证了理论分析的正确性.该研究方法有助于合作中继系统在联合衰落环境下的性能研究,如同频干扰环境下的研究和虚拟MIMO系统的研究等.

## 参考文献

[1] Laneman J N, Tse D N C, Wornell G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 2004, 50(12): 3062 – 3080.  
 [2] Hasna M O, Alouini M S. End-to-end performance of transmission systems with relays over Rayleigh fading channels [J]. IEEE Trans. Wireless Commun., 2003, 2(6): 1126 – 1131.  
 [3] Ikki S, Ahmed M H. Performance analysis of cooperative diversity wireless networks over Nakagami- $m$  fading channel [J].

IEEE Commun. Letters, 2007, 11(4): 334 – 336.  
 [4] Osamah S B, Michel K. Performance analysis of dual – Hop systems with fixed gain relays over generalized fading channels [A]. Proceedings of IEEE Globecom [C]. Anaheim, Canada, 2012, 12: 4148 – 4152.  
 [5] Wu L H, Lin J R, Niu K, He Z Q. Performance of dual-hop transmissions with fixed gain relays over generalized- $k$  fading channels [A]. Proceedings of the ICC [C]. Dresden, Germany, 2009, 6: 1 – 5.  
 [6] Peppas K P, Datsikas C K, Nistazakis H E, Tombras G S. Dual-hop relaying communications over generalized-K (KG) fading channels [J]. Journal of the Franklin Institute, 2010, 347(9): 1643 – 1653.  
 [7] Ali K, Ibrahim A. SER of multiple-relay cooperative systems with selection combining in Generalized-K channels [A]. Proceedings of The 10th International Symposium on Wireless Communication Systems [C]. Ilmenau, Germany, 2013, 8: 1 – 5.  
 [8] Dziri A, Ruyet D L, Roviras D, erre M T. Symbol error probability analysis of the decoded and forward relaying over the composite multipath shadowing fading channels [A]. Proceedings of IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology [C]. Paris, France, 2010: 171 – 176.  
 [9] Zhong C J, Michail M, Karagiannidis G. K, Huang A P and Zhang Z Y. Capacity bounds for AF dual-hop relaying in  $\mathcal{G}$  fading channels [J]. IEEE Trans. on Vehicular Technology, 2012, 61(4): 1730 – 1740.  
 [10] Cheng W J. On the performance of dual-hop cooperative system over mixture gamma fading channels [A]. Proceedings of the 22nd wireless and optical communication conference [C]. Chongqing, China, 2013, 5: 12 – 17.  
 [11] Bithas P S, Sagias N C, Mathiopoulos P T, Karagiannidis G K, Rontogiannis A A. On the performance analysis of digital communications over generalized-K fading channels [J]. IEEE Commun. Letters 2006; 10(5): 353 – 355.  
 [12] Laourine A, Alouini M S, Affes S, Stephenne A. On the performance analysis of composite multipath/shadowing channels using the distribution [J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(4): 1162 – 1170.  
 [13] Atapattu S, Tellambura C, and Jiang H. Representation of composite fading and shadowing distributions by using mixtures of gamma distributions [A]. Proceedings of IEEE Wireless Commun. Network. Conf [C]. Sydney, Australia, 2010, 4: 1 – 5  
 [14] Simon M K, Alouini M S. Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis [M]. 2nd edition. New York: Wiley & Sons, 2005.  
 [15] Abramowitz M, Stegun I A. Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables [M].

Dover Publications, 1965.

- [16] Abdi A and Kaveh M. K distribution: an appropriate substitute for Rayleigh-lognormal distribution in fading shadowing wireless channels[J]. Electronics Letters, 1998, 34(9): 851 – 852.
- [17] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. 6th Edition. New York: Academic; 2000.
- [18] 张晓青, 无线中继信道性能研究[D], 陕西西安: 西安电子科技大学, 2012, 2.  
Zhang X Q. Performance Analysis of Wireless Relay Channels [D]. Xian, Shanxi: Xidian University, 2012. 2. (in Chinese)
- [19] The Wolfram functions site[DB/OL]. URL <http://functions.wolfram.com>.

- [20] Wang Z, Giannakis G. A simple and general parameterization quantifying performance in fading channels[J]. IEEE Trans. commun., 2003, 51(8): 1389 – 1398.

#### 作者简介



程卫军(通信作者) 男, 1973年6月出生, 山东曹县人, 博士, IEEE 会员. 2004年毕业于北京邮电大学获工学博士学位, 2005年~2007年在北京大学从事博士后研究工作. 现为中央民族大学副教授, 主要从事合作通信、多跳无线网络、无线网络资源管理及嵌入式应用等方面的研究工作.

E-mail: [weijuncheng@163.com](mailto:weijuncheng@163.com)