

脉冲神经网络的监督学习算法研究综述

蔺想红,王向文,张 宁,马慧芳

(西北师范大学计算机科学与工程学院,甘肃兰州 730070)

摘 要: 脉冲神经网络是进行复杂时空信息处理的有效工具,但由于其内在的不连续和非线性机制,构建高效的脉冲神经网络监督学习算法非常困难,同时也是该研究领域的重要问题.本文介绍了脉冲神经网络监督学习算法的基本框架,以及性能评价原则,包括脉冲序列学习能力、离线与在线处理性能、学习规则的局部特性和对神经网络结构的适用性.此外,对脉冲神经网络监督学习算法的梯度下降学习规则、突触可塑性学习规则和脉冲序列卷积学习规则进行了详细的讨论,通过对比分析指出现有算法存在的优缺点,并展望了该领域未来的研究方向.

关键词: 脉冲神经网络; 监督学习; 反向传播; 突触可塑性; 卷积

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)03-0577-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.03.024

Supervised Learning Algorithms for Spiking Neural Networks: A Review

LIN Xiang-hong, WANG Xiang-wen, ZHANG Ning, MA Hui-fang

(School of Computer Science and Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou, Gansu 730070, China)

Abstract: Spiking neural networks are shown to be suitable tools for the processing of spatio-temporal information. However, due to their intricately discontinuous and implicit nonlinear mechanisms, the formulation of efficient supervised learning algorithms for spiking neural networks is difficult, which is an important problem in the research area. In this paper, we introduce the general framework of supervised learning algorithms for spiking neural networks, and analyze their performance evaluations including spike trains learning ability, offline and online processing ability, the locality of learning mechanism and the applicability to network structure. Furthermore, we survey the advance of the research on supervised learning algorithms, which can be divided into three categories according to their differences: gradient descent rule, synaptic plasticity rule, and spike trains convolution rule. Finally, we discuss the advantages and disadvantages of these algorithms, and prospect the problems in current research and some future research directions in this area.

Key words: spiking neural network; supervised learning; backpropagation; synaptic plasticity; convolution

1 引言

人工神经网络是对生物神经系统结构和功能的抽象和模拟,传统的人工神经网络应用生物神经元的脉冲发放频率编码信息,神经元的输出一般表示为给定区间的模拟量,学习算法对突触权值的调整主要依据神经元输出的实数值,即脉冲发放的频率^[1].然而,由更具生物真实性的脉冲神经元模型^[2]为基本单元构成的脉冲神经网络,应用脉冲序列表示与处理信息,这种编码方式整合了信息的多个方面,如时间、空间、频率和相位等^[3].脉冲神经网络与基于脉冲频率编码信息的传统人工神经网络相比,拥有更强大的计算能力,可以模拟各种神经信号和任意的连续函数,非常适合实现大脑神经

信号的处理问题,是进行复杂时空信息处理的有效工具^[4].

人工神经网络的监督学习是指将训练样本的数据加入到网络输入端,同时将相应的目标输出与实际输出相比较,得到误差信号,以此控制突触权值的调整,经多次训练后收敛到一个确定的权值.当样本情况发生变化时,经过监督学习可以重新修改突触权值以适应新的环境.实验研究表明在生物神经系统特别是感觉运动网络和感觉系统中存在监督学习^[5],但是生物神经元通过怎样的方式实现这一过程还没有明确的结论.对于脉冲神经网络来说,神经信息以脉冲序列的形式表示,神经元内部状态变量及误差函数不再满足连续可微的性质,传统人工神经网络的监督学习算法,如基于梯度下降的

误差反向传播 (Backpropagation, BP) 算法已不能直接使用. 因此, 脉冲神经网络的监督学习算法是一新兴技术, 对监督学习的研究越来越受到研究者的关注, 近年来给出了较多的监督学习算法^[6]. 我们根据突触权值的学习规则不同, 将现有的监督学习算法分为梯度下降学习算法、突触可塑性学习算法、以及脉冲序列卷积学习算法.

2 脉冲神经网络监督学习的基本理论

2.1 脉冲神经网络监督学习算法的基本框架

脉冲神经网络的监督学习算法主要是实现脉冲序列复杂时空模式的学习, 脉冲序列 $S = \{t^f: f=1, \dots, F\}$ 表示神经元所发放脉冲时间的有序数列, 脉冲序列可形式化的表示为:

$$S(t) = \sum_{f=1}^F \delta(t - t^f) \quad (1)$$

其中, t^f 表示第 f 个脉冲发放时间, $\delta(x)$ 表示 Dirac delta 函数, 当 $x=0$ 时, $\delta(x)=1$, 否则 $\delta(x)=0$. 尽管脉冲神经网络的各种监督学习算法存在差异, 但这些方法总的目标是一致的: 对于给定的多个输入脉冲序列 $S_i(t)$ 和多个目标脉冲序列 $S_d(t)$, 寻找脉冲神经网络合适的突触权值矩阵 \mathbf{W} , 使神经元的输出脉冲序列 $S_o(t)$ 与对应的目标脉冲序列 $S_d(t)$ 尽可能接近, 即两者的误差评价函数值最小.

假设脉冲神经网络包含 N_i 个输入神经元, N_o 个输出神经元, 图 1 给出了脉冲神经网络监督学习算法的基本框架. 由随机生成的初始突触权值矩阵 \mathbf{W} 开始, 对于每一次脉冲神经网络的学习过程, 分为三个阶段: 首先, 样本数据通过特定的编码方法编码为脉冲序列 $S_i^n(t)$, $n=1, \dots, N_i$; 其次, 将脉冲序列输入到神经网络, 应用一定的模拟策略运行神经网络, 得到实际的输出脉冲序列 $S_o^m(t)$, $m=1, \dots, N_o$; 然后, 根据目标脉冲序列 $S_d^m(t)$, $m=1, \dots, N_o$, 计算神经网络的误差, 通过误差值及学习规则调整神经网络的突触权值 $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} + \Delta\mathbf{W}$. 最后, 判断通过学习得到的脉冲神经网络是否达

到预先规定的最小误差, 或者已完成迭代次数, 不满足则继续.

脉冲神经网络监督学习算法的关键是构建合适的突触权值学习规则, 但同时也受到其他相关理论的影响, 下面主要讨论这些方法与技术:

(1) 神经信息的编码与解码方法. 由于脉冲神经网络的输入输出是脉冲序列, 不能直接进行模拟量的计算, 首先要考虑的问题是神经信息的编码与解码机制. 编码是指将样本数据或刺激信号转换为脉冲序列, 而解码是编码的逆向过程, 是将脉冲序列映射为输出结果或特定反应. 目前, 研究者借鉴生物神经元对特定刺激信号的编码机制, 除了神经信息的频率编码外, 给出了延迟编码、相位编码、Time-to-First-Spike 编码、BSA (Bens Spike Algorithm) 编码等时间编码策略^[7].

(2) 神经元模型与网络模拟策略. 脉冲神经元是构成脉冲神经网络的基本单元, 根据复杂程度将脉冲神经元的计算模型分为具有生物可解释性的生理模型、具有脉冲生成机制的非线性模型和具有固定阈值的线性模型三类^[8]. 由于脉冲神经元被表示为由连续系统和离散脉冲事件构成的混合系统, 脉冲神经网络的模拟不同于传统的人工神经网络, 一般采用时钟驱动或事件驱动模拟策略, 而且研究表明, 不同的神经元模型及模拟策略影响脉冲神经网络的动态特性与学习性能^[9].

(3) 脉冲序列的相似性度量方法. 脉冲序列的相似性度量是对脉冲序列相似程度的定量计算方法, 研究者已经给出了不同的度量方法^[10]. 在脉冲神经网络的监督学习过程中, 需要对目标脉冲序列和实际输出脉冲序列进行相似性度量, 即计算它们的误差. 通过脉冲序列误差的计算, 一方面用于衡量监督学习的精度, 当误差小于给定值时, 结束学习迭代的过程; 另一方面, 在有些监督学习 (如梯度下降学习) 算法中, 通过定义特定的误差函数, 将其应用于学习规则的推导.

2.2 脉冲神经网络监督学习算法的性能评价

基于神经信息的脉冲时间编码及生物神经系统的学习机制, 研究者所给出的脉冲神经网络监督学习算法表现出不同的特性. 为了更好的理解和比较不同的方法, 我们主要从以下 4 个方面进行性能评价:

(1) 脉冲序列的学习能力. 虽然监督学习算法的应用与所选择的脉冲编码方法相关, 但从监督学习算法自身的性能来说, 有的方法可以实现多脉冲的学习, 可对基于脉冲精确定时的脉冲序列模式进行学习, 而有的方法仅能实现单脉冲的学习, 即神经信息编码为单个脉冲发放时间. 一般情况下, 基于脉冲序列的监督学习算法具有更强的学习能力和更广的适用性.

(2) 离线与在线处理性能. 从对脉冲序列的学习方

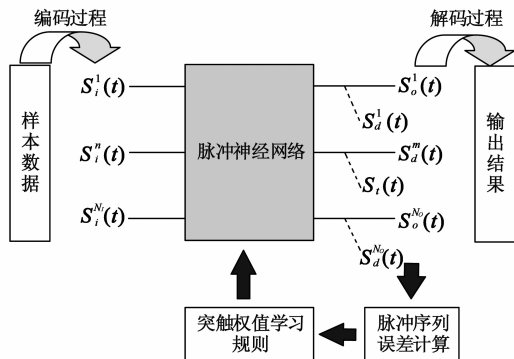


图1 脉冲神经网络监督学习算法的基本框架

式来看,监督学习算法可分为离线学习和在线学习^[11]. 离线学习算法的特点是在应用学习规则进行学习时,要求考虑网络中脉冲序列的所有脉冲发放时间,以便计算网络总体的误差及总的突触更新值,这类算法适用于静态数据的学习. 实际上,现实世界中获取的时空数据带有时间和空间特征^[12],时空数据一般表示为连续的脉冲序列流,要求学习算法对网络进行实时学习,突触权值随着脉冲的输入过程进行动态的变化,因此,对于这类实时性任务的处理,在线学习算法更加适合与有效^[13].

(3)学习规则的局部特性. 局部特性是指网络的学习规则仅由突触前后神经元所发放的脉冲序列决定,该特性表征监督学习算法的规模可扩展性. 一方面,将具有局部特性的监督学习算法应用于简单神经网络,还是大规模神经网络,突触权值的学习规则具有相同的形式,不随网络规模的变化而改变. 另一方面,具有局部特性的监督学习算法适合于并行结构的硬件系统实现,从而可对具体问题进行高效的求解.

(4)神经网络结构的适用性. 不同的监督学习算法适用于不同的神经网络结构,目前主要应用的拓扑结构包括:单神经元或单层网络,多层前馈网络和递归网络. 通常结构越复杂的脉冲神经网络对复杂问题的求解更有效,但对应监督学习算法的构造也更加困难.

3 基于梯度下降规则的监督学习算法

3.1 梯度下降学习算法的基本理论

借鉴传统人工神经网络的误差反向传播算法^[14],脉冲神经网络梯度下降学习算法的基本思想是利用神经元目标输出与实际输出之间的误差以及误差反向传播过程,得到梯度下降计算结果作为突触权值调整的参考量. 对于脉冲神经网络的误差反向传播算法,首先需要定义输出脉冲序列与目标脉冲序列的误差函数 E ,然后使用 delta 更新规则对所有的突触权值进行调整,突触权值的计算如下:

$$\Delta w = -\eta \nabla E = -\eta \frac{\partial E}{\partial w} \quad (2)$$

其中, η 表示学习率, ∇E 表示误差函数 E 对于突触权值 w 的梯度计算值. 如果脉冲神经网络包含多层,根据突触所在层的不同将学习规则分成两部分,分别为输出层与隐含层突触权值的梯度下降学习规则.

3.2 梯度下降监督学习算法的分类

3.2.1 所有层神经元限定仅发放一个脉冲

Bohte 等人^[15]首次提出了适用于多层前馈脉冲神经网络的误差反向传播算法,称为 SpikeProp 算法,该算法使用了具有解析表达式的脉冲反应模型 (Spike Response Model, SRM)^[16],并为了克服神经元内部状态变

量由于脉冲发放而导致的不连续性,限制网络中所有层神经元只能发放一个脉冲. 因此,根据最小平方和误差函数,神经网络的误差函数定义为:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N_o} (t_m^o - t_m^d)^2 \quad (3)$$

其中, t_m^o 和 t_m^d 分别表示输出层神经元 m 的实际脉冲发放时间和目标脉冲发放时间. 对于多突触模型,从突触前神经元 i 到突触后神经元 j 的第 k 个突触权值的梯度计算如下:

$$\Delta w_{ij}^k = -\eta y_i^k(t_j^o) \delta_j \quad (4)$$

其中, $y_i^k(t_j^o)$ 表示无权的突触后电位, δ_j 根据突触所在层的不同表现为不同的梯度下降学习规则. 该算法具有非线性模式分类问题的求解能力.

近年来,研究者对 SpikeProp 算法从不同的方面进行了改进. Xin 和 Embrechts^[17]通过增加简单的动量项,加速了 SpikeProp 算法的收敛速度. 此外,通过增加对突触延时、神经元脉冲发放阈值和时间常量等参量基于梯度下降的学习规则, SpikeProp 算法的性能进一步增强,当求解给定的学习任务时,具有更小的网络规模和更快的收敛速度^[18]. McKennoch 等人提出了收敛速度更快的 RProp 和 QuickProp 算法^[19],并进一步将 SpikeProp 算法扩展到一类非线性神经元模型,构造了 Theta 神经网络的反向传播算法^[20]. 方慧娟等人^[21]给出了学习率自适应的方法,学习率在学习过程中动态变化. 杨文宇等人^[22]提出了一种改进的脉冲神经元,它涉及到状态函数在激发时间点的导数,并相应的给出了它的学习算法. 但是,脉冲神经网络的这些算法都是用单脉冲编码信息,即所有神经元在网络模拟过程中只能发放一个脉冲,这种局限性使这些算法不能实现对复杂问题的有效求解.

3.2.2 仅输出层神经元限制发放一个脉冲

对于 SpikeProp 算法更加重要的扩展工作是 Booi 和 Nguyen^[23]所给出的算法,该算法对脉冲神经网络输入层和隐含层神经元的脉冲发放没有限制,这样就可以对一些复杂的刺激信号进行脉冲序列编码. 但输出层神经元仍然限制只能发放一个脉冲,神经网络的误差函数与 SpikeProp 算法相同,采用式(3). 由于在该算法中要考虑突触前神经元的多个脉冲对突触后神经元的作用,因此,基于 SRM 神经元模型的梯度下降学习规则更为复杂,隐含层中的学习规则涉及递归项的计算. 将该算法应用于基于图像序列的唇读识别问题,取得了较好的分类结果^[24]. 在此基础上,文献[25]考虑了神经元在发放脉冲后的状态变化,采用梯度下降学习规则调整神经元的不应期.

Ghosh-Dastidar 和 Adeli^[26]给出了相似的工作,称为

Multi-SpikeProp 算法,应用链式规则推导了输出层和隐含层突触权值的梯度下降学习规则,并将其应用到标准 XOR 问题,以及更加实际的 Fisher Iris 和脑电图的分类问题,实验结果表明 Multi-SpikeProp 算法比 SpikeProp 算法具有更高的分类准确率.

3.2.3 所有层神经元不限制脉冲发放个数

对于任意给定的输入脉冲序列,脉冲神经网络输出层神经元 m 发放的脉冲序列为 S_o^m ,相应的目标脉冲序列为 S_d^m . 根据最小平方和误差函数,脉冲神经网络的多脉冲误差函数可定义为:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N_o} \sum_{f=1}^{F_m} (t_m^f - \hat{t}_m^f)^2 \tag{5}$$

其中, t_m^f 和 \hat{t}_m^f 分别表示实际和目标脉冲序列中的脉冲发放时间, F_m 表示输出层第 m 个神经元实际发放的脉冲总数.

最近,徐彦等人在文献[26]的基础上,提出了一种新的基于梯度下降的多脉冲监督学习算法[27],该算法对网络中所有层神经元的脉冲发放个数不做限制,实现了多层前馈脉冲神经网络的脉冲序列时空模式学习.实验表明,对于较大数量的输出脉冲,该算法具有较高的学习精度.巩祖正等人[28]进一步结合 SRM 神经元模型的长时程记忆特征,研究了一种基于多脉冲误差反向传播的监督学习算法,并分析了隐含层神经元数目和两个神经元之间连接的突触数目对学习性能的影响.此外,Tiño 和 Mills[29]将 SpikeProp 算法扩展到递归结构的脉冲神经网络,实现了脉冲序列模式的学习.

3.2.4 其他的梯度下降监督学习算法

Gütig 和 Sompolinsky[30]提出了 Tempotron 学习方法,脉冲神经元通过对目标输出膜电位和实际输出膜电位误差的最小化实现突触权值的优化.尽管学习规则采用梯度下降的方法,但它仅适用于单神经元.该算法通过训练 Integrate-and-Fire 神经元的输入突触权值,成功实现了单脉冲时空模式的分类. Tempotron 算法中神经

元的输出仅有两种:发放单个脉冲或不发放脉冲.

最近,Florian[31]提出了 Chrontron 学习方法,包括具有更高学习能力的 E-Learning 和更具生物可解释性的 I-Learning 两种监督学习算法,Chrontron 算法实现了单神经元或单层神经网络脉冲序列模式的学习. E-Learning 算法采用基于梯度下降的学习规则,应用 Victor 和 Purpura[32]所给出的方法计算脉冲序列的误差函数.

Tempotron 和 Chrontron 学习方法都是将传统人工神经网络感知器的概念扩展到脉冲神经元,文献[33]和[34]进一步将脉冲神经元的监督学习转换为分类问题,分别应用感知器学习规则和支持向量机实现了脉冲序列时空模式的学习.

3.3 梯度下降监督学习算法的性能比较

为了进一步分析脉冲神经网络各种梯度下降监督学习的优缺点,表 1 对几种典型的梯度下降学习算法从以下四个方面进行了比较:(1)信息编码的处理能力,包括脉冲序列和单脉冲编码信息;(2)学习过程的处理方式,包括离线学习和在线学习;(3)学习规则是否具有局部特性;(4)学习算法所适用的网络结构,包括单层结构、多层前馈结构和递归结构三类.

从表 1 可以看出,算法 1~4、7 仅能实现单脉冲的学习,而算法 5、6、8 可以实现脉冲序列时空模式的学习.由于算法 1、2 限制所有神经元只能发放一个脉冲,因此可以进行在线的学习. SpikeProp 及其扩展算法 1~6,在多层网络结构上应用误差反向传播对突触权值进行调整,因此学习规则不具局部特性.算法 7、8 的学习规则具有局部特性,但仅适用于单神经元或单层网络.总的来说,基于梯度下降规则的监督学习算法,是一种数学分析方法,在学习规则的推导过程中,要求神经元模型的状态变量必须有解析的表达式,主要采用具有固定阈值的线性模型,如 SRM 和 Integrate-and-Fire 神经元模型.

表 1 几种典型梯度下降监督学习算法的比较

编号	作者/算法	信息编码	处理方式	局部特性	网络结构
1	Bohte et al. [15]/SpikeProp	所有层神经元发放单脉冲	在线	没有	多层前馈结构
2	McKenna et al. [19]/ RProp 和 QuickProp	所有层神经元发放单脉冲	在线	没有	多层前馈结构
3	Booi 和 Nguyen [25]	仅限制在输出层发放单脉冲	离线	没有	多层前馈结构
4	Ghosh-Dastidar 和 Adeli [26]/ Multi-SpikeProp	仅限制在输出层发放单脉冲	离线	没有	多层前馈结构
5	Xu Yan et al. [27]	脉冲序列模式	离线	没有	多层前馈结构
6	Tiño 和 Mills [29]	脉冲序列模式	离线	没有	递归网络结构
7	Gütig [30] 和 Sompolinsky/Tempotron	发放脉冲或不发放脉冲	离线	具有	单神经元或单层网络结构
8	Florian [31]/Chonotron E-Learning	脉冲序列模式	离线	具有	单神经元或单层网络结构

4 基于突触可塑性的监督学习算法

4.1 突触可塑性学习算法的基本理论

Hebb^[35]最先提出一个突触可塑性的假说:“如果两个神经元同时兴奋,则它们之间的突触得以增强”,该假说强调突触前/后神经元的协同活动及其引起突触增强的重要性.实际上,脉冲序列不仅可引起神经突触的持续变化,并且满足脉冲时间依赖可塑性(Spike Timing-Dependent Plasticity, STDP)机制^[36].在决定性时间窗口内,当突触后神经元脉冲出现在突触前神经元脉冲之后,总是引起长时程增强;反之,总是引起长时程抑制. STDP 为脉冲时间编码信息的假说提供了实验基础,强调了发放时序不对称的重要性,扩展了 Hebb 学习理论的空间.实际上, STDP 是一种无监督学习规则,通过突触权值的自适应调整可增强求解具体问题的能力.针对脉冲神经网络监督学习算法的实现要求,结合神经元脉冲序列的 STDP 机制,设计神经元突触权值调整的监督学习规则,这是一类具有生物可解释性的学习算法.

4.2 突触可塑性监督学习算法的分类

4.2.1 监督 Hebbian 学习算法

首先,我们讨论一类被称为监督 Hebbian 学习的算法,该类方法的学习过程是通过“教师”信号使突触后神经元在目标时间发放脉冲,“教师”信号可以表示为脉冲发放时间,也可以转换为神经元的突触电流形式. Ruf 和 Schmitt^[37]最早给出了一种基于脉冲发放时间的监督 Hebbian 学习算法,在每个学习周期,学习过程由 3 个脉冲决定,包括 2 个突触前脉冲和 1 个突触后脉冲.第 1 个突触前脉冲表示输入信号,第 2 个突触前脉冲表示突触后神经元的目标脉冲,则突触权值的学习规则表示为:

$$\Delta w = \eta(t_o^f - t_d^f) \quad (6)$$

其中, η 表示学习率, t_o^f 和 t_d^f 分别表示突触后神经元的实际和目标脉冲时间.式(6)仅适用于单突触输入的情况,对于多突触输入的情况,作者给出了与上面学习规则类似的并行算法.

Legenstein 等人^[38]进一步应用 STDP 机制给出了脉冲神经元的监督 Hebbian 学习算法,通过注入外部输入电流使学习神经元发放特定的目标脉冲序列. Florian^[31]在 Chrontron 中提出的 I-Learning 算法,通过神经元目标和实际输出突触电流的误差进行学习. I-Learning 算法的权值调整方式为:

$$\Delta w_i = \eta \text{sign}(w_i) \left[\sum_{t_d \in S_d} I_i(t_d^f) - \sum_{t_o \in S_o} I_i(t_o^f) \right] \quad (7)$$

其中, I_i 表示突触 i 上的突触电流.

4.2.2 远程监督学习算法

Ponulak 和 Kasiński^[39]将突触权值的调整表示为

STDP 和 anti-STDP 两个过程的结合,提出了一种可对脉冲序列的复杂时空模式进行学习的远程监督方法(Remote Supervised Method, ReSuMe),具有在线的处理能力、最优解的稳定特性和每个突触独立的学习规则. ReSuMe 算法中突触权值随时间变化的学习规则表示为:

$$\Delta w_i(t) = [S_d(t) - S_o(t)] \left[a_d + \int_0^\infty a_{di}(s) S_i(t-s) ds \right] \quad (8)$$

其中, $S_i(t)$ 和 $S_o(t)$ 分别表示突触前输入脉冲序列和突触后输出脉冲序列, $S_d(t)$ 表示神经元的目标脉冲序列;参数 a_d 表示 non-Hebbian 项,用于加速训练过程的收敛;积分核函数 $a_{di}(s)$ 定义了脉冲时间相关性所决定的突触可塑性,是脉冲序列模式的学习的 Hebbian 项.对于兴奋性突触,参数 a_d 取正值,学习窗口 $a_{di}(s)$ 表示为 STDP 规则;对于抑制性突触,参数 a_d 取负值, $a_{di}(s)$ 表示为 anti-STDP 规则.

应用 ReSuMe 算法训练脉冲神经网络,突触权值的调整仅依赖于输入输出的脉冲序列和 STDP 机制,与神经元模型和突触类型无关,因此,该算法可适用于各种神经元模型^[40].然而,该方法只能对液体状态机输出层的突触权值进行学习,具有递归结构的隐含层为静态网络,即没有实现逆向的可塑性传播机制.虽然 ReSuMe 算法仅适用于单层神经网络的学习,但基于其良好的适用性,已被广泛地应用在各类时空模式分类和识别问题^[41,42].最近, Sporea 和 Grüning^[43]结合 SpikeProp 算法,将 ReSuMe 算法扩展到多层前馈脉冲神经网络.该算法不仅可以实现脉冲序列复杂时空模式的学习,而且适用于各种线性化神经元模型.

4.2.3 其他的 STDP 监督学习算法

Wade 等人^[44]结合 BCM (Bienenstock-Cooper-Munro) 学习规则与 STDP 机制,提出了多层前馈脉冲神经网络的 SWAT (Synaptic Weight Association Training) 算法.脉冲神经网络由输入层、隐含层和输出层构成,网络中隐含层神经元作为频率滤波器,输入和目标输出表示为具有固定频率的脉冲序列.隐含层突触包含兴奋性和抑制性两类,并按照输入脉冲频率初始化为固定值,在网络训练过程中不变化.输出层包含一个训练神经元和多个输出神经元,并且突触权值按照学习规则进行调整.在 SWAT 算法中,首先对训练神经元的突触权值按照输入样本的类别进行学习,然后将其映射到输出神经元对应的突触权值,具体的调整规则为:

$$w_{in} = K(w_{in}^t(\text{pre}) + \delta w_{in}^t) \quad (9)$$

其中, K 是比例因子, w_{in} 表示连接隐含层第 i 个神经元与第 n 个输出神经元的突触权值, $w_{in}^t(\text{pre})$ 表示训练神经元对应突触的当前权值, δw_{in}^t 表示突触权值总的改变量,通过 STDP 规则得到.

研究者应用奖惩调制的 STDP 机制实现了脉冲神经网络脉冲序列模式的学习^[45]. Paugam-Moisy 等人^[46]结合 STDP 和 Polychronization 机制,给出了一种储备池输出层突触延时的监督学习算法,储备池内部神经元在每个学习区间可发放多个脉冲,而输出层神经元仅发放一个脉冲.此外, Pfister 等人^[47]从统计学的角度提出了一种脉冲神经网络的监督学习算法,学习规则可由一个类似于 STDP 的二阶学习窗口来描述,学习窗口的形状是通过优化过程的不同场景所加入的约束来影响的.他们进一步推广了文献^[47]的工作,由随机脉冲神经元所构成的递归网络包含可见神经元和隐含神经元两类,应用 Kullback-Leibler 散度实现了脉冲序列的时空模式学习^[48].

表 2 几种典型突触可塑性监督学习算法的比较

编号	作者/算法	信息编码	处理方式	局部特性	网络结构
1	Ruf 和 Schmitt ^[37]	发放单脉冲	在线	具有	单神经元或单层网络结构
2	Legenstein et al. ^[38]	脉冲序列模式	在线	具有	单神经元或单层网络结构
3	Florian ^[31] /Chonotron I-Learning	脉冲序列模式	在线	具有	单神经元或单层网络结构
4	Ponulak 和 Kasinski ^[39] /ReSuMe	脉冲序列模式	在线	具有	单层结构或液体状态机的输出层
5	Sporea 和 Grünig ^[43]	脉冲序列模式	在线	没有	多层前馈结构
6	Wade et al. ^[44] /SWAT	线性编码的脉冲序列模式	离线	没有	多层前馈结构
7	Paugam-Moisy et al. ^[46]	内部神经元发放多脉冲,输出层神经元发放单脉冲	在线	具有	储备池的输出层
8	Brea et al. ^[48]	脉冲序列模式	离线	具有	递归网络结构

基于突触可塑性的监督学习算法,应用神经元输入和输出脉冲的时间相关性构造学习规则,对网络中所采用的神经元模型没有限制.对于 ReSuMe 和 SWAT 算法,虽然应用液体状态机或多层前馈网络结构,但算法并不具备误差反向传播机制,仅实现了网络输出层突触权值的学习,网络中隐含层的突触为初始化后的固定值.需要说明的是 Sporea 和 Grünig 所给出的方法^[43],将 ReSuMe 算法扩展到多层前馈脉冲神经网络,但该算法对神经元的突触模型做了限制,输入的多个突触前脉冲序列与输出脉冲序列之间表现为加权的线性关系,对于非线性突触模型并不具有适用性.

5 基于脉冲序列卷积的监督学习算法

5.1 脉冲序列卷积学习算法的基本思想

由于脉冲序列是由神经元发放脉冲时间所构成的离散事件集合,为了方便分析和计算,选择特定的核函数 $\kappa(t)$,应用卷积将脉冲序列唯一的转换为一个连续函数:

$$\tilde{S}(t) = S(t) * \kappa(t) = \sum_{j=1}^F \kappa(t - t^j) \quad (10)$$

4.3 突触可塑性监督学习算法的性能比较

表 2 对脉冲神经网络的几种典型突触可塑性监督学习算法进行了性能比较.从神经信息的编码方式来看,除算法 1、7 外,其他算法都实现了脉冲序列时空模式的学习.算法 1~5、7 的学习过程可以进行在线处理,突触权值或延时实时变化,可以将这些算法应用于实时问题的求解,而算法 6、8 只能进行离线学习.算法 1~4、7、8 的学习规则具有局部特性,算法 5、6 不具局部特性.从算法适用的神经网络结构来看,算法 1~4 用于单神经元或单层网络结构的学习,算法 5、6 用于多层前馈神经网络的学习,算法 7 用于储备池输出层突触延时的学习,算法 8 可适用于递归结构的脉冲神经网络.

通过对脉冲序列基于核函数的卷积计算,可将脉冲序列解释为特定的神经生理信号,比如神经元的突触后电位或脉冲发放的密度函数.进一步定义任意两个脉冲序列 $\tilde{S}_i(t)$ 和 $\tilde{S}_j(t)$ 的内积为:

$$\langle \tilde{S}_i(t), \tilde{S}_j(t) \rangle = \int_0^\infty \tilde{S}_i(t) \tilde{S}_j(t) dt \quad (11)$$

应用脉冲序列的内积可对脉冲序列的关系给出定量的评价,将这种定量的计算应用于神经元的输入输出和目标脉冲序列,通过脉冲序列内积的差异构造脉冲神经网络的监督学习算法.

5.2 几种典型的脉冲序列卷积监督学习算法

5.2.1 基于线性代数方法

Camell 和 Richardson^[49]应用线性代数方法实现脉冲序列时空模式的学习,首先将脉冲序列 $S(t)$ 表示为加权的时间序列形式 $S^w(t) = \sum w_i s(t_i)$,并将两个加权的时间序列的内积定义为:

$$\langle \sum w_i s(t_i), \sum w_j s(t_j) \rangle = \sum w_i w_j \exp\left(-\frac{|t_i - t_j|}{\delta}\right) \quad (12)$$

脉冲神经网络输出神经元的误差 $E = S_d(t) - S_o(t)$,根

据脉冲序列的线性加权表示,应用 Gram Schmidt 过程定义的投影公式计算突触权值的变化量:

$$\Delta w_i = \text{Proj}_{S_i(t)} E / \text{norm}(S_i(t)) \quad (13)$$

其中, $\text{norm}(S_i(t)) = \sqrt{\langle S_i(t), S_i(t) \rangle}$. 但是,该算法不具备误差反向传播机制,仅适用于单神经元或单层脉冲神经网络.

5.2.2 SPAN 算法

Mohammed 和 Schliebs^[50,51] 基于核函数卷积思想给出了 SPAN(Spike Pattern Association Neuron)算法,主要特点是应用核函数将脉冲序列转换为卷积信号,通过转化后的输入脉冲序列,神经元目标和实际输出脉冲序列,应用 Widrow-Hoff 规则调整突触权值:

$$\Delta w_i = \eta \int_0^\infty \tilde{S}_i(t) (\tilde{S}_d(t) - \tilde{S}_o(t)) dt \quad (14)$$

SPAN 算法采用漏电 Integrate-and-Fire 神经元模型,核函数为 $\alpha(t) = e^{-t/\tau} H(t)$, $H(t)$ 为 Heaviside 函数,其突触权值的学习规则为:

$$\begin{aligned} \Delta w_i = & \eta \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left[\sum_{g=1}^G \sum_{f=1}^F (|t_d^g - t_i^f| + \tau) \exp\left(-\frac{|t_d^g - t_i^f|}{\tau}\right) \right. \\ & \left. - \sum_{h=1}^H \sum_{f=1}^F (|t_o^h - t_i^f| + \tau) \exp\left(-\frac{|t_o^h - t_i^f|}{\tau}\right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

其中, t_i^f 、 t_o^h 和 t_d^g 分别表示输入脉冲序列 S_i 、实际输出脉冲序列 S_o 和目标脉冲序列 S_d 中对应脉冲的发放时间.

5.2.3 PSD 算法

Yu 等人^[52] 受 SPAN 算法的启发,将传统的 Widrow-Hoff 规则应用于脉冲神经网络时给出了不同的解释,提出了 PSD(Precise-Spike-Driven)监督学习算法,突触权值的调整根据目标输出脉冲与实际输出脉冲的误差来判断,正的误差将导致长时程增强,负的误差将导致长时程抑制.

不同于 SPAN 算法,在 PSD 算法中仅将输入脉冲序列用核函数转换为卷积信号,可表示为无权的突触后电流:

$$I_{\text{ISC}}^i = \sum_{f=1}^F K(t - t_i^f) H(t - t_i^f) \quad (16)$$

其中, K 为双指数形式的核函数.应用 Widrow-Hoff 规则可得 PSD 算法突触权值的在线学习规则为:

$$\Delta w_i(t) = \eta [S_d(t) - S_o(t)] I_{\text{ISC}}^i(t) \quad (17)$$

将式(17)积分,可得总的突触权值学习规则:

$$\begin{aligned} \Delta w_i = & \eta \left[\sum_{g=1}^G \sum_{f=1}^F K(t_d^g - t_i^f) H(t_d^g - t_i^f) \right. \\ & \left. - \sum_{h=1}^H \sum_{f=1}^F K(t_o^h - t_i^f) H(t_o^h - t_i^f) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

在实验中,将 PSD 算法应用于光学字符识别,以及更加复杂的手写数字的识别^[53].

5.3 脉冲序列卷积监督学习算法的性能比较

对于基于脉冲序列卷积的监督学习算法,突触权值的调整依赖于特定核函数的卷积计算,可实现脉冲序列时空模式的学习.基于线性代数方法的学习过程为离线方式,SPAN 算法可以实现离线或增量学习过程^[54],PSD 算法能够采用在线学习的方式进行实时问题的处理.在表 3 中可以看出,三种脉冲序列卷积学习算法都具有局部特性,而且仅适用于单神经元或单层网络结构.

表 3 几种典型脉冲序列卷积监督学习算法的比较

编号	作者/算法	信息编码	处理方式	局部特性	网络结构
1	Camell 和 Richardson ^[49] /基于线性代数的方法	脉冲序列模式	离线	具有	单神经元或单层网络结构
2	Mohammed 和 Schliebs ^[50] /SPAN	脉冲序列模式	离线或增量	具有	单神经元或单层网络结构
3	Yu et al. ^[52] /PSD	脉冲序列模式	在线	具有	单神经元或单层网络结构

6 结论和展望

本文针对脉冲时间编码与处理神经信息的特点,给出了脉冲神经网络监督学习算法的基本框架,并介绍了监督学习算法主要的性能评价原则.对现有脉冲神经网络监督学习的主要算法进行了描述,并对算法的脉冲序列学习能力、离线与在线处理性能、学习规则的局部特性和神经网络结构的适用性进行了比较.通过对目前监督学习算法优缺点的分析与总结,可以预测未来该研究领域主要需要解决的问题:

(1) 基于梯度下降规则的在线学习算法研究.适用于多层前馈脉冲神经网络的梯度下降监督学习算法,如 SpikeProp 及其扩展算法,目前的研究成果较多且研究也较深入.但是,对于基于梯度下降的多脉冲监督学习算法需要进一步研究,这些算法采用离线的处理方式,仅适用于静态数据的处理.而现实世界中获取的时空数据,如视频、语音、脑电图、功能性磁共振成像、基因和蛋白质表达等,这类数据在某固定时刻表现出空间特征,同时总体上又表现出时序特点^[12].因此,时空数据的学习与识别是机器学习研究中极富挑战性的任务,需要发展脉冲神经网络多脉冲误差反向传播的在线学习算法.通过定义输出层多个单脉冲误差函数,合理设置输入层和隐含层对应的脉冲序列计算网络中突触权值的调整量,实现脉冲神经网络突触权值的实时调整.

(2) 突触可塑性反向传播机制的数学模型研究. 脉冲神经网络是一类与生物神经系统更为接近的计算模型, 因此, 从生物突触可塑性及反向传播机制出发, 构造脉冲神经网络的监督学习算法非常重要. 目前, 研究者已经给出了一些基于突触可塑性机制的监督学习算法, 特别是基于 STDP 的 ReSuMe 算法以其良好的学习性能及适用性得到广泛应用. 但是这类算法主要适用于单神经元或单层神经网络的学习, 缺乏对突触可塑性反向传播机制的有效引入. 研究表明, 突触前和突触后神经元脉冲序列的相关时序不仅会引起突触的长时程增强或长时程抑制, 并且突触增强或抑制的诱导伴随着突触前神经元整体兴奋性的双向调控, 突触增强或抑制会逆行而快速的传播到突触前神经元树突的突触上, 但并不会向前传播到以突触后神经元为突触前的下一级突触上, 这种突触前神经元特异而快速的可塑性反向传播表明类似 BP 算法的机制可以在生物神经网络中存在并发挥作用^[55]. 因此, 借鉴生物突触可塑性反向传播机制, 构建相应的数学模型并引入到学习算法, 进一步扩展具有复杂网络结构的突触可塑性监督学习算法.

(3) 脉冲序列卷积核函数的构造及学习算法研究. 通过脉冲序列的卷积表示形式, 可将离散的脉冲序列转换为连续函数的分析过程, 并解释为特定的神经生理信号. 此外, 将脉冲序列集合映射到与卷积核函数对应的 Hilbert 空间, 便实现了脉冲序列的统一表示, 并进一步给出脉冲序列相似性度量的形式化定义^[56,57]. 因此, 应用脉冲序列的卷积来构建脉冲神经网络的监督学习算法, 将成为一个重要的研究方向. SPAN^[50] 和 PSD^[52] 算法实现了脉冲序列时空模式的学习, 但不足是仅适用于单层脉冲神经网络. 对于脉冲序列卷积监督学习算法的研究来说, 应进一步构造新型的脉冲序列卷积核函数, 并分析不同核函数对监督学习算法的作用. 此外, 通过定义脉冲序列随时间变化的误差函数以及神经元输入脉冲序列和输出脉冲序列之间关系, 研究多层前馈脉冲神经网络的监督学习算法.

(4) 递归脉冲神经网络监督学习算法的研究. 递归神经网络不同于多层前馈神经网络和单层神经网络, 网络结构中具有反馈回路, 其反馈机制一方面使得它们能够表现更为复杂的时变系统, 另一方面也使得有效学习算法的设计及分析更为困难. 递归脉冲神经网络由于其信息编码及反馈机制不同于传统递归人工神经网络, 与之相关的监督学习研究成果较少. 目前, 主要有基于梯度下降的学习算法^[29], 基于灵敏度方程和伴随方程的方法^[58,59], 以及基于线性规划的方法^[60]等, 这些方法缺乏对递归脉冲神经网络脉冲序列编码信息及其反馈机制深入的分析, 对具体复杂时空模式识别

问题求解的适用性较低. 对于递归脉冲神经网络, 需要将传统递归人工神经网络时间步的概念扩展为表示脉冲序列的时间区间, 分析脉冲序列在网络中的反馈机制. 因此, 如何构造和利用递归脉冲神经网络的这些新的机制和特性, 是成功设计递归脉冲神经网络监督学习算法的关键.

总体来说, 脉冲神经网络的监督学习算法是一个比较新的研究领域, 目前国内外研究者已经做了大量的研究, 取得了一系列丰硕的成果. 但是, 由于脉冲神经网络内在的复杂性, 构造具有广泛适用性的监督学习算法非常困难, 存在着许多难点问题有待解决, 新的学习机制和算法有待探索, 需要研究者持续而卓有成效的工作.

参考文献

- [1] Haykin S S. Neural Networks and Learning Machines[M]. Upper Saddle River: Pearson Education, 2009.
- [2] Izhikevich E M. Which model to use for cortical spiking neurons? [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2004, 15 (5): 1063 – 1070.
- [3] Bohte S M. The evidence for neural information processing with precise spike-times: A survey [J]. Natural Computing, 2004, 3 (2): 195 – 206.
- [4] Ghosh-Dastidar S, Adeli H. Spiking neural networks [J]. International Journal of Neural Systems, 2009, 19(4): 295 – 308.
- [5] Knudsen E I. Supervised learning in the brain [J]. Journal of Neuroscience, 1994, 14(7): 3985 – 3997.
- [6] Kasiński A, Ponulak F. Comparison of supervised learning methods for spike time coding in spiking neural networks [J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2006, 16(1): 101 – 113.
- [7] Quiroga R Q, Panzeri S. Principles of Neural Coding [M]. Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.
- [8] 蔺想红, 张田文. 分段线性脉冲神经元模型的动力学特性分析 [J]. 电子学报, 2009, 37(6): 1270 – 1276.
Lin Xiang-hong, Zhang Tian-wen. Dynamical properties of piecewise linear spiking neuron model [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(6): 1270 – 1276. (in Chinese)
- [9] Brette R, Rudolph M, Carnevale T, et al. Simulation of networks of spiking neurons: A review of tools and strategies [J]. Journal of Computational Neuroscience, 2007, 23 (3): 349 – 398.
- [10] Naud R, Gerhard F, Mensi S, et al. Improved similarity measures for small sets of spike trains [J]. Neural Computation, 2011, 23(12): 3016 – 3069.
- [11] Wang J, Belatreche A, Maguire L, et al. Online versus offline learning for spiking neural networks: A review and new strategies [A]. Proceedings of the 9th International Conference on

- Cybernetic Intelligent Systems[C]. London, UK: IEEE, 2010. 1–6.
- [12] Kasabov N K. Neu Cube: A spiking neural network architecture for mapping, learning and understanding of spatio-temporal brain data[J]. *Neural Networks*, 2014, 52: 62–76.
 - [13] Oniz Y, Kaynak O. Variable-structure-systems based approach for online learning of spiking neural networks and its experimental evaluation[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(6): 3269–3285.
 - [14] Rumelhart D E, Hinton G E, Williams R J. Learning representations by back-propagating errors[J]. *Nature*, 1986, 323(9): 533–536.
 - [15] Bohte S M, Kok J N, La Poutré J A. Error-backpropagation in temporally encoded networks of spiking neurons[J]. *Neurocomputing*, 2002, 48(1–4): 17–37.
 - [16] Gerstner W, Kistler W M. *Spiking Neuron Models: Single Neurons, Populations, Plasticity*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
 - [17] Xin J, Embrechts M J. Supervised learning with spiking neuron networks[A]. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*[C]. Washington DC: IEEE, 2001. 1772–1777.
 - [18] Schrauwen B, Van Campenhout J. Extending SpikeProp[A]. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*[C]. Budapest, Hungary: IEEE, 2004. 471–475.
 - [19] Mc Kennoch S, Liu D, Bushnell L G. Fast modifications of the SpikeProp algorithm[A]. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*[C]. Vancouver, Canada: IEEE, 2006. 3970–3977.
 - [20] Mc Kennoch S, Voegtlin T, Bushnell L. Spike-timing error backpropagation in theta neuron networks[J]. *Neural Computation*, 2009, 21(1): 9–45.
 - [21] Fang H, Luo J, Wang F. Fast learning in spiking neural networks by learning rate adaptation[J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2012, 20(6): 1219–1224.
 - [22] Yang W, Yang J, Wu W. A modified spiking neuron that involves derivative of the state function at firing time[J]. *Neural Processing Letters*, 2012, 36(2): 135–144.
 - [23] Booi O, Nguyen T H. A gradient descent rule for spiking neurons emitting multiple spikes[J]. *Information Processing Letters*, 2005, 95(6): 552–558.
 - [24] Booi O. Temporal pattern Classification Using Spiking Neural Networks[D]. Amsterdam: University of Amsterdam, 2004.
 - [25] 方慧娟, 王永骥. 多脉冲发放的 Spiking 神经网络[J]. *应用科学学报*, 2008, 26(6): 638–644.
Fang Hui-juan, Wang Yong-ji. Spiking neural networks with neurons firing multiple spikes[J]. *Journal of Applied Sciences*, 2008, 26(6): 638–644. (in Chinese)
 - [26] Ghosh-Dastidar S, Adeli H. A new supervised learning algorithm for multiple spiking neural networks with application in epilepsy and seizure detection[J]. *Neural Networks*, 2009, 22(10): 1419–1431.
 - [27] Xu Y, Zeng X, Han L, et al. A supervised multi-spike learning algorithm based on gradient descent for spiking neural networks[J]. *Neural Networks*, 2013, 43: 99–113.
 - [28] 巩祖正. 脉冲神经网络的多脉冲定时误差反向传播算法研究[D]. 甘肃兰州: 西北师范大学, 2013.
Gong Zu-zheng. Multi-spike Timing Error Back Propagation Algorithm in Spiking Neural Networks[D]. Lanzhou, Gansu: Northwest Normal University, 2013. (in Chinese)
 - [29] Tiño P, Mills A J S. Learning beyond finite memory in recurrent networks of spiking neurons[J]. *Neural Computation*, 2006, 18(3): 591–613.
 - [30] Güttig R, Sompolinsky H. The Tempotron: A neuron that learns spike timing-based decisions[J]. *Nature Neuroscience*, 2006, 9(3): 420–428.
 - [31] Florian R V. The Chronotron: A neuron that learns to fire temporally precise spike patterns[J]. *PLoS One*, 2012, 7(8): e40233.
 - [32] Victor J D, Purpura K P. Metric-space analysis of spike trains: Theory, algorithms and application[J]. *Network: Computation in Neural Systems*, 1997, 8(2): 127–164.
 - [33] Xu Y, Zeng X, Zhong S. A new supervised learning algorithm for spiking neurons[J]. *Neural Computation*, 2013, 25(6): 1472–1511.
 - [34] Le Mouel C, Harris K D, Yger P. Supervised learning with decision margins in pools of spiking neurons[J]. *Journal of Computational Neuroscience*, 2014, 37(2): 333–344.
 - [35] Hebb D O. *The Organization of Behavior: A Neuropsychological Theory*[M]. New York: Wiley, 1949.
 - [36] Caporale N, Dan Y. Spike timing-dependent plasticity: A Hebbian learning rule[J]. *Annual Review of Neuroscience*, 2008, 31(1): 25–46.
 - [37] Ruf B, Schmitt M. Learning temporally encoded patterns in networks of spiking neurons[J]. *Neural Processing Letters*, 1997, 5(1): 9–18.
 - [38] Legenstein R, Naeger C, Maass W. What can a neuron learn with spike-timing-dependent plasticity? [J]. *Neural Computation*, 2005, 17(11): 2337–2382.
 - [39] Ponulak F, Kasinski A. Supervised learning in spiking neural networks with ReSuMe: Sequence learning, classification, and spike shifting[J]. *Neural Computation*, 2010, 22(2): 467–510.
 - [40] Ponulak F. Analysis of the ReSuMe learning process for spiking neural networks[J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2008, 18(2): 117–127.
 - [41] Glackin C, Maguire L, Mc Daid L, et al. Receptive field optimisation and supervision of a fuzzy spiking neural network

- [J]. *Neural Networks*, 2011, 24(3): 247 – 256.
- [42] Hu J, Tang H, Tan K C, et al. A spike-timing-based integrated model for pattern recognition[J]. *Neural Computation*, 2013, 25(2): 450 – 472.
- [43] Sporea I, Grüning A. Supervised learning in multilayer spiking neural networks[J]. *Neural Computation*, 2013, 25(2): 473 – 509.
- [44] Wade J J, Mc Daid L J, Santos J A, et al. SWAT: A spiking neural network training algorithm for classification problems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, 21(11): 1817 – 1830.
- [45] Gardner B, Grüning A. Learning temporally precise spiking patterns through reward modulated spike-timing-dependent plasticity[A]. *Proceedings of the 23rd International Conference on Artificial Neural Networks [C]*. Sofia, Bulgaria: Springer Berlin Heidelberg, 2013. 256 – 263.
- [46] Paugam-Moisy H, Martinez R, Bengio S. Delay learning and polychronization for reservoir computing[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(7): 1143 – 1158.
- [47] Pfister J P, Toyoizumi T, Barber D, et al. Optimal spike-timing-dependent plasticity for precise action potential firing in supervised learning[J]. *Neural Computation*, 2006, 18(6): 1318 – 1348.
- [48] Brea J, Senn W, Pfister J P. Matching recall and storage in sequence learning with spiking neural networks[J]. *The Journal of Neuroscience*, 2013, 33(23): 9565 – 9575.
- [49] Carnell A, Richardson D. Linear algebra for times series of spikes[A]. *Proceedings of the 13th European Symposium on Artificial Neural Networks [C]*. Evree, Belgium: d-side, 2005. 363 – 368.
- [50] Mohammed A, Schliebs S. SPAN: Spike pattern association neuron for learning spatio-temporal spike patterns[J]. *International Journal of Neural Systems*, 2012, 22(4): 1250012.
- [51] Mohammed A, Schliebs S, Matsuda S, Kasabov N. Training spiking neural networks to associate spatio-temporal input-output spike patterns[J]. *Neurocomputing*, 2013, 107: 3 – 10.
- [52] Yu Q, Tang H, Tan K C, Li H. Precise-spike-driven synaptic plasticity: Learning hetero-association of spatiotemporal spike patterns[J]. *PLoS One*, 2013, 8(11): e78318.
- [53] Yu Q, Tang H, Tan K C, Yu H. A brain-inspired spiking neural network model with temporal encoding and learning[J]. *Neurocomputing*, 2014, 138: 3 – 13.
- [54] Mohammed A, Kasabov N. Incremental learning algorithm for spatio-temporal spike pattern classification[A]. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks [C]*. Brisbane, QLD: IEEE, 2012. 1 – 6.
- [55] Li C, Lu J, Wu C, et al. Bidirectional modification of presynaptic neuronal excitability accompanying spike timing-dependent synaptic plasticity[J]. *Neuron*, 2004, 41(2): 257 – 268.
- [56] Wu W, Srivastava A. An information-geometric framework for statistical inferences in the neural spike train space[J]. *Journal of Computational Neuroscience*, 2011, 31(3): 725 – 748.
- [57] Park I M, Seth S, Paiva A, et al. Kernel methods on spike train space for neuroscience: A tutorial[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(4): 149 – 160.
- [58] Selvaratnam K, Kuroe Y, Mori T. Learning methods of recurrent spiking neural networks-Transient and oscillatory spike trains[J]. *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, 2000, 44(3): 95 – 104.
- [59] Kuroe Y, Ueyama T. Learning methods of recurrent spiking neural networks based on adjoint equations approach[A]. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks [C]*. Barcelona, Spain: IEEE, 2010. 1 – 8.
- [60] Rostro-Gonzalez H, Cessac B, Viéville T. Parameter estimation in spiking neural networks: A reverse-engineering approach[J]. *Journal of Neural Engineering*, 2012, 9(2): 026024.

作者简介



蔺想红 男, 1976 年 1 月生于甘肃天水。2009 年获哈尔滨工业大学计算机应用技术专业博士学位。现任西北师范大学计算机科学与工程学院副教授, 硕士生导师。研究方向为神经网络、进化计算、人工生命、图像处理。
E-mail: linxh@nwnu.edu.cn



王向文 男, 1991 年 3 月生于甘肃天水。西北师范大学计算机科学与工程学院硕士研究生。研究方向为神经网络、机器学习。
E-mail: wangxiangwen2@163.com