基于多尺度线调频基信号稀疏分解的信号分离和瞬时频率估计

罗洁思,于德介,彭富强
(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室,湖南长沙 410082)

摘 要: 提出了一种基于多尺度线调频基信号稀疏分解的多分量多项式相位信号分离和瞬时频率估计方法.该方法采用多尺度的线调频基函数对多分量多项式相位信号进行投影分解,通过从不同的时间支撑区内投影系数最大的基函数中寻找出使分解信号能量最大的基元函数组合,逐次获得信号包含的能量最大的多项式相位信号分量,从而实现多分量多项式相位信号的分离,而从基元函数连接形成的频率曲线则可获得多项式相位信号分量瞬时频率的估计.仿真信号分析表明,本文方法能在信噪比较低情况下有效分离多分量多项式相位信号中包含的多项式相位信号分量,准确地估计其瞬时频率.

关键词: 多尺度线调频基; 多分量多项式相位信号; 瞬时频率; 信噪比
中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 10-2224-05

Signal Separation and Instantaneous Frequency Estimation Based on Multi-scale Chirplet Sparse Signal Decomposition

LUO Jie-si, YU De-jie, PENG Fu-qiang
(*State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha, Hunan* 410082, *China*)

Abstract: An approach based on multi-scale chirplet sparse signal decomposition is proposed to separate the multicomponent polynomial phase signals, and estimate the instantaneous frequency of polynomial phase signal component. This method projects the multicomponent polynomial phase signals onto the multi-scale chirplet base functions. Through the different support regions of time in which the projection coefficient is the largest, this method can separate the polynomial phase signal component with the largest energy from the multicomponent polynomial phase signals. The frequency curve which connects the basic functions is the estimation of instantaneous frequency of the separated polynomial phase signal component. Simulation example show that this method can separate the components of the Multicomponent Polynomial phase signals in Low Signal-to-Noise Ratio Condition effectively, and estimate the instantaneous frequency accurately.

Key words: multi-scale chirplet base function; multicomponent polynomial phase signals; instantaneous frequency; signal-to-noise ratio

1 引言

工程中的许多信号,如通信、雷达、声纳等领域中所遇到的信号,根据 Stone-Weierstrass 理论,他们都可以表示成多分量多项式相位信号(Multicomponent Polynomial Phase Signal, mc-PPS)的形式[1~4],因此多分量多项式相位信号的分析与处理具有重要的理论意义与实用价值[5,6],是近年来信号处理领域的研究热点之一[7~10].

一个 k 分量 M 阶的 mc-PPS 可离散表示为:

$$x(n)=\sum_{k=1}^{K}A_k e^{j\phi_k(n)}=\sum_{k=1}^{K}A_k e^{j\sum_{m=0}^{M_k}a_{k,m}n^m} \quad n=0,1,\cdots,N-1 \tag{1}$$

式中,相位 $\phi_k(n)$ 是一个关于时间的多项式函数,因此对 mc-PPS 的分析也就转化为对式(1)中参数 k, M_k, A_k, $a_{k,m}$ 的估计.现有的 mc-PPS 分析方法主要可以归纳为以下两类:(1)基于时频分析的方法,这类方法首先采用时频分析技术估计信号的瞬时频率,然后再进行相位参数的估计[9,11],这类方法要求瞬时频率的估计准确度要

收稿日期:2008-10-28;修回日期:2010-07-26
基金项目:国家 863 高技术研究发展计划(No.2009AA04Z414);国家自然科学基金(No.50875078);高等学校博士学科点专项科研基金(No.20060532009);教育部长江学者与创新团队发展计划(No.531105050037);湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室自主课(No.60870002)

比较高;(2)基于高阶模糊度函数及高阶模糊度函数积的参数估计方法[2,7,12],当信号相位阶次很高且信号分量数目较多时,这类方法由于存在过多的确定性交叉干扰项,可能会导致方法失效. Ikram M Z, Tong Zhou 提出的自底向上的模糊函数参数估计方法[3]能在一定程度上抑制确定性交叉干扰项的影响,较传统的模糊函数参数估计方法有很大的优越性,但此方法在信号相位阶次高,分量数目较多时,计算工作量是很大的.

多分量多项式相位信号在短时间内可以由线性调频信号提供良好的近似,因此本文在线调频小波路径追踪算法[14]和稀疏信号分解[15]的基础上,提出了一种基于多尺度线调频基信号稀疏分解的多分量多项式相位信号分离和瞬时频率估计方法. 该方法将分析信号的时间跨度在各尺度系数下划分为动态时间支撑区,然后采用多尺度的线调频基元函数对信号进行投影分解,通过从不同的时间支撑区内投影系数最大的基元函数集合中寻找出使分解信号能量最大的基元函数组合并对其进行连接,自适应地形成与分析信号具有最大相关性且瞬时频率具有物理意义的信号分量. 仿真分析表明,本文方法能够有效地分离 mc-PPS 信号中包含的 PPS 分量,且不存在二次型时频分布的干扰成分,具有良好的时频聚集性和较高的瞬时频率拟合精度. 该方法对噪声不敏感,在很低的信噪比情况下仍然有效,非常适用于含噪多分量多项式相位信号分离. 本文方法为 mc-PPS 的检测、分类及参数估计提供了一种新的途径.

2　基于多尺度线性调频基的稀疏信号分解

根据信号分析理论,任意信号 $f(t)$ 可以展开为一组基函数的线性组合[16,17],即:

$$f(t)=\sum_{n\in Z}a_n h_n \tag{2}$$

如果该组基函数为正交基,则可用内积计算它们的展开系数,即:

$$a_n=<f(t),h_n>/\|h_n\| \tag{3}$$

展开系数 a_n 的大小反映了 $f(t)$ 与基函数的相似程度. 本文所用的基函数库为多尺度的线性调频基函数:

$$D(h_{a_\mu,b_\mu,I})=\{h_{a_\mu,b_\mu,I}(t)\}=\{K_{a_\mu,b_\mu,I}e^{-i(a_\mu t+b_\mu t^2)}1_I(t)\} \tag{4}$$

式中 D 为基元函数库;$h_{a_\mu,b_\mu,I}(t)$ 为多尺度线调频基元函数;I 为动态分析时间段,$I=[kN2^{-j}\sim(k+1)N2^{-j}]$;$j$ 为分析尺度,$j=0,1,\cdots,\log_2(N-1)$;N 为采样长度,$k=0,1,\cdots,2^j-1$;$K_{a_\mu,b_\mu,I}$ 为归一化系数,使得 $\|h_{a_\mu,b_\mu,I}\|=1$;a_μ 为频率偏置系数;b_μ 为调频率,a_μ,b_μ 与尺度系数 j 有关,根据采样定理 $a_\mu+2b_\mu t$ 应该小于 $f_s/2$;$1_I(t)$ 为矩形窗函数,当 $t\in I$ 时为 1,当 $t\notin I$ 时为 0.

基于多尺度线性调频基的稀疏信号分解通过对信号进行逐段投影分析,计算获得每个支撑区 I 内的最大投影系数和对应的线调频基元函数,该基元函数即为在时间支撑区 I 中与分析信号最为相似的频率成分. 支撑区 I 内的最大投影系数 β_I 计算公式为:

$$\beta_I=\max<f(t),h_{a_\mu,b_\mu I}(t)> \tag{5}$$

设 $c_I(t)$ 为在动态分析时间段 I 内最大投影系数 $\beta_I=\max<f(t),h_{a_\mu,b_\mu I}(t)>$ 代表的分解信号,则有:

$$c_I(t)=abs(2\beta_I)e^{-i(a_\beta t+b_\beta t^2-angle(2\beta_I))}1_I(t) \tag{6}$$

在动态分析时间段 I 内 $f_I(t)=c_I(t)+r_I(t)$,式中 $r_I(t)$ 为分解的残余信号.

当信号与多尺度线性调频基函数越相似时,其投影系数也越大,基元函数的能量也越大,因此要求找到一种动态分析时间段连接方法,在该连接方法下满足在整个分析时间内使连接的所有基元函数信号的总能量最大,即:

$$\mathrm{Max}\Big(\sum_{I\in\Pi^n}\|c_i(t)\|\Big)^2,\ \Pi^n=\{I_1^n,I_2^n,\cdots\}\in\{I\} \tag{7}$$

Π^n 覆盖整个分析时间段,不能重叠,其对应的最大投影系数和基函数分别为:

$$\begin{aligned}\beta&=\{\beta_{I_1},\beta_{I_2},\cdots\}\\ H&=\{h_{a_\mu,b_\mu,I_1},h_{a_\mu,b_\mu,I_2},\cdots\}\end{aligned} \tag{8}$$

Π 的连接方法应保证在投影中使连接的基元函数在整个分析时间段内的总能量最大,而基元函数连接形成的频率曲线则是对分析信号主要频率成份的瞬时频率估计.

线调频小波路径追踪算法中提出的连接算法[13]如下:

(1)初始化. 以 i 为时间支持区序号,$d(i)$ 为第 i 个时间支持区之前分解信号的总能量,$pre(i)$ 为连接到第 i 个时间支持区的前置时间支持区序号,$e(i)$ 为第 i 个时间支持区最大投影系数对应的分解信号的能量,初始化时,置 $d(i)=0$,$pre(i)=0$;

(2)对于动态分析时间段集合 $\{I_i,i\in Z\}$ 中的每一个元素 I_i,查找出与其相邻的所有下一个动态分析时间段集合 $\{I_j\}$,即 $\{I_j\}$ 中所有元素的起始时间与 I_i 相邻.

用稀疏信号分解方法对信号进行分解,且投影系数大的先分解,小的后分解,但当多个分量具有相同的幅值时,其具有相同的投影系数,会出现交叉分解的现象,为解决等振幅分解的问题,本文在支撑区连接算法中引入了保留系数 δ,即保留投影系数相差不大的基元函数参与分解,如果

$$d(i)+e(i)>d(j)\times\delta \tag{9}$$

有
$$d(j) = d(j) + e(i)$$
$$pre(j) = i \tag{10}$$

通常 δ 取 1,但如果分量信号频率仍出现交叉解调的现象,则将 δ 的值逐次减小后重新分解,直到具有相同的投影系数的分量信号能分解出来.

令 c^n, r^n 为第 n 次分解得到的信号分量和残余信号分量,则:

$$c^n = \sum_{I_i \in \mathrm{II}^n} c_{I_i}(t)$$
$$r^n = \sum_{I_i \in \mathrm{II}^n} r_{I_i}(t) = r^{n-1} - \sum_{I_i \in \mathrm{II}^n} c_{I_i}(t) \tag{11}$$

分解直至满足给定的停止准则.

3 多项式相位信号分离及瞬时频率估计

任意多分量多项式相位信号(即 mc-PPS)总可以用形如式(1)的参数模型来描述,分量在短时间内总可以由线性调频信号很好的近似,分量频率在短时间内同样可由直线很好的拟合,基于多尺度线调频基的稀疏信号分解方法正是用线性调频基函数自适应地分段逼近待分析信号,理论上是可以用来分离多分量多项式相位信号,并估计其分量频率.

设待分析的多分量多项式相位信号为 $x(t)$,用基于多尺度线调频基的稀疏信号分解方法分解,分解算法如下:

(1)设定一阈值 ζ;

(2)初始化,以 i 代表分解的次数,初始值设为 1;

(3)进行第 i 次分解得到分量 c_i,对应的频率为 f_i;

(4)对 f_i 做差分运算,若 ∇f_i 不变号,且 $\max(|\nabla f_i|) < \zeta$ 该次分解结果 c_i, f_i 有效, $i = i + 1$ 转至 3. 否则该次分解无效, $i = i - 1$ 停止分解.

此算法中的停止准则是针对多分量多项式相位信号频率的单调连续性提出的,$\max(|\nabla f_i|) < \zeta$ 表示两相邻采样点的频差不宜过大.

假设分解得到的信号分量为 $c_1, c_2, \cdots c_k$,那么

$$x(t) = \sum_{k-1}^{K} A_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_k(t)} = \sum_{k=1}^{K} A_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\sum_{m=0}^{M_k} a_{k,m} t^m}$$
$$= c_1 + c_2 + \cdots + c_K \tag{12}$$

$c_1, c_2, \cdots c_k$ 正好对应分量多项式相位信号 $x(t)$能量从高到低(即幅值从大到小) 的 K 个 *PPS* 分量,从而完成了多分量多项式相位信号的分离. 而从分离 c_1, $c_2, \cdots c_k$ 过程中得到的基元函数连接形成的频率曲线即可得到对应分量瞬时频率的估计.

4 仿真算例

下面给出一个四阶三分量的多分量多项式信号的分析例子. 模拟信号表达式为

$$s(t) = \cos(2\pi \times (t^4 + t^3 + t^2 + 5 * t)) + 0.8\cos(2\pi \times (3t^2 + t^2 + 20t)) + 0.6\cos(2\pi \times (5t^2 + 30t)) \tag{13}$$

用 200Hz 的采样频率对它进行采样,采样点数为 512. 信号及其频率如图 1 所示.

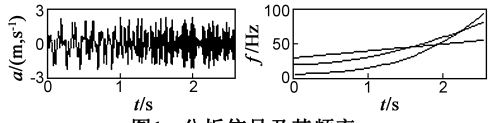


图1 分析信号及其频率

对信号用基于多尺度线调频基的稀疏信号分解方法分解,得到分离结果如图 2、图 3、图 4 所示,从图 2 ~ 图 4 可以看出,本文方法能将多项式相位信号分量有效分离,且能较准确地估计瞬时频率,对分解结果做进一步的数值分析,得到三个分量的相对误差信号能量占真实分量能量的百分比分别为: 0.68%, 0.55%, 0.74%,对应的频率估计的绝对误差最大值分别 0.0453,0.0155,0. 这个结果表明该方法确实能够用于分离多分量多项式相位信号,且频率估计精度较高.

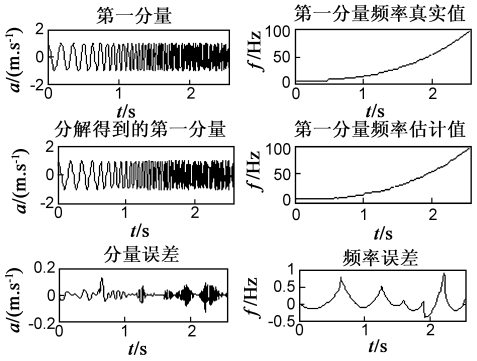


图2 第一分量分解结果及误差

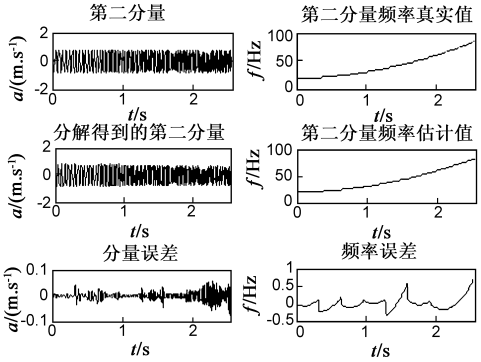


图3 第二分量分解结果及误差

为了分析噪声对本文方法的影响,对上述分析信号加入白噪声,信噪比初始值为 10dB,每分析一次信噪比减 1dB,直至方法失效为止,得到该方法有效的最低信噪比可达 - 1dB.

令 $es(i) = \dfrac{E(s_i - c_i)}{E(s_i)}$,其中 $E(\cdot)$表示能量, s_i, c_i 为

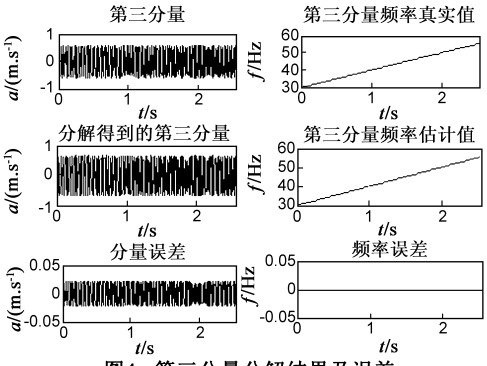


图4　第三分量分解结果及误差

第 i 个分量真实值与分解结果值,因此 $es(i)$ 表示分量的相对误差信号能量与真实分量能量的比值,可用 $es(i)$ 的大小来衡量分量分离误差;令 $ef(i)=\max\left(\left|\frac{f_i'-f_i}{f_i}\right|\right)$,其中 f_i',f_i 分别表示第 i 个分量的频率估计值与真实值,则 $ef(i)$ 表示第 i 个分量频率的真实值与估计值绝对误差的最大值,可用 $ef(i)$ 来衡量频率估计误差,追踪噪声对 $es(i)$,$ef(i)$ 的影响得到结果如图 5,图 6 所示.

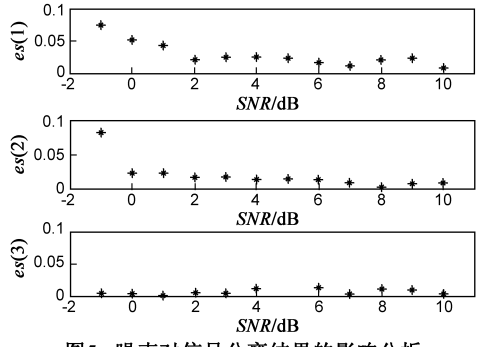


图5　噪声对信号分离结果的影响分析

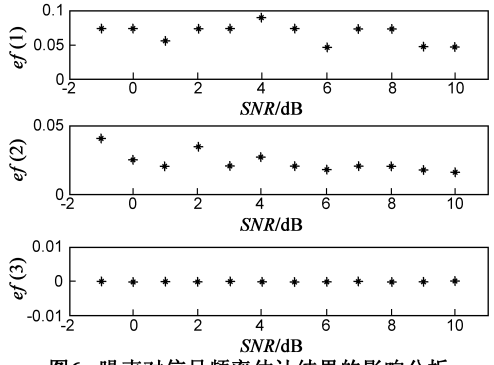


图6　噪声对信号频率估计结果的影响分析

分析图 5、图 6 可知,由于第三分量本身就是一个线性调频分量,用该方法分解分量误差和频率误差较第一、第二分量都更小些,频率估计的准确度可达百分之百,但在[0dB　10dB]这一信噪比区间内,三个信号分量的相对误差信号能量与真实分量能量比值都不超过 5%,而分量频率的绝对误差的最大值也都小于 0.1.可见该方法有很好的抗噪声干扰的能力,适合用于含噪多分量多项式相位信号的分离与瞬时频率估计.

5　结论

(1)仿真分析表明,基于多尺度线性调频基的稀疏信号分解方法能将多分量多项式相位信号包含的多项式相位分量(即 PPS 分量)有效分离,并且分离过程中所用的基元函数连接形成的频率曲线可作为多分量多项式相位信号(mc-PPS)包含的 PPS 分量的频率估计,且频率估计具有较高的精度.

(2)本文方法为多分量多项式信号的分析与处理提供了新的思路.首先,mc-PPS 分量的分离有利于得到其分量数目 K 和幅值参数 A_k 的估计;其次,PPS 分量的瞬时频率估计有利于得到其相位多项式的参数 $a_{k,m}$ 和最高阶数 M_k 的估计.

(3)该方法对噪声不敏感,对信噪比很低的多分量多项式相位信号(mc-PPS)仍然有效,适合于工程实际信号分析.

参考文献:

[1] Barbarossa S, Scaglione A, Giannakis GB. Product high-order ambiguity function for multicomponent polynomial-phase signal modeling[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1998, 46(3): 691 – 708.

[2] Gershman A B, Pesavento M, Amin M G. Estimating parameter s of multiple wideband polynomial-phase sources in senor arrays[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2001, 49(12): 2924 – 2934.

[3] Ikram M Z, Tong Zhou. Estimation of multicomponent polynomial phase signals of mixed orders[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2001, 81: 2293 – 2308.

[4] Peleg S, Porat B. Estimation and classification of polynomial-phase signals[J]. IEEE Trans. Inform. Theory. 1991, 37(2): 422 – 430.

[5] Ikram M Z, Abed-Meraim K, Hua Y. Mlituple moving target SAR imaging in noisy environment[A]. Proceedings of the International Conference on Telecommunications [C]. Melbourne, Australia, 1997. 1039 – 1043.

[6] Porat B, Friedlander B. Blind deconvolution of polynomial-phase signals using the high order ambiguity function[J]. Signal Processing, 1996, 53(2 – 3): 149 – 163.

[7] 李英祥,肖先赐.基于短时分数阶傅里叶变换域滤波的多项式相位信号时频检测[J].声学学报,2003,28(6):545 – 549.

Li Ying-xiang, Xiao Xian-ci. The use of short time fractional fourier transform domain filtering method for multi-polynomial phase signals detection in low SNR condition[J]. Acta Acusti-

ca,2003,28(6):545 – 549.(in Chinese)
[8] 刘庆云,李志舜,李海英,梁红.多分量多项式相位信号的参量估计[J].电子学报,2004,32(12):2031 – 2034.
Liu Qing-yun,Li Zhi-shun,Li Hai-ying,Liang Hong. Parameter estimation of multicomponent polynomial phase signals[J]. Acta Electronica Sinica. 2004,32(12):2031 – 2034.(in Chinese)
[9] 刘庆云,张汗灵,梁红.多分量多项式相位信号瞬时频率变化率的估计[J].电子学报,2005,33(10):1890 – 1892.
Liu Qing-yun, Zhang Han-ling, Liang Hong. Estimation of instantaneous frequency rate for multicomponent polynominal phase signals[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(10): 1890 – 1892.(in Chinese)
[10] Adjrad M, Belouchrani A. Estimation of multicomponent polynomial-phase signals impinging on a multisenor array using state-space modeling[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2007, 55(1):32 – 45.
[11] 张雯雯,司锡才.一种新的 mc.PPS 瞬时频率变化率的估计[J].电子与信息学报,2008,30(12):2881 – 2885.
Zhang Wenwen, Si Xicai. A new estimation method of instantaneous frequency rate for multicomponent polynomial phase signal[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008,30(12):2881 – 2885.(in Chinese)
[12] Peleg S, Porat B, Estimation and classification of polynominal-phase[J]. IEEE Trans. Signal Process, 1991, 39(3): 749 – 752.
[13] Pham D S, Zoubir A M. Analysis of multicomponent polynomial phase signals[J]. IEEE Trans. Signal Process, 2007, 55(1):56 – 65.
[14] Candès E J, Charlton P R, Helgason H. Detecting highly oscillatory signals by chirplet path pursuit[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2008, 24(1): 14 – 40.
[15] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Trans. Signal Process, 1993, 41(12): 3397 – 3415.
[16] Chen SS, Donoho DL, Saunders MA. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Rev, 2001, 43(1): 129 – 159.
[17] Qian S, Chen D. Joint time-frequency analysis[M]. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1996.

作者简介:



罗洁思 女,1985 年 7 月出生于福建建瓯,湖南大学机械与汽车工程学院博士研究生,主要从事非平稳信号分析与处理、机械故障等研究工作.
E-mail:luojiesi_2004@163.com



于德介 男,1957 年 5 月出生.湖南大学机械与汽车工程学院教授,博士生导师.主要从事机械系统动力学、设备状态监测与故障诊断、动态信号分析与处理;振动与噪声控制等研究工作.
E-mail:djyu@hnu.cn