

基于 SA-MUSIC 理论的联合稀疏恢复 STAP 算法

王泽涛^{1,2}, 段克清², 谢文冲², 王永良²

(1. 国防科学技术大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 空军预警学院, 湖北武汉 430019)

摘 要: 基于子空间扩展多重信号分类(SA-MUSIC)理论对杂波空时二维谱进行联合稀疏恢复, 实现小样本情况下空时自适应处理(STAP)性能的显著提升. 首先, 提出空时导向矢量相关性模型, 利用该模型分析杂波在空时二维平面上的稀疏本质, 解释用部分空时导向矢量近似整个杂波子空间的合理性. 其次, 提出基于 SA-MUSIC 理论的联合稀疏恢复 STAP 算法(SA-MUSIC-STAP), 该算法仅需极少训练样本便可实现对杂波协方差矩阵的准确估计, 并实现有效的杂波抑制. 仿真实验验证了 SA-MUSIC-STAP 算法的有效性.

关键词: 机载雷达; 空时自适应处理; 杂波抑制; 联合稀疏恢复; 多观测丈量

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)05-0846-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.05.003

A Joint Sparse Recovery STAP Method Based on SA-MUSIC

WANG Ze-tao^{1,2}, DUAN Ke-qing², XIE Wen-chong², WANG Yong-liang²

(1. College of Electronic Science and Engineering, NUDT, Changsha, Hunan 410073, China;

2. Air Force Early Warning Academy, Wuhan, Hubei 430019, China)

Abstract: Clutter spectrum in space-time domain is jointly recovered based on subspace-augmented multiple signal classification theory (SA-MUSIC). The performance of space-time adaptive processing (STAP) under small sample size is greatly improved. Firstly, the sparse nature of clutter in space time domain is analyzed using the space-time steering vector correlation model, and the reason of using few space-time steering vectors to represent the whole clutter subspace is given. Secondly, an algorithm named as SA-MUSIC-STAP is proposed to estimate the clutter covariance matrix with much less training samples, then the clutter is effectively suppressed by the new algorithm. Simulation results verified the effectiveness of SA-MUSIC-STAP.

Key words: airborne radar; space-time adaptive processing; clutter suppression; joint sparse recovery; multiple measurement vector

1 引言

空时自适应处理(Space-Time Adaptive Processing, STAP)技术可有效抑制机载雷达面临的强杂波, 极大地提高对慢速目标的检测能力. 然而 Brennan 和 Reed 提出的最优 STAP 理论^[1]要求使用大量与检测单元杂波独立同分布(Independent Identically Distributed, IID)的训练样本估计杂波协方差矩阵. Reed 等人指出: 为使估计带来的性能下降不超过理论最优值 3dB, 要求 IID 训练样本数至少为系统自由度(Degrees of Freedom, DOFs)的 2 倍^[2]. 实际上, 雷达通常工作在非均匀环境中, 难以获得足够的 IID 训练样本. 训练样本(后文均假设满足 IID 条件)不足使得最优 STAP 性能严重下降^[3]. 后来学者们提出的降维 STAP^[4,5]、降秩 STAP^[6~8]、直接数据域^[9~11]以

及基于知识的 STAP 算法^[12~14], 能够降低算法对训练样本的需求, 提高算法收敛性.

降维 STAP 使用与数据无关的变换作用于数据, 减少自适应处理的 DOFs, 降低对训练样本数的需求^[15]. 降秩 STAP 则利用杂波的低秩特性构造空时自适应处理器^[15]. 虽然降维 STAP 与降秩 STAP 很大程度降低了对训练样本的需求, 但是所需训练样本数仍然较多^[16]. 直接数据域算法只使用待检测距离门数据获取训练样本, 可从根本上消除杂波非均匀的影响. 但该类算法损失了较大的系统 DOFs, 同时只适用于均匀间隔线(面)阵^[10]. 基于知识的 STAP 算法通过利用周围环境和雷达参数的先验知识, 可在有限训练样本的情况下显著提高检测性能, 但先验知识的获取代价昂贵, 在 STAP 框架下如何使用先验知识仍需进一步研究^[16].

压缩感知(Compressed Sensing, CS)作为一种新的采样理论,以很少采样点准确重构原始未知稀疏信号,许多学者积极地将这一理论引入到 STAP 中.其中, Parker 等人认为目标信号在整个空时二维平面中是稀疏的,对滤除杂波后的检测单元数据使用稀疏恢复算法检测目标,能大大提高区分同一距离单元中在空时二维平面上临近目标的能力,这实际是 STAP 后处理^[17].孙珂等人考虑杂波在空时二维平面上的稀疏性,利用训练样本对杂波的空时谱系数进行稀疏恢复,进而估计杂波协方差矩阵,设计 STAP 滤波器,该类算法称为 SR-STAP(STAP via sparse recovery)^[18~20].阳召成等人在传统 STAP 代价函数中引入稀疏约束条件,提出基于稀疏滤波器的 STAP,获得比传统 STAP 更快的收敛速度,但所需训练样本数仍然较多^[21~23].

CS 理论中,信号重构通过稀疏恢复算法实现.稀疏恢复可分为单观测矢量(Single Measurement Vector, SMV)问题和多观测矢量(Multiple Measurement Vector, MMV)问题.实际中通常可获得信号的多个观测矢量,因此 MMV 问题的研究更引人注目. MMV 问题又称为联合稀疏恢复问题,它假设多个观测矢量之间具有相同的稀疏结构(待恢复稀疏矢量中非零元素或显著分量对应的位置相同),并且证明多个样本联合可获得比单个样本更好的稀疏恢复性能^[24].在 STAP 中,用于估计杂波协方差矩阵的训练样本在空时二维域具有相同的稀疏结构,由于各种非均匀因素,可用于估计杂波协方差矩阵的训练样本数通常有限,这种情况正好与 MMV 问题相符,因此可将 MMV 问题的研究引入到 STAP 领域.

SR-STAP 使用很少训练样本就可达到较好性能.该类算法的基础假设是杂波在空时二维平面上的稀疏性,虽然很多文献对此假设进行了分析^[16,18,20,25,26],但并未对造成稀疏的原因以及可用部分空时导向矢量代表整个杂波子空间的原因给出根本解释.本文则利用空时导向矢量相关性模型分析杂波在空时二维平面上的稀疏性,对上述问题给出根本解释.孙珂等人提出的算法(简称 CVX-SR-STAP)使用 Matlab CVX 工具箱^[27]对每个训练样本进行稀疏恢复,其中多个训练样本联合的策略可获得比单个样本更好的性能,但是 CVX-SR-STAP 改善因子在主杂波区凹口较宽,不利于检测慢速目标.此外,其提出的多训练样本联合的策略并不是真正意义上的联合稀疏恢复,因为每一个观测矢量的稀疏解都是独立计算的,没有利用多个观测矢量共同的稀疏结构.子空间扩展多重信号分类(Subspace-Augmented Multiple Signal Classification, SA-MUSIC)理论^[28,29]可利用有限的训练样本获得很好的稀疏恢复性能.本文基于 SA-MUSIC 理论对待检测单元杂波的空时谱系数进行稀疏恢复,提出 SA-MUSIC-STAP 算法,并与对角加载

样本矩阵求逆(Loaded Sample Matrix Inversion, LSMI)^[30]、多级维纳滤波(Multistage Winer Filter, MWF)^[7,8]、多通道联合自适应处理(Multiple Doppler Channels Joint Adaptive Processing, M-CAP)^[4]、CVX-SR-STAP 算法比较,以验证其快速收敛性和有效性.

2 杂波数据模型与稀疏性分析

2.1 杂波数据模型

如图 1 所示,考虑 M 个阵元组成的正侧视均匀线性阵列(Uniform Linear Array, ULA).平台高度为 h_p ,以速度 v_p 沿 X 轴正向运动. θ 表示到达角(Angle of Arrival, AOA).雷达以脉冲重复频率(Pulse Repetition Frequency, PRF) $f_r = 1/T_r$ 发射相参脉冲串, T_r 为脉冲重复周期.发射机载频为 $f_c = c/\lambda$, c 为电磁波传播速度, λ 为波长.设一个相参处理间隔(Coherence Processing Interval, CPI)内接收脉冲数为 K ,则一个距离门的接收数据可表示为 $MK \times 1$ 维的空时数据矢量(称作空时快拍) $\mathbf{x} = \mathbf{x}_c + \mathbf{n}$,其中 \mathbf{x}_c 和 \mathbf{n} 分别表示杂波和接收机热噪声.

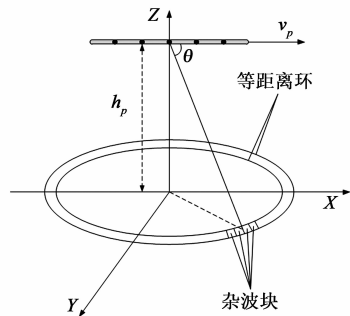


图1 阵列几何结构

不考虑距离模糊, \mathbf{x}_c 由该距离门对应的等距离环内所有杂波块的回波叠加而成.对于第 i 个杂波块,设其 AOA 为 θ_i ,对应的归一化空间频率为 $f_{si} = d \cos \theta_i / \lambda$, d 为阵元间距,对应的归一化多普勒频率为 $f_{di} = 2v_p T_r \cos \theta_i / \lambda$.阵列对应于该杂波块的空域导向矢量和时域导向矢量分别为

$$\phi_{si} = [1, \exp(j2\pi f_{si}), \dots, \exp(j2\pi(M-1)f_{si})]^T \quad (1)$$

$$\phi_{di} = [1, \exp(j2\pi f_{di}), \dots, \exp(j2\pi(K-1)f_{di})]^T \quad (2)$$

其中上标“T”表示转置.阵列对应于该杂波块的空时导向矢量为

$$\phi_i = \text{kron}(\phi_{si}, \phi_{di}) \quad (3)$$

其中“kron”表示 Kronecker 积.假设等距离环内共有 N_c 个杂波块,则

$$\mathbf{x}_c = \sum_{i=1}^{N_c} \gamma_i \phi_i \quad (4)$$

其中 γ_i 为第 i 个杂波块回波的复幅度^[31].

假设各杂波块相互独立,并且与噪声不相关,则杂

波加噪声的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E(\mathbf{x} \mathbf{x}^H) = E\{(\mathbf{x}_c + \mathbf{n})(\mathbf{x}_c + \mathbf{n})^H\} \\ &= \sum_{i=1}^{N_c} E(|\gamma_i|^2) \phi_i \phi_i^H + E(\mathbf{n} \mathbf{n}^H) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $E(\cdot)$ 表示求期望, 上标“H”表示共轭转置. 在输出信杂噪比 (Signal to Clutter Noise Ratio, SCNR) 最大准则下, 最优 STAP 为^[32]

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu \mathbf{R}^{-1} \phi_t \quad (6)$$

其中 μ 是归一化常数, ϕ_t 为目标空时导向矢量. 实际中 \mathbf{R} 通常未知, 需用训练样本估计. 在样本协方差矩阵求逆 (Sample Matrix Inverse, SMI) 算法^[2]中, \mathbf{R} 的估计为

$$\mathbf{R}_{\text{SMI}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H \quad (7)$$

其中 \mathbf{x}_i ($1 \leq i \leq L$) 代表训练样本.

改善因子是衡量 STAP 性能的重要指标, 定义为输出与输入 SCNR 的比值^[32]

$$\text{IF} = \frac{\mathbf{w}^H \phi_t \phi_t^H \mathbf{w} \cdot \text{tr}(\mathbf{R})}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \cdot \phi_t^H \phi_t} \quad (8)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示求方阵的迹.

2.2 杂波在空时二维平面上的稀疏性

虽然文献^[16, 18, 20, 25, 26]对杂波在空时二维平面上的稀疏性给出了分析, 但并未解释造成稀疏性的本质原因, 也未分析使用部分空时导向矢量近似整个杂波子空间的合理性. 本节提出空时导向矢量相关性模型, 利用它分析杂波在空时二维平面上的稀疏本质. 仿真所用参数见表 1.

表 1 系统参数

参数	符号	值
阵元数	M	8
脉冲数	K	8
电磁波传播速度	c	$3 \times 10^8 \text{ m/s}$
波长	λ	0.23m
阵元间距	d	0.115m
平台速度	v_p	140m/s
脉冲重复频率	f_r	2434.8Hz

杂噪比 (Clutter to Noise Ratio, CNR) 为 60dB 时, 利用表 1 参数可得杂波功率谱在空时二维平面上的分布如图 2 所示. 可见杂波沿斜率 $\beta = f_d/f_s$ 分布, 并且能量集中在主波束 (对应的空间频率为 0) 区域. 杂波在空时二维平面上的轨迹称为“杂波脊”^[31], 杂波脊只占据整个空时二维平面的一小部分, 从而可认为杂波在空时二维平面上的分布是稀疏的. 按照这种逻辑, 要想得到杂波协方差矩阵的最优估计, 则应当找出整个杂波脊对应的所有空时导向矢量和对应幅度系数, 而文献^[18, 20, 25, 26]并没有这样做, 它们在构造杂波协方差矩阵时使用的只是杂波脊上部分空时导向矢量及对应幅度

系数. 下面给出本文的分析.

由于 \mathbf{R} 为正定 Hermite 矩阵, 其特征分解为^[32]

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^p \alpha_i \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H + \sum_{i=p+1}^{MK} \alpha_i \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \quad (9)$$

其中 $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_p$ 为 \mathbf{R} 的 p 个大特征值, 其余 $MK - p$ 个特征值近似等于噪声方差, \mathbf{V}_i 为特征值 α_i 对应的特征矢量. 因此杂波的秩为 p , 也即杂波子空间的维数为 p . 比较式 (5) 和式 (9), 原来需要 N_c 个空时导向矢量来表示的杂波协方差矩阵可以只使用 p 个特征矢量来近似, 这是由于空时导向矢量之间具有相关性.

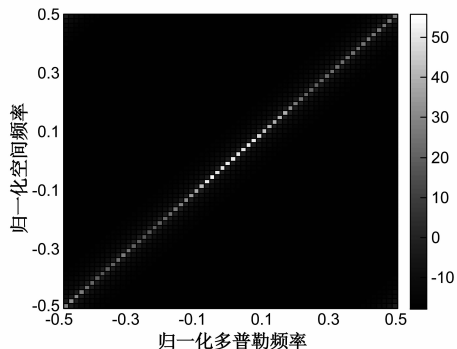


图2 杂波功率谱在空时二维平面上的分布

为说明杂波在空时二维平面上的稀疏性, 本节提出空时导向矢量相关度的概念, 定义如下:

$$\text{cor}(\phi_i, \phi_j) = \frac{\|\phi_i^H \phi_j\|}{\|\phi_i\| \|\phi_j\|} \quad (10)$$

其中 $\text{cor}(\cdot)$ 表示相关度, $\|\cdot\|$ 表示求模. 按照图 1 中几何结构, 对应于空间角 θ_i 的杂波块的空时导向矢量为 θ_i 的函数 $\phi_i(\theta_i) = \text{kron}(\phi_{si}(\theta_i), \phi_{di}(\theta_i))$. 下面考察表 1 所示系统参数下某一空间角对应的空时导向矢量与其它空间角对应的空时导向矢量之间的相关度.

图 3 给出空间角为 $\pi/5, 2\pi/5, \pi/2, 3\pi/5$ 和 $4\pi/5$ 时它们对应的空时导向矢量与其它空间角对应的空时导向矢量之间的相关度. 可见, 某一空间角对应的空时导向矢量仅与其临近空间角对应的空时导向矢量相关, 意味着某一空间角区域的杂波块之间具有很强的相关性, 而与其它空间角区域的杂波块不相关.

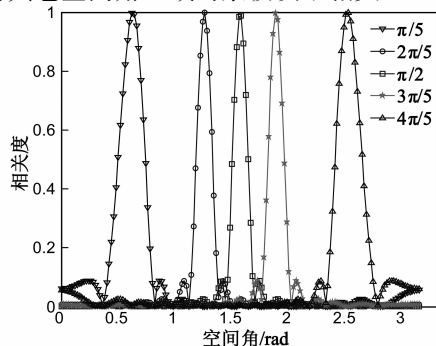


图3 空间角对应的空时导向矢量间的相关度

使用稀疏恢复算法对杂波谱进行稀疏恢复时,通常将空时二维平面网格化,每个网格点对应一个空时导向矢量.之所以可用网格点上对应的部分空时导向矢量近似整个杂波子空间,正是由于空时导向矢量之间的相关性——可以用某一网格点对应的空时导向矢量代表某一空间角区域对应的所有空时导向矢量.同时考虑天线方向图,在主波束区域天线增益远大于旁瓣增益,此外还有一些区域对应着天线方向图的凹口,因此在用部分空时导向矢量近似整个杂波子空间时,主波束区域空间角对应的空时导向矢量贡献更大.

至此,可对杂波在空时二维平面上的稀疏本质解释如下:由于杂波块随空间角具有区域相关性,可以用该区域内的某一空间角对应的空时导向矢量代替该区域所有空间角对应的空时导向矢量,因而用部分空时导向矢量近似整个杂波子空间是合理的.

3 基于 SA-MUSIC 理论的联合稀疏恢复 STAP 算法

3.1 SA-MUSIC 理论

SA-MUSIC 理论是针对 MMV 问题提出的. MMV 问题可表述为^[33~37]:

如果列矢量 $s \in \mathbb{Z}^n$ (\mathbb{Z}^n 表示 n 维实数域或复数域) 中最多有 k 个非零元素,则称 s 的稀疏度为 k . s 中所有非零元素位置的集合称为 s 的支撑集,用 $\text{supp}(s)$ 表示. 对于集合 $\{s_i\}_{i=1}^N \subset \mathbb{Z}^n$, 如果 $\bigcup_{i=1}^N \text{supp}(s_i)$ 中元素个数为 k , 则称 $\{s_i\}_{i=1}^N$ 是联合 k 稀疏的. 因此矩阵 $S = [s_1, \dots, s_N] \in \mathbb{Z}^{m \times N}$ ($\mathbb{Z}^{m \times N}$ 表示 $n \times N$ 维矩阵空间) 最多有 k 行元素不全为零, 其支撑集定义为 $\bigcup_{i=1}^N \text{supp}(s_i)$. MMV 问题就是在已知观测矩阵 $X = [x_1, \dots, x_N] \in \mathbb{Z}^{m \times N}$ 的情况下求未知信号矩阵 S 的支撑集, X 和 S 的关系为

$$X = \Phi S + N \quad (11)$$

其中 $\Phi \in \mathbb{Z}^{m \times n}$ 为感知矩阵(也称为字典, 其中每个列矢量又称为原子), $N \in \mathbb{Z}^{m \times N}$ 为扰动噪声.

令 J 表示 S 的支撑集, S^J 表示 S 的非零行矢量组成的子矩阵, Φ_J 表示由 Φ 中 J 对应的列矢量组成的子矩阵. 文献[38, 39]指出 MMV 问题与阵列信号处理中 AOA 估计的相似性, 并指出当 S^J 行满秩时可以使用多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)^[40] 算法求解. 当观测矢量数有限(如 $N < k$) 或者信号分量相关性很强时, S^J 是秩亏缺的, MUSIC 算法失效. 针对这一问题, SA-MUSIC 理论首先利用有限的数据样本估计信号子空间, 然后利用贪婪算法进行部分支撑集恢复, 将部分支撑集对应的原子与信号子空间合并成扩展的信号子空间, 最后使用 MUSIC 算法估计整个支撑

集^[28, 29]. 与其它联合稀疏恢复算法相比, SA-MUSIC 进一步减少了对样本数据的需求, 同时保持良好的稀疏恢复性能. 因此有望使用 SA-MUSIC 减少 STAP 对训练样本的需求.

SA-MUSIC 理论的原理如下:

(1) 信号子空间估计

SA-MUSIC 理论首先使用观测矩阵 $X = \Phi S + N = \Phi_J S^J + N$ 估计信号子空间

$$U \triangleq \mathfrak{R}(\Phi S) = \mathfrak{R}(\Phi_J S^J) \quad (12)$$

其中, 对于任意矩阵 $A \in \mathbb{Z}^{m \times n}$, $\mathfrak{R}(A)$ 表示由 A 的列矢量张成的空间. 当观测样本数较少, S^J 并非行满秩, 如果 $\Phi_J S^J$ 的条件数很大, 用全部的特征矢量估计得到的 U 对观测样本中的噪声非常敏感, 所以只估计一个 r ($r < k$) 维的信号子空间 \tilde{U} .

(2) 信号子空间扩展

\tilde{U} 秩亏缺的情况下, MUSIC 算法失效, 如果有另外一个子空间 T 补全 \tilde{U} , 即, $\mathfrak{R}(\Phi_J) = \tilde{U} + T$, 则可将 MUSIC 算法应用于扩展的信号子空间 $\tilde{U} + T$ ^[28, 29]. 文献[28]提出正交子空间匹配追踪(Orthogonal Subspace Matching Pursuit, OSMP) 算法寻找子空间 T , 其使用如下准则挑选 Φ 中 $k-r$ 个原子构造子空间 T

$$\arg \max_{l \in [n] \setminus J_0} \left\| \left(P_{\mathfrak{R}(\Phi_{J_0})}^\perp \tilde{u} \right) \Phi_l \right\|_2 / \left\| \left(P_{\mathfrak{R}(\Phi_{J_0})} \right) \Phi_l \right\|_2 \quad (13)$$

其中 Φ_l 表示 Φ 中的第 l 个原子, J_0 表示挑选的原子位置的集合, $[n]$ 表示集合 $\{1, \dots, n\}$ ($n \in \mathbb{N}$, \mathbb{N} 为自然数集合), $[n] \setminus J_0$ 表示 $[n]$ 中所有不属于 J_0 的元素的集合, $\|\cdot\|_2$ 表示矢量的 2 范数. 对于 \mathbb{Z}^n 中的子空间 F , 矩阵 $P_F \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ 和 $P_F^\perp \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ 分别表示到子空间 F 和 F^\perp 的正交投影矩阵.

(3) MUSIC 算法求支撑集

步骤(2)中挑选出的 $k-r$ 个原子可写成矩阵 Φ_{J_0} , 则扩展的信号子空间表示为 $\hat{U} = \tilde{U} + \mathfrak{R}(\Phi_{J_0})$. 接下来只需将 MUSIC 算法用于 \hat{U} , 找到 Φ 中其它 r 个原子补全支撑集, 即找到满足下式关系的 $J_1 \subset [n]$

$$\min_{l \in J_1 \setminus J_0} \frac{\|P_{\hat{U}} \Phi_l\|_2}{\|\Phi_l\|_2} > \max_{l \in [n] \setminus J_1} \frac{\|P_{\hat{U}} \Phi_l\|_2}{\|\Phi_l\|_2} \quad (14)$$

最终求得的支撑集为 $\tilde{J} = J_0 \cup J_1$.

3.2 SA-MUSIC-STAP 算法

SA-MUSIC-STAP 算法的思路是: 首先使用 SA-MUSIC 理论对训练样本中的杂波进行稀疏恢复, 然后利用稀疏恢复的结果构造杂波加噪声的协方差矩阵, 最后按式(6)构造 STAP 滤波器.

具体算法如下:

(1) 构造空时二维平面空时导向矢量超完备矩阵

将空时二维平面网格化为 $N_s \times N_d$ 个网格点, 其中 $N_s = \rho_s M + 1$, $N_d = \rho_d K + 1$, ($\rho_s, \rho_d \geq 1$), 每一个网格点对

应一个空时导向矢量 $\phi(i, j) = \text{kron}(\phi_{si}, \phi_{dj}), 1 \leq i \leq N_s, 1 \leq j \leq N_d$. 将所有网格点对应的空时导向矢量归一化后组合成超完备矩阵:

$$\Phi = [\phi(1, 1), \dots, \phi(1, N_d), \phi(2, 1), \dots, \phi(N_s, N_d)] \quad (15)$$

根据 2.2 节中的分析, ρ_s 和 ρ_d 的取值如果太小, 离散化后的网格点间隔过大, 则不能利用网格点对应的空时导向矢量很好地近似整个杂波子空间; ρ_s 和 ρ_d 的取值如果太大, 计算量增加. SA-MUSIC-STAP 算法中 ρ_s 和 ρ_d 的经验取值为 $\rho_s = \rho_d = 4, 5, 6$.

(2) 应用 SA-MUSIC 理论对训练样本矩阵稀疏恢复

将 L 个训练样本 $\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, L$ 组合成训练样本矩阵 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_L]$, 利用 SA-MUSIC 理论对 \mathbf{X} 进行稀疏恢复, 得到支撑集 $\tilde{\mathbf{J}}$. 其中 SA-MUSIC 理论的具体实现参照文献[28]中“Algorithm 3”.

“Algorithm 3”中需要用到杂波在空时二维平面上的稀疏度 k (后文简称稀疏度). 关于稀疏度, 有两种典型观点: 一种认为稀疏度等于杂波秩^[16], 另一种认为稀疏度与空时二维平面离散化程度有关^[18]. 本文的观点是: 如果将稀疏度定义为杂波谱在空时二维平面上显著分量的个数, 则稀疏度等于杂波秩, 这与本文 2.2 节中的分析是一致的, 但是涉及到具体算法则应重新确定稀疏度. SA-MUSIC-STAP 算法中稀疏度如果大于杂波秩则算法数值性能更好, 在 $\rho_s = \rho_d = 4, 5, 6$ 的情况下, 稀疏度 k 取 1.5 ~ 2.5 倍的杂波秩, SA-MUSIC-STAP 算法均可取得良好性能.

(3) 估计待检测单元杂波加噪声的协方差矩阵

假设训练样本中只含杂波与噪声, 则步骤(2)中得到的支撑集 $\tilde{\mathbf{J}}$ 对应于杂波在空时二维平面上的位置分布, 为了估计杂波协方差矩阵, 还要求得杂波在空时二维平面上的幅度信息. 设待检测单元空时快拍数据为 \mathbf{x}_i , 其对应于超完备矩阵 Φ 的杂波幅度矢量为 \mathbf{s} , 则 \mathbf{x}_i 中的杂波分量可表示为 $\Phi_{\tilde{\mathbf{J}}} \mathbf{s}^j$, \mathbf{s}^j 表示 \mathbf{s} 中非零元素组成的矢量. \mathbf{s}^j 的估计可以表示为:

$$\min_{\mathbf{s}^j} \|\Phi_{\tilde{\mathbf{J}}} \mathbf{s}^j - \mathbf{x}_i\|_2^2 \quad (16)$$

式(16)的最小二乘解为:

$$\mathbf{s}^j = (\Phi_{\tilde{\mathbf{J}}}^H \Phi_{\tilde{\mathbf{J}}})^{-1} \Phi_{\tilde{\mathbf{J}}}^H \mathbf{x}_i \quad (17)$$

则待检测单元杂波加噪声的协方差矩阵可用式(18)估计:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{SA} = \Phi_{\tilde{\mathbf{J}}} \mathbf{s}^j (\Phi_{\tilde{\mathbf{J}}} \mathbf{s}^j)^H + \beta \mathbf{I} \quad (18)$$

\mathbf{I} 为单位矩阵, β 为加载系数, 表示噪声水平.

式(17)中涉及到求逆运算, 为保证数值性能, 可对 $\Phi_{\tilde{\mathbf{J}}}^H \Phi_{\tilde{\mathbf{J}}}$ 进行对角加载, 加载量为 $\Phi_{\tilde{\mathbf{J}}}^H \Phi_{\tilde{\mathbf{J}}}$ 的第 p 个大特征值, p 为杂波秩.

(4) 构造 STAP 滤波器

SA-MUSIC-STAP 算法构造的滤波器为:

$$\mathbf{w}_{SA} = \mu \tilde{\mathbf{R}}_{SA}^{-1} \phi_i \quad (19)$$

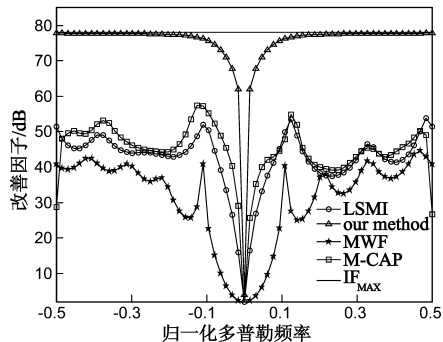
由上可知, SA-MUSIC-STAP 的计算量主要集中在投影矩阵的计算, 投影矩阵的计算可采用 QR 分解, SA-MUSIC-STAP 计算复杂度的量级约为 $O(2k\rho_s\rho_d(MK)^3)$.

4 仿真分析

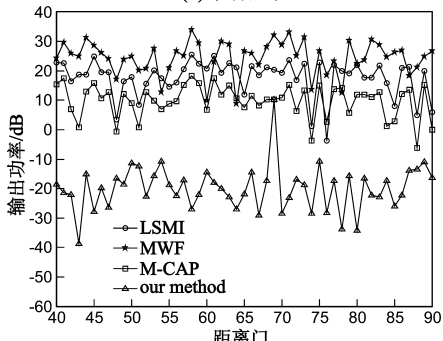
4.1 与经典算法的比较

在正侧视 ULA 条件下, 使用表 1 中参数仿真产生回波数据 (CNR = 60dB), 将 SA-MUSIC-STAP 算法与 LSMI、MWF、M-CAP 算法进行比较. 实验中 LSMI 算法加载量为噪声水平; MWF 算法分解级数为 15; M-CAP 算法采用 3 个多普勒通道联合自适应处理.

为说明 SA-MUSIC-STAP 算法的优越性, 在使用 8 个训练样本的情况下比较各算法改善因子和检测输出性能, 其中 SA-MUSIC-STAP 算法参数设置为 $\rho_s = 4, \rho_d = 4$, k 为 2 倍杂波秩, β 为噪声水平. 在仿真数据的第 69 个距离门注入目标 ($f_{st} = 0, f_{dt} = 0.2$), 目标信噪比 (Signal to Noise Ratio, SNR) 为 10dB. 图 4(a) 为主波束区改善因子曲线, 图中 IF_{MAX} 表示最优处理器改善因子理论最大值 (为 78.06dB). 可见仅使用 8 个训练样本时, LSMI、MWF、M-CAP 算法由于训练样本不足, 改善因子曲线在主杂波区凹口有不同程度的展宽, 并且平均改善因子都在 50dB 以下. 而 SA-MUSIC-STAP 算法 (图中用“our method”表示) 则保持了很好的性能, 平均改善因子水平达到次



(a) 改善因子



(b) 检测输出功率

图4 8个训练样本下各算法改善因子与检测输出功率比较

最优(77.77dB),比另外三种算法提升 27.77dB 以上.图 4b 给出了各算法沿 40 到 90 距离门检测输出功率曲线.在第 69 个距离门 SA-MUSIC-STAP 算法检测输出功率为 10dB,比其它距离门检测输出功率最大值高 20dB,检测到目标.而其它三种方法由于训练样本不足,在第 69 个距离门检测输出功率并不明显高于其它距离门上的检测输出功率,均未检测到目标.

为比较各算法收敛速度,图 5 给出各算法改善因子与所用训练样本数的关系曲线.图中“3dB”表示比最优处理器改善因子最大值小 3dB 的线,超过该线即认为算法达到收敛.由图 5 可见,LSMI、MWF、M-CAP 算法达到收敛时需要的训练样本数约为 30,即 2 倍的杂波秩.而 SA-MUSIC-STAP 算法甚至在只使用 3 个训练样本的情况下,杂波抑制性能便可达到次最优(改善因子为 77.77dB),收敛速度远远超过其它算法.这主要是由于该算法除利用训练样本信息外,还能充分利用训练样本子空间基于超完备字典所扩展的子空间信息.由图 5 还可见,SA-MUSIC-STAP 算法收敛后改善因子为恒定值.这是因为 SA-MUSIC-STAP 算法中稀疏恢复得到的支撑集在收敛后保持不变,并且由式(17)~(19)可知,SA-MUSIC-STAP 算法构造的 STAP 滤波器只由该支撑集决定.

4.2 与 CVX-SR-STAP 的比较

在正侧视 ULA 条件下,使用表 1 中参数仿真产生回波数据(CNR = 35dB),比较 SA-MUSIC-STAP 算法与

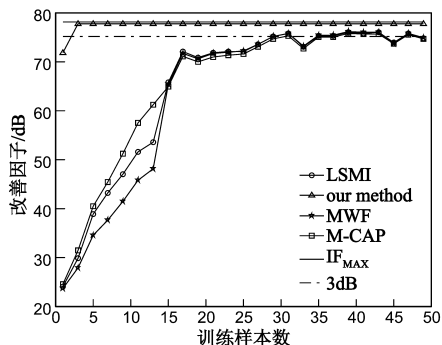


图5 各算法收敛性比较

CVX-SR-STAP 算法稀疏恢复的空时谱和改善因子.仿真中 $\rho_s = 6$, $\rho_d = 6$, k 为 2 倍杂波秩, β 为噪声水平,使用 8 个训练样本.

图 6 为 SA-MUSIC-STAP 算法与 CVX-SR-STAP 中三种算法稀疏恢复空时谱的比较,其中 SR1、SR2、SR3 分别代表 CVX-SR-STAP 中的单空时快拍、多空时快拍简单平均、多空时快拍联合处理算法,图中对稀疏恢复的杂波空时谱均进行了归一化.由图 6 可见,SR1 算法得到的空时谱沿杂波脊线分裂现象明显,SR2 算法在谱估计的结果上进行简单平均,较好解决空时谱估计在杂波脊线上不连续的问题,SR3 算法利用多空时快拍联合处理可获得比 SR1 和 SR2 算法更准确的估计,而 SA-MUSIC-STAP 算法得到的杂波谱则更逼近真实杂波谱(真实杂波谱为类似图 2 中的一条脊线).

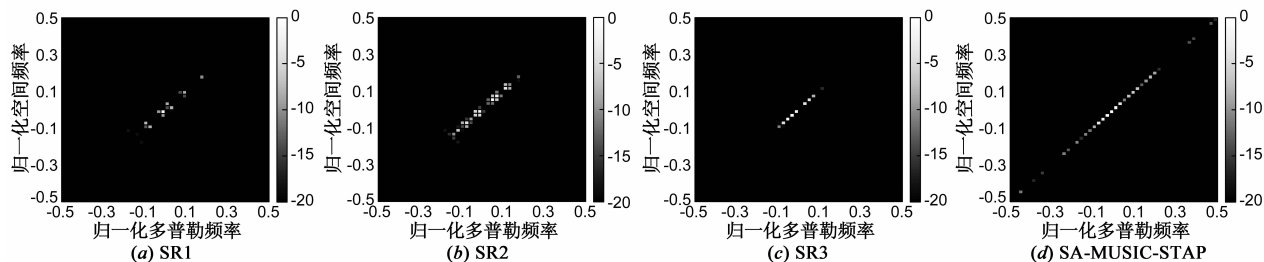


图6 SA-MUSIC-STAP与CVX-SR-STAP算法稀疏恢复空时谱比较

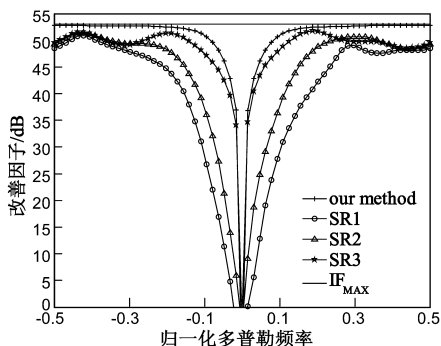


图7 SA-MUSIC-STAP与CVX-SR-STAP算法的改善因子比较

图 7 为 SA-MUSIC-STAP 算法与 CVX-SR-STAP 中三种算法在主波束区改善因子的比较.可见,SA-MUSIC-STAP 的改善因子曲线最为理想,SR1 和 SR2 算法的改善因子曲线在主杂波区展宽较严重,不利于检测慢速运动的目标.SR3 算法的改善因子曲线在主杂波区凹口较窄,但仍宽于 SA-MUSIC-STAP 算法.综合比较,SA-MUSIC-STAP 算法优于 CVX-SR-STAP 算法.

5 结论

论文提出空时导向矢量相关性模型,使用该模型分析杂波在空时二维平面上的稀疏性,解释用部分空

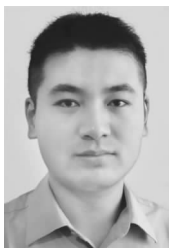
时导向矢量近似整个杂波子空间的合理性. 针对非均匀杂波环境下训练样本不足的问题, 提出 SA-MUSIC-STAP 算法. 仿真实验表明, SA-MUSIC-STAP 算法仅需极少训练样本即可获得杂波空时谱的良好估计, 有效地抑制杂波, 与 LSMI、MWF、M-CAP 这些经典算法相比, SA-MUSIC-STAP 算法收敛速度快, 更适合于训练样本不足的场景, 与 CVX-SR-STAP 算法相比, SA-MUSIC-STAP 算法在主杂波区改善因子曲线凹口更窄, 更有利于检测慢速目标.

参考文献

- [1] Brennan L E, Reed I S. Theory of adaptive radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(2): 237 – 251.
- [2] Reed I S, Mallett J D, Brennan L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1974, 10(6): 853 – 863.
- [3] Melvin W L. Space-time adaptive radar performance in heterogeneous clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(2): 621 – 633.
- [4] Wang Y, Peng Y, Bao Z. Space-time adaptive processing for airborne radar with various array orientations[J]. IEEE Proceedings Radar Sonar and Navigation, 1997, 144(6): 330 – 340.
- [5] Wang H, Cai L. On adaptive spatial-temporal processing for airborne surveillance radar systems[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(3): 660 – 670.
- [6] Guerci J R, Goldstein J S, Reed I S. Optimal and adaptive reduced-rank STAP[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(2): 647 – 663.
- [7] Goldstein J S, Reed I S, Zulch P A. Multistage partially adaptive STAP CFAR detection algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(2): 645 – 661.
- [8] Goldstein J S, Reed I S, Scharf L L. A multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1998, 44(7): 2943 – 2959.
- [9] Cristallini D, Burger W. A robust direct data domain approach for STAP[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(3): 1283 – 1294.
- [10] Burintramart S, Sarkar T K, Zhang Y. Performance comparison between statistical-based and direct data domain STAPs[J]. Digital Signal Processing, 2007, 17: 737 – 755.
- [11] Kim K, Sarkar T K, Palma M S. Adaptive processing using a single snapshot for a nonuniformly spaced array in the presence of mutual coupling and near-field scatterers[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2002, 50(5): 582 – 590.
- [12] Zhu X, Li J, Stoica P. Knowledge-aided space-time adaptive processing[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(2): 1325 – 1336.
- [13] Bidon S, Besson O, Tournet J. Knowledge-aided STAP in heterogeneous clutter using a hierarchical bayesian algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 1863 – 1879.
- [14] Wu Y, Tang J, Peng Y. On the essence of knowledge-aided clutter covariance estimate and its convergence[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(1): 569 – 585.
- [15] Melvin W L. A STAP overview[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2004, 19(1): 19 – 35.
- [16] Yang Z, Li X, Wang H, et al. On clutter sparsity analysis in space-time adaptive processing airborne radar[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(5): 1214 – 1218.
- [17] Parker H T, Potter L C. A Bayesian perspective on sparse regularization for STAP post-processing[A]. IEEE Radar Conference[C]. Washington, DC: IEEE Press, 2010. 1471 – 1475.
- [18] 孙珂, 张颖, 李刚, 等. 基于杂波谱稀疏恢复的空时自适应处理[J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1389 – 1393.
Sun Ke, Zhang Hao, Li Gang, et al. STAP via sparse recovery of clutter spectrum[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1389 – 1393. (in Chinese)
- [19] 孙珂. 非均匀杂波环境下基于稀疏恢复的 STAP 技术研究[D]. 北京: 清华大学, 2011.
Sun Ke. STAP technique using sparse recovery in heterogeneous clutter scenario[D]. Beijing: Tsinghua University, 2011. (in Chinese)
- [20] Sun K, Zhang H, Li G, et al. A novel STAP algorithm using sparse recovery technique[A]. IEEE International Conference on Geoscience & Remote Sensing Symposium[C]. Cape Town: IEEE, 2009. 336 – 339.
- [21] Yang Z, De Lamare R C, Li X. L1-Regularized STAP algorithms with a generalized sidelobe canceler architecture for airborne radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(2): 674 – 686.
- [22] Yang Z, De Lamare R C, Li X. Sparsity-aware space-time adaptive processing algorithms with L1-norm regularisation for airborne[J]. IET Signal Processing, 2012, 6(5): 413 – 423.
- [23] Yang Z, De Lamare R C, Li X. L1 regularized STAP algorithm with a generalized sidelobe canceler architecture for airborne radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(2): 674 – 686.
- [24] Cotter S F, Rao B D, Engan K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2477 – 2488.
- [25] Bai L, Roy S, Rangaswamy M. Compressive radar clutter subspace estimation using dictionary learning[A]. IEEE Radar

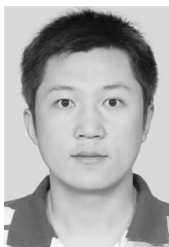
- Conference[C]. Ottawa, Ontario: IEEE Press, 2013.
- [26] Sun K, Meng H, Wang Y, et al. Direct data domain STAP using sparse representation of clutter spectrum[J]. Signal Processing, 2011, 91: 2222 – 2236.
- [27] Grant M, Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.0 beta2013[CP]. <http://cvxr.com/cvx>, 2013.
- [28] Lee K, Bresler Y, Junge M. Subspace methods for joint sparse recovery[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(6): 3613 – 3641.
- [29] Lee K, Bresler Y. Subspace-augmented MUSIC for joint sparse recovery with any rank[A]. IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop[C]. Jerusalem, Israel: IEEE Press, 2010. 205 – 208.
- [30] Dilsavor R L, Moses R L. Analysis of modified SMI method for adaptive array weight control[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(2): 721 – 726.
- [31] Ward J. Space-time adaptive processing for airborne radar[R]. Lexington, MA: MIT Lincoln Lab, 1994.
- [32] Klemm R. Principles of Space-Time Adaptive Processing[M]. London UK: Institute of Electrical Engineering, 2006.
- [33] Majumdar A, Ward R K, Aboulnasr T. Algorithms to approximately solve NP hard row-sparse MMV recovery problem; application to compressive color imaging[J]. IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems, 2012, 2(3): 362 – 369.
- [34] Eldar Y C, Rahut H. Average case analysis of multichannel sparse recovery using convex relaxation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(1): 505 – 519.
- [35] Hyder M M, Mahata K. A robust algorithm for joint-sparse recovery[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(12): 1091 – 1094.
- [36] Tropp J A, Gilbert A C, Strauss M J. Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I: Greedy pursuit[J]. Signal Processing, 2006, 86: 572 – 588.
- [37] Chen J, Huo X. Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(12): 4634 – 4643.
- [38] Bresler Y, Feng P. Spectrum-blind minimum-rate sampling and reconstruction of 2-D multiband signals[A]. International Conference on Information Processing[C]. Lausanne, Switzerland: IEEE Press, 1996. 701 – 704.
- [39] Feng P, Bresler Y. Spectrum-blind minimum-rate sampling and reconstruction of multiband signals[A]. International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing[C]. Atlanta, GA: IEEE Press, 1996. 1688 – 1691.
- [40] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276 – 280.

作者简介



王泽涛(通信作者) 男, 1987 年出生于河北保定, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院博士研究生, 主要研究方向为空时自适应处理、阵列信号处理、稀疏恢复等。

E-mail: wangzetao12@126.com



段克清 男, 1981 出生于河北石家庄, 2010 年获国防科学技术大学信号与信息处理专业工学博士学位, 现为空军预警学院雷达兵器运用工程军队重点实验室博士后, 在国内外发表学术论文 30 余篇, 主要研究方向为空时自适应处理、阵列信号处理、稀疏恢复等。

E-mail: duankeqing@aliyun.com