

非线性高斯系统边缘分布多目标贝叶斯滤波器

刘宗香, 谢维信, 李丽娟, 李良群

(深圳大学ATR国防科技重点实验室, 广东深圳 518060)

摘要: 为解决存在数据关联不确定、检测不确定和杂波情况下的多目标跟踪问题, 提出了一种新的多目标贝叶斯滤波器. 代替维持多目标状态的联合后验密度, 所提出的贝叶斯滤波器联合传递各个目标状态的边缘分布和它们的存在概率. 为了处理目标运动和传感器测量模型中的非线性, 利用无迹变换技术提出了一种非线性高斯条件下边缘分布贝叶斯滤波器的近似实现算法. 仿真实验结果表明, 与 PHD(Probability Hypothesis Density)滤波器相比, 所提出的滤波器具有更好的多目标跟踪能力.

关键词: 多目标跟踪; 贝叶斯滤波器; 非线性模型; 边缘分布

中图分类号: TN953 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)09-1689-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.09.003

Marginal Distribution Multi-Target Bayesian Filter for a Nonlinear Gaussian System

LIU Zong-xiang, XIE Wei-xin, LI Li-juan, LI Liang-qun

(ATR Key Laboratory, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China)

Abstract: To resolve the problem for multi-target tracking in the presence of association uncertainty, detection uncertainty and clutter, we derive and present a novel multi-target Bayesian filter. Instead of maintaining the joint posterior density of the multi-target state, the proposed Bayesian filter jointly propagates the marginal distribution for each target and their existence probabilities. We also develop an approximation implementation algorithm of the marginal distribution Bayesian (MDB) filter for a nonlinear Gaussian system where the unscented transform technique is employed to deal with the nonlinearities of target dynamic and measurement models. The simulation results demonstrate that the proposed filter achieves better tracking performance of multiple targets than the probability hypothesis density (PHD) filter.

Key words: multi-target tracking; Bayesian filter; nonlinear models; marginal distributions

1 引言

多目标跟踪是从传感器的测量中分辨出各个不同的目标并估计出它们的状态, 在雷达跟踪、声纳跟踪和视频图像跟踪中有着广泛应用, 一直受到学者和研究人员的重视^[1~16]. 目前, 多目标跟踪方法主要分为两类: 传统的多目标跟踪方法和基于有限集统计学的多目标跟踪方法^[1~3]. 传统的多目标跟踪方法是基于数据关联的多目标跟踪方法, 利用数据关联技术将测量分配给不同的目标, 利用独立的滤波器对各个目标分开跟踪. 典型的算法包括联合概率数据互联 (Joint Probabilistic Data Association, JPDA) 滤波器^[4]和多假设跟踪 (Multiple Hy-

pothesis Tracking, MHT) 算法^[5]. 然而, 传统多目标跟踪方法存在以下缺点: (1) 通常要求目标数是已知的; (2) 存在关联组合的指数增长问题. 基于有限集统计学的多目标跟踪方法是近年来发展起来的多目标跟踪方法. 该方法不需要数据关联对多目标观测进行分割, 而是用多目标观测形成多目标状态的联合后验分布, 依据贝叶斯规则传递联合后验分布, 并从联合后验分布中提取多目标状态的估计^[1,2]. 典型的算法包括多目标贝叶斯滤波器^[1,2]和概率假设密度 (PHD) 滤波器^[2,3,6]. 多目标贝叶斯滤波器通过滤波方程递归地传递多目标状态的联合后验分布^[1]. 由于滤波方程涉及高维积分, 在非线性高斯系统模型下它是难以使用的. 概率假设密度 (PHD) 滤

滤波器是贝叶斯滤波器的一种近似,代替传递多目标状态的联合后验分布,它传递多目标状态的联合后验分布的一阶矩^[2,6].它的两种近似实现即 PF-PHD(Particle Filtering Probability Hypothesis Density)滤波器^[7,8]和 GM-PHD(Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density)滤波器^[9~14]也相继提出以解决其滤波方程中积分的计算问题.与多目标贝叶斯滤波器相比,PHD 滤波器的优势在于:(1)能从后验矩中估计出目标数,适用于跟踪数目未知和时变的多目标;(2)减少了难以处理的积分运算.目前,PHD 滤波器被认为是解决存在虚警、漏检、目标数未知和变化情况下多目标跟踪问题的最有效方法.然而,当目标密集时,由于不同目标状态间的相互影响,PHD 滤波器输出的并不是各个目标的真实状态,而是目标群的整体状态,即多个目标状态的均值^[2,6].这样,PHD 滤波器难以将距离很近的目标区分开来^[2,6].为解决这一问题,我们推导并提出了一种传递边缘分布的多目标贝叶斯滤波器.所提出的滤波器充分考虑了目标状态间的相互独立性,在滤波器递归中传递各个目标状态的边缘分布和存在概率.为了将所提出的边缘分布贝叶斯滤波器应用于非线性高斯系统模型,利用无迹变换技术我们提出了一种非线性高斯条件下边缘分布贝叶斯滤波器的近似实现算法.

2 边缘分布多目标贝叶斯滤波器

为了推导新的滤波器,假定 $t-1$ 时刻目标数为 K ; $t-1$ 时刻各目标的状态用 $\mathbf{x}_{k,t-1}$, $k=1, \dots, K$ 表示;目标状态的不确定性用各个概率密度分布 $f_k(\mathbf{x}_{k,t-1} | \mathbf{y}_{1:t-1})$, $k=1, \dots, K$ 表示.其中, t 表示离散的时间索引, $\mathbf{y}_{1:t-1} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{t-1})$ 表示直到 $t-1$ 时刻的所有测量.同时假定 $t-1$ 时刻目标本身的不确定性用状态分布的存在概率 $p_{k,t-1}$, $k=1, \dots, K$ 表示.利用贝叶斯滤波器的预测方程^[1]对各个概率密度分布独立地处理,得到各目标状态的预测分布为

$$f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{x}_{k,t-1}) f_k(\mathbf{x}_{k,t-1} | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_{k,t-1}, \quad k=1, \dots, K \quad (1)$$

预测分布 $f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1})$ 的存在概率为

$$p_{k,t|t-1} = p_{S,t} p_{k,t-1}, \quad k=1, \dots, K \quad (2)$$

其中, $f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{x}_{k,t-1})$ 为状态转移概率密度, $p_{S,t}$ 为目标的存在概率.

假定 t 时刻有 M 个测量, t 时刻的测量表示为 $\mathbf{y}_t = (\mathbf{y}_{1,t}, \dots, \mathbf{y}_{M,t})$.由于目标状态的不确定性、测量的不确定性和杂波的存在,任一测量 $\mathbf{y}_{i,t}$ 均可能是由目标或杂波产生.由预测分布 $f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1})$, 存在概率 $p_{k,t|t-1}$, 以及 t 时刻的一个测量 $\mathbf{y}_{i,t}$, 利用贝叶斯规则得到目标

状态的更新分布为

$$f_{k,t|t}^i(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}, \mathbf{y}_{i,t}) = \frac{p_{D,t} p_{k,t|t-1} g_k(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{k,t}) f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1})}{\lambda_{c,t} + p_{D,t} \sum_{e=1}^K p_{e,t|t-1} \int g_e(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{e,t}) f_e(\mathbf{x}_{e,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_{e,t}}, \quad i=1, \dots, M \quad (3)$$

其中, $\lambda_{c,t}$ 为杂波密度, $p_{D,t}$ 为目标的检测概率, $g_k(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{k,t})$ 为单目标测量的似然.更新分布 $f_{k,t|t}^i(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}, \mathbf{y}_{i,t})$ 的存在概率为它的积分,即

$$p_{k,t|t}^i = \int f_{k,t|t}^i(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}, \mathbf{y}_{i,t}) d\mathbf{x}_{k,t}, \quad i=1, \dots, M \quad (4)$$

采用加权和方法将 M 个更新分布合成为一个更新分布,合成的更新分布为

$$f_{k,t|t}(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t}) = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^M f_{k,t|t}^i(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}, \mathbf{y}_{i,t}) = \frac{1}{c} \cdot \sum_{\mathbf{y}_{i,t} \in \mathcal{Y}_t} \frac{p_{D,t} p_{k,t|t-1} g_k(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{k,t}) f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1})}{\lambda_{c,t} + p_{D,t} \sum_{e=1}^K p_{e,t|t-1} \int g_e(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{e,t}) f_e(\mathbf{x}_{e,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_{e,t}} \quad (5)$$

其中, c 为归一化系数,并且

$$c = \sum_{i=1}^M \int f_{k,t|t}^i(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}, \mathbf{y}_{i,t}) d\mathbf{x}_{k,t} = \sum_{\mathbf{y}_{i,t} \in \mathcal{Y}_t} \frac{p_{D,t} p_{k,t|t-1} \int g_k(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{k,t}) f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_{k,t}}{\lambda_{c,t} + p_{D,t} \sum_{e=1}^K p_{e,t|t-1} \int g_e(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{e,t}) f_e(\mathbf{x}_{e,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_{e,t}} \quad (6)$$

更新分布 $f_{k,t|t}(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t})$ 的存在概率为

$$p_{k,t|t} = 1 - \prod_{i=1}^M (1 - p_{k,t|t}^i), \quad k=1, \dots, K \quad (7)$$

考虑目标的漏检, t 时刻各目标状态的后验分布为

$$f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t}) = \frac{p_{k,t|t} f_{k,t|t}(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t}) + p_{k,t|t}^u f_{k,t|t}^u(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t})}{p_{k,t|t} + p_{k,t|t}^u}, \quad k=1, \dots, K \quad (8)$$

t 时刻各后验分布的存在概率为

$$p_{k,t} = 1 - (1 - p_{k,t|t})(1 - p_{k,t|t}^u), \quad k=1, \dots, K \quad (9)$$

其中

$$f_{k,t|t}^u(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t}) = f_k(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t-1}), \quad k=1, \dots, K \quad (10)$$

$$p_{k,t|t}^u = (1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1}, \quad k=1, \dots, K \quad (11)$$

3 非线性高斯条件下边缘分布贝叶斯滤波器的实现算法

非线性高斯系统目标运动和传感器观测模型为:

$$f(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{x}_{k,t-1}) = N(\mathbf{x}_{k,t}; \varphi(\mathbf{x}_{k,t-1}), \mathbf{Q}_{t-1}) \quad (12)$$

$$g_k(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{k,t}) = N(\mathbf{y}_{i,t}; h(\mathbf{x}_{k,t}), \mathbf{R}_t) \quad (13)$$

其中, $f(\mathbf{x}_{k,t-1})$ 和 $h(\mathbf{x}_{k,t})$ 为两个非线性的函数, \mathbf{Q}_{t-1} 和

\mathbf{R}_l 分别为过程与观测噪声的协方差矩阵.

为了使滤波器能跟踪数目未知和时变的目标,类似于 GM-PHD 滤波器,用新生的分布描述在 t 时刻新出现的目标,并且假定 t 时刻新生的状态分布为高斯分布,表述为

$$N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{\gamma,t}^k, \mathbf{P}_{\gamma,t}^k), k=1, \dots, K_{\gamma,t} \quad (14)$$

其中, $K_{\gamma,t}$ 表示 t 时刻新生分布的个数, $\mathbf{m}_{\gamma,t}^k$ 和 $\mathbf{P}_{\gamma,t}^k$ 分别表示第 k 个新生分布的均值和方差. 每一个新生的分布被赋予一个充分小的存在概率 p_{γ} , 即

$$p_{\gamma,t}^k = p_{\gamma}, k=1, \dots, K_{\gamma,t} \quad (15)$$

由于式(12)中的 $\varphi(\cdot)$ 和式(13)中的 $h(\cdot)$ 是两个非线性的函数, 因此由式(1)和式(8)确定的后验分布没有闭合形式的表达式. 在实现算法中我们采用无迹变换(Unscented Transform, UT)技术处理目标运动和传感器测量模型中的非线性.

非线性高斯系统模型下边缘分布贝叶斯滤波器的实现算法由预测、更新、后验分布近似和目标状态提取四步组成.

3.1 预测

假设 $t-1$ 时刻各个目标的边缘分布均为高斯分布, 并且各高斯分布为

$$N(\mathbf{x}_{k,t-1}; \mathbf{m}_{k,t-1}, \mathbf{P}_{k,t-1}), k=1, \dots, K \quad (16)$$

各高斯分布的存在概率为 $p_{k,t-1}$, $k=1, \dots, K$. 由式(1)和式(12)可得各个预测分布也近似是高斯分布^[9], 并可表示为

$$N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t-1}, \mathbf{P}_{k,t|t-1}), k=1, \dots, K \quad (17)$$

其中, $\mathbf{m}_{k,t|t-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k,t|t-1}$ 分别表示第 k 个预测分布的均值和方差, 并且

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{k,t|t-1} &= \sum_{l=0}^{2n} w_l \varphi(\mathbf{x}_{k,l}) \\ \mathbf{P}_{k,t|t-1} &= \sum_{l=0}^{2n} w_l (\varphi(\mathbf{x}_{k,l}) - \mathbf{m}_{k,t|t-1})(\varphi(\mathbf{x}_{k,l}) \\ &\quad - \mathbf{m}_{k,t|t-1})^T + \mathbf{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (18)$$

满足式(18)的 Sigma 点包括 2κ 个 $\mathbf{x}_{k,0}$, n 个 $\mathbf{x}_{k,l}$ 和 n 个 $\mathbf{x}_{k,l+n}$, 并且

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k,0} &= \mathbf{m}_{k,t-1} \\ \mathbf{x}_{k,l} &= \mathbf{m}_{k,t-1} + (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{k,t-1}})_l, l=1, \dots, n \\ \mathbf{x}_{k,l+n} &= \mathbf{m}_{k,t-1} - (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{k,t-1}})_l, l=1, \dots, n \end{aligned} \quad (19)$$

其中, n 表示状态向量的维数, 而 $(\cdot)_l$ 表示矩阵的列向量. Sigma 点的权重取为

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{\kappa}{n+\kappa} \\ w_l &= \frac{1}{2(n+\kappa)}, l=1, \dots, n \\ w_{l+n} &= \frac{1}{2(n+\kappa)}, l=1, \dots, n \end{aligned} \quad (20)$$

各预测分布的存在概率为

$$p_{k,t|t-1} = p_{S,t} p_{k,t-1}, k=1, \dots, K \quad (21)$$

其中, $p_{S,t}$ 为 t 时刻目标的幸存概率.

为了跟踪随机出现的新目标, 将式(14)中的新生分布合并至式(17)表示的预测分布中, 合并后的预测分布集合为

$$\begin{aligned} \{N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t-1}, \mathbf{P}_{k,t|t-1})\}_{k=1}^{K_p} \\ = \{N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t-1}, \mathbf{P}_{k,t|t-1})\}_{k=1}^K \cup \{N(\mathbf{x}_{k,t}; \\ \mathbf{m}_{\gamma,t}^k, \mathbf{P}_{\gamma,t}^k)\}_{k=1}^{K_{\gamma,t}} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $K_p = K + K_{\gamma,t}$. 合并后各个预测分布的存在概率为

$$\{p_{k,t|t-1}\}_{k=1}^{K_p} = \{p_{k,t|t-1}\}_{k=1}^K \cup \{p_{\gamma,t}^k\}_{k=1}^{K_{\gamma,t}} \quad (23)$$

3.2 更新

假设 t 时刻各个预测分布为 $N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t-1}, \mathbf{P}_{k,t|t-1})$, $k=1, \dots, K_p$; 各个预测分布的存在概率为 $p_{k,t|t-1}$, $k=1, \dots, K_p$. 由式(5)和式(13)可得合成的更新分布可近似表示为 M 个高斯分布的加权和^[9], 即

$$\begin{aligned} f_{k,t|t}(\mathbf{x}_{k,t} | \mathbf{y}_{1:t}) \\ = \frac{1}{c} \sum_{\mathbf{y}_{i,t} \in \mathcal{Y}} \frac{p_{D,t} p_{k,t|t-1} N(\mathbf{y}_{i,t}; \hat{\mathbf{y}}_k, \mathbf{P}_{k,y}) N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t}^i, \mathbf{P}_{k,t|t}^i)}{\lambda_{c,t} + p_{D,t} \sum_{e=1}^{K_p} p_{e,t|t-1} N(\mathbf{y}_{i,t}; \hat{\mathbf{y}}_e, \mathbf{P}_{e,y})} \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_k &= \sum_{l=0}^{2n} w_l h(\mathbf{x}_{k,l|t-1}^l) \\ \mathbf{P}_{k,y} &= \sum_{l=0}^{2n} w_l (h(\mathbf{x}_{k,l|t-1}^l) - \hat{\mathbf{y}}_k)(h(\mathbf{x}_{k,l|t-1}^l) - \hat{\mathbf{y}}_k)^T + \mathbf{R}_t \\ \mathbf{P}_{k,xy} &= \sum_{l=0}^{2n} w_l (\mathbf{x}_{k,l|t-1}^l - \mathbf{m}_{k,t|t-1})(h(\mathbf{x}_{k,l|t-1}^l) - \hat{\mathbf{y}}_k)^T \\ \mathbf{A}_k &= \mathbf{P}_{k,xy} (\mathbf{P}_{k,y})^{-1} \\ \mathbf{m}_{k,t|t}^i &= \mathbf{m}_{k,t|t-1} + \mathbf{A}_k (\mathbf{y}_{i,t} - \hat{\mathbf{y}}_k) \\ \mathbf{P}_{k,t|t}^i &= \mathbf{P}_{k,t|t-1} - \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k,y} \mathbf{A}_k^T \end{aligned} \quad (25)$$

满足式(25)的 Sigma 点有 2κ 个 $\mathbf{x}_{k,t|t-1}^0$, n 个 $\mathbf{x}_{k,t|t-1}^l$ 和 n 个 $\mathbf{x}_{k,t|t-1}^{l+n}$, 并且

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k,t|t-1}^0 &= \mathbf{m}_{k,t|t-1} \\ \mathbf{x}_{k,l|t-1} &= \mathbf{m}_{k,t|t-1} + (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{k,t|t-1}})_l, l=1, \dots, n \\ \mathbf{x}_{k,l|t-1}^{l+n} &= \mathbf{m}_{k,t|t-1} - (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{k,t|t-1}})_l, l=1, \dots, n \end{aligned} \quad (26)$$

Sigma 点的权重由式(20)确定, 归一化因子 c 为

$$c = \sum_{\mathbf{y}_{i,t} \in \mathcal{Y}} \frac{p_{D,t} p_{k,t|t-1} N(\mathbf{y}_{i,t}; \hat{\mathbf{y}}_k, \mathbf{P}_{k,y})}{\lambda_{c,t} + p_{D,t} \sum_{e=1}^{K_p} p_{e,t|t-1} N(\mathbf{y}_{i,t}; \hat{\mathbf{y}}_e, \mathbf{P}_{e,y})} \quad (27)$$

更新分布 $f_{k,t|t}(\mathbf{x}_{k,t}|\mathbf{y}_{1:t})$ 的存在概率为

$$p_{k,t|t} = 1 - \prod_{i=1}^M \left(1 - \frac{p_{D,t} p_{k,t|t-1} N(\mathbf{y}_{i,t}; \hat{\mathbf{y}}_k, \mathbf{P}_{k,t})}{\lambda_{c,t} + p_{D,t} \sum_{e=1}^{K_p} p_{e,t|t-1} N(\mathbf{y}_{i,t}; \hat{\mathbf{y}}_e, \mathbf{P}_{e,t})} \right) \quad (28)$$

考虑到目标漏检, t 时刻各目标状态的后验分布为

$$f_k(\mathbf{x}_{k,t}|\mathbf{y}_{1:t}) = \frac{p_{k,t} f_{k,t|t}(\mathbf{x}_{k,t}|\mathbf{y}_{1:t}) + (1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1} N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t-1}, \mathbf{P}_{k,t|t-1})}{p_{k,t|t} + (1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1}}, \quad k = 1, \dots, K_p \quad (29)$$

各个后验分布的存在概率为

$$p_{k,t} = 1 - (1 - p_{k,t|t})(1 - (1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1}), \quad k = 1, \dots, K_p \quad (30)$$

3.3 后验分布近似

后验分布 $f_k(\mathbf{x}_{k,t}|\mathbf{y}_{1:t})$ 为 $M+1$ 个高斯分布的加权和. 这 $M+1$ 个高斯分布可表示为

$$\{N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t}^i, \mathbf{P}_{k,t|t}^i)\}_{i=1}^{M+1} = \{N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t}^i, \mathbf{P}_{k,t|t}^i)\}_{i=1}^M \cup \{N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t-1}, \mathbf{P}_{k,t|t-1})\} \quad (31)$$

$M+1$ 个高斯分布的存在概率为

$$\{p_{k,t|t}^i\}_{i=1}^{M+1} = \{p_{k,t|t}^i\}_{i=1}^M \cup \{(1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1}\} \quad (32)$$

为了简化计算, 用一个高斯分布 $N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t}, \mathbf{P}_{k,t})$ 近似后验分布 $f_k(\mathbf{x}_{k,t}|\mathbf{y}_{1:t})$, 即

$$N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t}, \mathbf{P}_{k,t}) \approx \frac{p_{k,t} f_{k,t|t}(\mathbf{x}_{k,t}|\mathbf{y}_{1:t})}{p_{k,t|t} + (1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1}} + \frac{(1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1} N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t|t-1}, \mathbf{P}_{k,t|t-1})}{p_{k,t|t} + (1 - p_{D,t}) p_{k,t|t-1}} \quad (33)$$

近似方法是: 从 $M+1$ 个高斯分布中找到存在概率最大的高斯分布的索引号 j , 即

$$j = \arg \max_{i \in \{1, \dots, M+1\}} p_{k,t|t}^i \quad (34)$$

定义合并距离

$$d_{ij} = (\mathbf{m}_{k,t|t}^i - \mathbf{m}_{k,t|t}^j)^T (\mathbf{P}_{k,t|t}^i)^{-1} (\mathbf{m}_{k,t|t}^i - \mathbf{m}_{k,t|t}^j), \quad i = 1, \dots, M+1, i \neq j \quad (35)$$

给定门限 U , 删除 $d_{ij} \geq U$ 的高斯分布, 然后将余下的高斯分布合并为一个高斯分布. 多个高斯分布的合并方法如下:

$$\mathbf{m}_{k,t} = \frac{1}{\sum_{i \in L} p_{k,t|t}^i} \sum_{i \in L} p_{k,t|t}^i \mathbf{m}_{k,t|t}^i \quad (36)$$

$$\mathbf{P}_{k,t} = \frac{\sum_{i \in L} p_{k,t|t}^i [\mathbf{P}_{k,t|t}^i + (\mathbf{m}_{k,t|t}^i - \mathbf{m}_{k,t})(\mathbf{m}_{k,t|t}^i - \mathbf{m}_{k,t})^T]}{\sum_{i \in L} p_{k,t|t}^i} \quad (37)$$

其中, L 为由要合并高斯分布索引号形成的集合. 合并高斯分布的存在概率为

$$p_{k,t} = 1 - \prod_{i \in L} (1 - p_{k,t|t}^i), \quad k = 1, \dots, K_p \quad (38)$$

3.4 目标状态提取

设近似后的高斯分布为 $N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{k,t}, \mathbf{P}_{k,t})$, $k = 1, \dots, K_p$; 各高斯分布的存在概率为 $p_{k,t}$, $k = 1, \dots, K_p$. 从近似后的高斯分布中将存在概率 $p_{k,t} < \tau$ 的高斯分布裁减掉, τ 为裁减的门限. 裁减后余下的高斯分布及其存在概率作为滤波器下一次递归的输入. 从裁减后余下的高斯分布中提取存在概率 $p_{k,t} > 0.5$ 的高斯分布作为滤波器的输出.

4 仿真实验及分析

仿真实验考虑一个位于 $[0\text{m}, -100\text{m}]^T$ 的雷达观测在二维空间 $[-400\text{m}, 400\text{m}] \times [-400\text{m}, 400\text{m}]$ 中运动的目标. 目标状态由位置、速度和转弯率构成, 表示为 $\mathbf{x}_{k,t} = [x_{k,t}, \dot{x}_{k,t}, y_{k,t}, \dot{y}_{k,t}, \omega_{k,t}]^T$. 目标的运动模型如式(12), 并且

$$\varphi(\mathbf{x}_{k,t-1}) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_{k,t-1} T)}{\omega_{k,t-1}} & 0 & -\frac{1 - \cos(\omega_{k,t-1} T)}{\omega_{k,t-1}} & 0 \\ 0 & \cos(\omega_{k,t-1} T) & 0 & -\sin(\omega_{k,t-1} T) & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_{k,t-1} T)}{\omega_{k,t-1}} & 1 & \frac{\sin(\omega_{k,t-1} T)}{\omega_{k,t-1}} & 0 \\ 0 & \sin(\omega_{k,t-1} T) & 0 & \cos(\omega_{k,t-1} T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{k,t-1}$$

$$\mathbf{Q}_{t-1} = \begin{bmatrix} T^4 \sigma_v^2 / 4 & T^3 \sigma_v^2 / 2 & 0 & 0 & 0 \\ T^3 \sigma_v^2 / 2 & T^2 \sigma_v^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^4 \sigma_v^2 / 4 & T^3 \sigma_v^2 / 2 & 0 \\ 0 & 0 & T^3 \sigma_v^2 / 2 & T^2 \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T^2 \sigma_\omega^2 \end{bmatrix}$$

其中, $\omega_{k,t-1}$ 为 $t-1$ 时刻目标 k 的转弯率, $T = 1\text{s}$ 为雷达的采样时间间隔, σ_v 和 σ_ω 为过程噪声的标准差. 雷达的观测模型如式(13), 并且

$$h(\mathbf{x}_{k,t}) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_{k,t} - x_s)^2 + (y_{k,t} - y_s)^2} \\ \arccos\left(\frac{x_{k,t} - x_s}{\sqrt{(x_{k,t} - x_s)^2 + (y_{k,t} - y_s)^2}}\right) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \\ \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}$$

其中, σ_r 和 σ_θ 分别为雷达的测距和测角误差的标准差, $[x_s, y_s]^T$ 为雷达的位置坐标向量. 为了评估本文滤波器(MDB滤波器)的性能, 我们选择目前最受关注的 GM-PHD 滤波器作为比较对象. 主要考虑是: MDB 滤波器是为解决 PHD 滤波器难以将距离很近目标区别开来的问题而提出的; 这两种滤波器最为相近, 并且它们均能跟

踪数目未知和时变的多目标.为了方便比较,本文使用了文献[15]中定义的 OSPA 距离.仿真实验中,OSPA 距离模型中的参数 p 和 c 设置为 $p=2$ 和 $c=10\text{m}$.

仿真实验主要目的是测试 MDB 和 PHD 滤波器在杂波环境下,以及目标数未知和时变情况下的多目标跟踪能力.仿真实验有 6 个目标.目标 1 和 2 在 $t=1\text{s}$ 出现于观测空间,在 $t=26\text{s}$ 时两目标的转弯率由初始的 $\omega = -0.08\text{rads}^{-1}$ 变为 $\omega = 0.08\text{rads}^{-1}$,在余下的时间里以当前的速度和转弯率运动;目标 3 和 4 在 $t=3\text{s}$ 出现于观测空间,在余下的时间里一直以初始的速度运动;目标 5 和 6 在 $t=5\text{s}$ 出现于观测空间,在 $t=26\text{s}$ 时两目标的转弯率由初始的 $\omega = 0.0523\text{rads}^{-1}$ 变为 $\omega = -0.0523\text{rads}^{-1}$,并分别在 $t=65\text{s}$ 和 $t=60\text{s}$ 时从观测空间消失.6 个目标的初始状态如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{1,1} &= [-380(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -100(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad -0.08(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{x}_{2,1} &= [-340(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -100(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad -0.08(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{x}_{3,3} &= [-350(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), -340(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{x}_{4,3} &= [-350(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), -380(\text{m}), 11(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{x}_{5,5} &= [0(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), -340(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0.0523(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{x}_{6,5} &= [0(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), -300(\text{m}), 10(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0.0523(\text{rads}^{-1})]^T \end{aligned}$$

目标真实运动轨迹如图 1 所示.

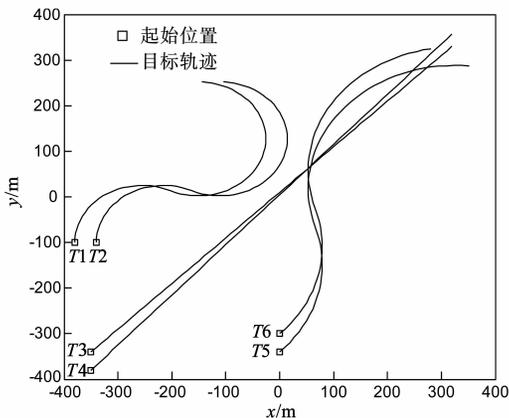


图1 目标真实轨迹

取 $p_{S,t} = 1.0$ 、 $p_{D,t} = 0.98$ 、 $\lambda_{c,t} = 0.0071\text{m}^{-1}\text{rad}^{-1}$ 、 $\sigma_v = 0\text{m/s}^2$ 、 $\sigma_\omega = 0\text{rads}^{-2}$ 、 $\sigma_r = 2\text{m}$ 、 $\sigma_\theta = 0.003\text{rad}$ 产生仿真实验数据.一次实验的仿真观测数据如图 2 所示,测量数据和目标真实轨迹的一维视图如图 3 所示.

为了处理仿真的数据,设置 MDB 和 PHD 滤波器的

相关参数为 $\lambda_{c,t} = 0.0071\text{m}^{-1}\text{rad}^{-1}$ 、 $p_{S,t} = 1.0$ 、 $p_{D,t} = 0.98$ 、 $\sigma_v = 1\text{m/s}^2$ 、 $\sigma_\omega = 0.1\text{rads}^{-2}$ 、 $\sigma_r = 2\text{m}$ 、 $\sigma_\theta = 0.003\text{rad}$ 、 $\kappa = 0$ 、 $\tau = 10^{-3}$ 和 $U = 4$. t 时刻有 6 个新生的状态分布,6 个新生状态分布为

$$N(\mathbf{x}_{k,t}; \mathbf{m}_{\gamma,t}^k, \mathbf{P}_{\gamma,t}^k), \quad k = 1, \dots, 6$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{\gamma,t}^1 &= [-380(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -100(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{m}_{\gamma,t}^2 &= [-340(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -100(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{m}_{\gamma,t}^3 &= [-350(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -340(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{m}_{\gamma,t}^4 &= [-350(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -380(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{m}_{\gamma,t}^5 &= [0(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -340(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \\ \mathbf{m}_{\gamma,t}^6 &= [0(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), -300(\text{m}), 0(\text{ms}^{-1}), \\ &\quad 0(\text{rads}^{-1})]^T \end{aligned}$$

而 $\mathbf{P}_{\gamma,t}^k = (\text{diag}([5 \ 20 \ 5 \ 20 \ 0.1]))^2$, $k = 1, \dots, 6$. 新生状态分布的存在概率取为 $p_{\gamma,t}^k = 0.1$.

分别用 MDB 和 PHD 滤波器对仿真数据进行处理,100 次 Monte Carlo 实验得到 2 种滤波器的 OSPA 距离如图 4 所示.

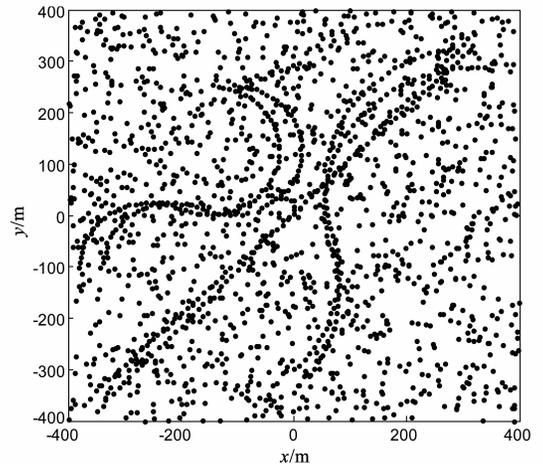


图2 一次实验的仿真数据

从图 4 可看出,在存在关联不确定、检测不确定和杂波的情况下, MDB 滤波器能够获得比 PHD 滤波器更为精确和可靠的目标状态估计,在绝大多数的情况下 MDB 的平均 OSPA 距离较小.主要原因是 PHD 滤波器传递的是多目标状态联合分布的一阶矩,而 MDB 滤波器传递的是各目标状态的边缘分布.在 PHD 滤波器中,一个目标的状态易受其它目标状态和杂波的干扰,而 MDB 滤波器增强了目标状态间的相互独立性,从而使

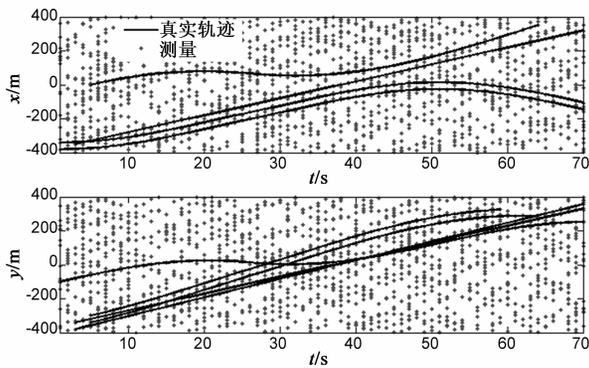


图3 测量数据和目标轨迹的一维视图

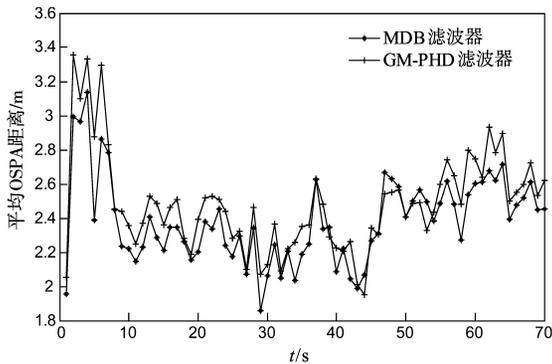


图4 平均的OSPA距离

得 MDB 滤波器抗击其它目标状态和杂波干扰的能力增强了,进而使目标状态估计的精度得以提高。

类似于 PHD 滤波器, MDB 滤波器的计算复杂度也是 $O(KM)$, 其中 K 是目标的数目, 而 M 是测量的数目. 表 1 给出了 MDB 和 PHD 滤波器一个 Monte Carlo 轮的平均执行时间. 从表 1 可看出, MDB 滤波器的执行时间较小. 主要原因是在滤波器递归中, MDB 滤波器所传递的高斯分布数目较小.

表 1 一个 Monte Carlo 轮的平均执行时间

MDB 滤波器	3.703 s
GM-PHD 滤波器	5.25 s

5 结论

为减少不同目标状态间的相互干扰, 提高贝叶斯滤波器抗击其它目标状态和杂波干扰能力, 提出了一种传递边缘分布的贝叶斯滤波器, 结合无迹变换技术提出了一种非线性高斯模型下滤波器的实现算法. 与 PHD 滤波器一样, 所提出的滤波器考虑了目标运动的不确定性、测量的不确定性和目标出现与消失的随机性, 从而使该滤波器适合处理目标数未知和时变情况下的多目标跟踪问题. 仿真结果表明, 在存在杂波以及目标数未知和时变的情况下, 所提出的滤波器具有比

PHD 滤波器更强的多目标跟踪能力。

参考文献

- [1] Vermaak J, Godsill S J, Perez P. Monte Carlo filtering for multi-target tracking and data association[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(1): 309 - 331.
- [2] Mahler R. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion [M]. Norwood, MA: Artech House, 2007. 565 - 651.
- [3] 杨威, 付耀文, 龙建乾, 等. 基于有限集统计学理论的目标跟踪技术研究综述[J]. 电子学报, 2012, 40(7): 1440 - 1448.
- [4] Yang Wei, Fu Yao-wen, Long Jian-qian, et al. The FISST-based target tracking techniques: A survey[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(7): 1440 - 1448. (in Chinese)
- [5] Fortmann T E, Bar-Shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1983, 8(3): 173 - 184.
- [6] Blackman S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2004, 19(1): 5 - 18.
- [7] Mahler R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152 - 1178.
- [8] Vo B N, Doucet S S. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224 - 1245.
- [9] Ouyang C, Ji H B, Guo Z Q. Extensions of the SMC-PHD for jump Markov systems[J]. Signal Processing, 2012, 92(6): 1422 - 1430.
- [10] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091 - 4104.
- [11] 刘宗香, 谢维信, 王晶, 等. 一种具有信息保持能力的 GM-PHD 滤波器[J]. 电子学报, 2013, 41(8): 1603 - 1608.
- [12] Liu Zong-xiang, Xie Wei-xin, Wang Ping, et al. A Gaussian mixture PHD filter with the capability of information hold [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(8): 1603 - 1608.
- [13] Wang Y, Jing Z L, Hu S Q, et al. Detection-guided multi-target Bayesian filter[J]. Signal Processing, 2012, 92(2): 564 - 574.
- [14] Liu Z X, Xie W X, Wang P, et al. A sequential GM-based PHD filter for a linear Gaussian system[J]. Sci China Inf Sci, 2013, 56(10): 102302_1-102302_10.
- [15] 欧阳成, 姬红兵, 田野. 一种基于模糊聚类的 PHD 航迹维持算法[J]. 电子学报, 2012, 40(6): 1284 - 1288.
- [16] Ouyang Chen, Ji Hong-bing, Tian Ye. Fuzzy clustering based algorithm for track continuity in PHD filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(6): 1284 - 1288. (in Chinese)

- [14] 王品, 谢维信, 刘宗香, 等. 一种非线性 GM-PHD 滤波新方法[J]. 电子学报, 2012, 40(8): 1597 – 1602.
Wang Ping, Xie Wei-xin, Liu Zong-xiang, et al. A novel Gaussian mixture PHD filter for nonlinear models[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(8): 1597 – 1602. (in Chinese)
- [15] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for

performance evaluation of multi-object filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447 – 3457.

- [16] 李良群, 谢维信. 一种目标特性辅助的积分粒子滤波新方法[J]. 电子学报, 2014, 42(10): 2069 – 2074.
Li Liang-qun, Xie Wei-xin. A novel auxiliary quadrature particle filtering algorithm based on target characteristic[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(10): 2069 – 2074. (in Chinese)

作者简介



刘宗香 男, 1965 年 2 月生于河南光山, 博士, 深圳大学教授, 硕士生导师, 主要研究方向为数据融合、智能信息处理、模糊信息处理.

E-mail: zongxiangliu@sohu.com



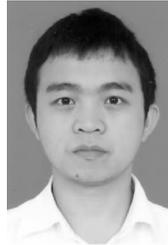
李丽娟 女, 1990 生于广西玉林, 深圳大学信息工程学院硕士研究生, 主要研究方向为数据融合.

E-mail: lilijuanget@163.com



谢维信 男, 1941 年 12 月生于广东花都, 教授, 博士生导师, 深圳大学信息与通信工程学科学术带头人, 主要研究方向为信号处理、智能信息处理、模糊信息处理、雷达目标识别等.

E-mail: wxie@szu.edu.cn



李良群 男, 1979 年生于湖南邵阳, 博士, 深圳大学副教授, 主要研究方向为数据融合、智能信息处理、模糊信息处理.

E-mail: lqli@szu.edu.cn