

一种充分利用变量结构的解卷积混合盲源分离新方法

徐先峰,冯大政

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室,陕西西安 710071)

摘 要: 针对卷积混合盲源分离问题,提出一种基于接收信号不同延时下自相关矩阵组的联合块内对角化方法.为了求解表征联合块内对角化近似程度的基于最小二乘的三二次代价函数,给出基于梯度下降法的三迭代算法.该算法在充分利用混迭矩阵的块 Toeplitz 结构和源信号相关矩阵的块内对角化结构的基础上,交替估计代价函数中的三组待定参数,搜索代价函数最小点,从而得到混迭矩阵的估计,实现信道的盲均衡和源信号的盲分离.分析了三迭代算法的收敛性能,证明即使存在估计误差时,该算法依然全局渐进收敛.仿真结果表明,与其他经典的两步算法相比,提出的一步算法能够更好地估计混迭矩阵并恢复出源信号,有效地解决了卷积混合盲源分离问题.

关键词: 盲源分离; 卷积混合; 联合块内对角化; 三迭代算法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2009) 01-0112-06

A New Method Based on the Full Utilizations of Concerning Variables Structures for Blind Source Separation of Convolutional Mixtures

XU Xian-feng, FENG Da-zheng

(National Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A method based on a joint block-inner diagonalization (JBID) of a set of output auto-correlation matrices at different delays is proposed for convolutional blind source separation (BSS). A new triply iterative algorithm (TIA) following the gradient descent idea is developed to minimize a novel least squares cost function named tri-quadratic cost function which is used to express the approximation of joint block-inner diagonalization. The mixing matrix can be estimated and the source signals can be retrieved in only one stage through seeking the minimum point of the tri-quadratic cost function by alternately estimating one of the three independent variables parameter subsets combining with the block Toeplitz structure of mixing matrix and the block-inner diagonalization structure of the source signals correlation matrices being fully utilized. Furthermore, TIA is shown to have global convergence even in the presence of the estimation error of the matrix group. Simulations results illustrate that the proposed one-stage algorithm has good convergence and can retrieve the source signals more accurately than some other classic two-stage time-domain methods.

Key words: blind source separation (BSS); convolutional mixtures; joint block-inner diagonalization (JBID); triply iterative algorithm (TIA)

1 引言

解卷积混合盲源分离问题是指在源信号和传输信道参数等先验知识未知的情况下,根据输入源信号的统计特性,仅由观测到的卷积混迭信号估计信道参数、恢复源信号.在过去的二十多年,随着解卷积混合盲源分离技术的发展,大量有效算法的提出,解卷积混合盲源分离方法已经广泛应用于语音信号处理,图像恢复以及数字传输等领域,成为信号处理领域炙手可热的研究课题.

基于二阶统计量的时域算法^[1~6]是解卷积混合盲源分离问题的直观且有效的方法.作为一类时域算法,它不需要解决频域算法^[7,8]中所固有的且又不得不解

决的尺度模糊和排列模糊问题;同时,与其他基于高阶统计量的时域算法^[9,10]相比,它只需要较少的观测数据便能获得较好的统计性能.鉴于这两点,本文提出一种基于二阶统计量的时域算法,来解决卷积混合盲源分离问题.

现有的基于二阶统计量解卷积混合盲源分离的时域算法一般都采用两步法^[2~4,6]:第一步寻找一个转换矩阵,将卷积混合盲源分离问题转化为瞬时混合盲源分离问题,第二步求解瞬时混合盲源分离问题,比如经典的子空间方法(简称为 SUB 方法)^[2];或者,第一步先将多输入多输出卷积混合问题转化为单输入多输出问题,第二步利用单输入多输出系统的盲辨识方法求解,例

收稿日期:2008-01-14;修回日期:2008-07-04

基金项目:国家自然科学基金(No. 60672128)

如,新近提出的非酉联合块状对角化方法(简称为 JBD-NonU 方法)^[6].需要指出的是,解卷积混合盲源分离问题中所涉及的变量都是高度结构化的:混迭矩阵是块 Toeplitz 矩阵,源信号的延时相关矩阵具有块内对角化结构.为了提高两步法的性能并充分利用变量结构,本文提出一种有效的解卷积混合盲源分离问题的基于接收信号不同延时自相关矩阵组的联合块内对角化的一步算法(joint block-inner diagonalization, JBID).仿真结果表明,本算法具有良好的收敛性能,并且,同 SUB 及 JBD-NonU 等两步法相比,本算法能够更精确的估计混迭矩阵,从而更有效地恢复了源信号.

2 问题描述

2.1 卷积信号模型

考虑有 M 个阵元组成的线阵, N 个源信号由于反射作用经过不同的时延到达阵元,这一卷积问题可以通过一个有限长脉冲响应滤波器来描述:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}(l) \mathbf{s}(t-l) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

这里, t 是离散时间序列, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ 为源信号矢量, $\mathbf{x} = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ 为观测信号, $\mathbf{H}(l)$ 为 $M \times N$ 维的矩阵,其元素 $h_{ij}(l)$ 为第 i 个阵元对第 j 个信源在延时为 l 时的脉冲响应, $l=0, \dots, L-1$, L 代表滤波器长度, $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ 代表接收的噪声矢量.式(1)还可以表示为: $\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$, 其中 $\mathbf{H} = [\mathbf{H}(0), \dots, \mathbf{H}(L-1)]$, $\mathbf{s}(t) = [s^T(t), \dots, s^T(t-L+1)]^T$. 对 $\mathbf{x}(t)$ 取窗长为 $Q+1$ 的滑窗可得: $\bar{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{x}^T(t), \dots, \mathbf{x}^T(t-Q)]^T = \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{s}}(t) + \bar{\mathbf{n}}(t)$, 其中, $\bar{\mathbf{s}}(t) = [s^T(t), \dots, s^T(t-L-Q+1)]^T$, $\bar{\mathbf{n}}(t) = [n^T(t), \dots, n^T(t-Q)]^T$ 且

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \mathbf{H}(1) & \cdots & \mathbf{H}(L-1) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L-2) & \mathbf{H}(L-1) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L-2) & \mathbf{H}(L-1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{R}_s(t, t + \tau_i) = E[\bar{\mathbf{s}}(t)\bar{\mathbf{s}}(t + \tau_i)^H] =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_s(t, t + \tau_i) & \mathbf{R}_s(t, t + \tau_i - 1) & \cdots & \mathbf{R}_s(t, t + \tau_i - L - Q + 1) \\ \mathbf{R}_s(t-1, t + \tau_i) & \mathbf{R}_s(t-1, t + \tau_i - 1) & \cdots & \mathbf{R}_s(t-1, t + \tau_i - L - Q + 1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_s(t-L-Q+1, t + \tau_i) & \mathbf{R}_s(t-L-Q+1, t + \tau_i - 1) & \cdots & \mathbf{R}_s(t-L-Q+1, t + \tau_i - L - Q + 1) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{R}_s(t-i, t + \tau_i - j) = \text{diag}[\mathbf{R}_{s_1}(t-i, t + \tau_i - j), \dots, \mathbf{R}_{s_N}(t-i, t + \tau_i - j)] \quad (5)$$

且 $\mathbf{R}_{s_m}(t-i, t + \tau_i - j) = E[s_m(t-i)s_m(t + \tau_i - j)]$ 表示第 $m(m=1, \dots, N)$ 个源信号 $s_m(t)$ 在两个延时 $t-i$

显然,如式(2)所示,混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 就是所谓的广义 Sylvester 块 Toeplitz 矩阵,共有 $Q+1$ 个水平的, $L+Q$ 个竖直的 $M \times N$ 维块矩阵.可以看出,虽然待求的混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 维数很大,但 $\bar{\mathbf{H}}$ 中许多块矩阵为零矩阵,且所有待定的未知数完全包含于维数并不是很大的 $\bar{\mathbf{H}}$ 中.在下面的求解 $\bar{\mathbf{H}}$ 的过程中,我们将充分考虑并巧妙利用 $\bar{\mathbf{H}}$ 的块 Toeplitz 结构.

为了求解卷积混合盲源分离问题,通常作如下假设^[5]:

(1)混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 广义可逆,且阵元数大于信源数,即 $M > N$;

(2)源信号是零均值,相互独立的实信号;

(3)加性噪声 $\mathbf{n}(t)$, 为零均值,独立同分布,空白白噪声,且与源信号相互独立;

卷积信号盲分离所要解决的问题是:根据观测信号的 T 个样本 $\{\mathbf{x}(t)\}_{t=1}^T$ 估计混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$, 并进一步恢复源信号 $\mathbf{s}(t)$. 表达式(1)所描述的模型也通常被称为多输入多输出系统.

2.2 自相关矩阵的结构

考虑一组观测信号在 P 个不同延时 $\tau_i(i=1, \dots, P; \tau_i = (i-1)\Delta t, \Delta t$ 为延时步长)下的自相关矩阵.接收信号 $\bar{\mathbf{x}}(t)$ 和它的延时为 τ_i 的信号 $\bar{\mathbf{x}}(t + \tau_i)$ 之间的相关矩阵可以表示为:

$$\mathbf{R}_x(t, t + \tau_i) = E[\bar{\mathbf{x}}(t)\bar{\mathbf{x}}(t + \tau_i)^H] = \bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_s(t, t + \tau_i)\bar{\mathbf{H}}^H + \mathbf{R}_n(t, t + \tau_i), \text{ 其中, } \mathbf{R}_n(t, t + \tau_i) \text{ 具有如下结构:}$$

$$\mathbf{R}_n(t, t + \tau_i) = E[\bar{\mathbf{n}}(t)\bar{\mathbf{n}}(t + \tau_i)^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n(\tau_i) & \mathbf{R}_n(\tau_i - 1) & \cdots & \mathbf{R}_n(\tau_i - Q) \\ \mathbf{R}_n(\tau_i + 1) & \mathbf{R}_n(\tau_i) & \cdots & \mathbf{R}_n(\tau_i - Q + 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_n(\tau_i + Q) & \mathbf{R}_n(\tau_i + Q - 1) & \cdots & \mathbf{R}_n(\tau_i) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中的块矩阵: $\mathbf{R}_n(\tau_i + \kappa) = \delta(\tau_i + \kappa)\sigma_n^2\mathbf{I}$, $\delta(\tau_i + \kappa)$ 表示 Kronecker 函数, σ_n^2 代表噪声方差.这就说明, $\mathbf{R}_n(t, t + \tau_i)$ 中所有的非零块均为 $\sigma_n^2\mathbf{I}$. 并且, $\mathbf{R}_s(t, t + \tau_i)$ 具有如式(4)的结构.

和 $t + \tau_i - j$ 下的自相关矩阵.从式(4)可以看出,对于每一个 τ_i , $\mathbf{R}_s(t, t + \tau_i)$ 是具有 $L+Q$ 个水平和 $L+Q$ 个竖

直 $N \times N$ 维矩阵块的块矩阵. 更进一步的, 式(5)表明所有这些 $N \times N$ 的矩阵块都具有对角结构, 为了表征其结构特点, 我们将 $\mathbf{R}_s(t, t + \tau_i)$ 称作块内对角矩阵.

根据观测信号样本, 可以得到接收信号的相关矩阵 $\mathbf{R}_x(t, t + \tau_i)$. 下节所要提出的算法, 便是在充分考虑和巧妙利用混迭矩阵的块 Toeplitz 结构的基础, 上使估计的 $\mathbf{R}_s(t, t + \tau_i)$ 尽量实现块内对角化结构. 因此, 我们的算法被称为联合块内对角化算法 (joint block-inner diagonalization, JBID). 在下面的推导中, $\mathbf{R}_x(t, t + \tau_i)$ 和 $\mathbf{R}_s(t, t + \tau_i)$ 将被分别简化表示为 \mathbf{R}_x^p 和 \mathbf{R}_s^p .

3 联合块内对角化算法

3.1 代价函数

我们寻找一个作为 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的估计的具有块 Toeplitz 结构的“块内对角化器” $\tilde{\mathbf{H}}$ (或者 $\tilde{\mathbf{F}}$, 正如下文所述) 和 P 个块内对角矩阵 $\mathbf{R}_s^p (p = 1, \dots, P)$, 使得下面的代价函数最小:

$$J(\tilde{\mathbf{H}}; \tilde{\mathbf{R}}_s^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P; \tilde{\mathbf{F}}) = \sum_{p=1}^P \|\mathbf{R}_x^p - \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{R}}_s^p\tilde{\mathbf{F}}^H\|_F^2 \quad (6)$$

这里, $\|\cdot\|_F^2$ 代表 Frobenius 模平方. $\tilde{\mathbf{R}}_s^p (p = 1, \dots, P)$ 为 $\mathbf{R}_s^p (p = 1, \dots, P)$ 的估计. 代价函数最小化的过程就是在满足 $\tilde{\mathbf{H}}$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$ 的块 Toeplitz 结构的前提下, 使得 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 实现块内对角化的过程. 显然, 代价函数(6)可以看作是是关于 $\tilde{\mathbf{H}}, \tilde{\mathbf{R}}_s^1, \tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$ 的三二次函数: 固定三组参数 $\tilde{\mathbf{H}}, \tilde{\mathbf{R}}_s^1, \tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$ 中的任意两组, 代价函数便成为关于另外一组参数的典型的二次函数. 此处, 我们用与 $\tilde{\mathbf{H}}^H$ 起着相同作用的 $\tilde{\mathbf{F}}^H$ 来代替 $\tilde{\mathbf{H}}^H$, 是为了将代价函数从一个通常很难直接求解的关于 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的四次函数转变成分别关于 $\tilde{\mathbf{H}}$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$ 的二次函数, 降低求解 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的难度和计算复杂度. 求解代价函数所得的 $\tilde{\mathbf{H}}$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$ 的结果, 均可作为混迭矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的估计. 求出 $\tilde{\mathbf{H}}$ (或 $\tilde{\mathbf{F}}$) 以后, 便可以得到源信号的估计 $\hat{\mathbf{s}}(t) = \tilde{\mathbf{H}}^\dagger \tilde{\mathbf{x}}(t)$ (或 $\hat{\mathbf{s}}(t) = \tilde{\mathbf{F}}^\dagger \tilde{\mathbf{x}}(t)$), 此处, 上标 \dagger 代表 Moore-Penrose 广义逆.

3.2 三迭代算法

我们提出一种新的基于梯度下降法的三迭代算法来求解代价函数. 算法每一步迭代可以分为三个子步. 选择任意的 $\tilde{\mathbf{H}}_{(0)}$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}_{(0)}$ 作为初始值, 以第 k 步迭代为例, 三迭代的主要过程描述如下:

第一子步: 在两组参数 $\tilde{\mathbf{H}}_{(k-1)}$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}_{(k-1)}$ 已经固定的情况下, 求解一组矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_s^1(k), \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P(k)$ 使得代价函数 $J(\tilde{\mathbf{H}}_{(k-1)}; \tilde{\mathbf{R}}_s^1(k), \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P(k); \tilde{\mathbf{F}}_{(k-1)})$ 最小;

第二子步: 已知 $\tilde{\mathbf{R}}_s^1(k), \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P(k)$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}_{(k-1)}$, 计算 $\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}$ 使得代价函数 $J(\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}; \tilde{\mathbf{R}}_s^1(k), \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P(k); \tilde{\mathbf{F}}_{(k-1)})$ 最小化;

第三子步: 将 $\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}_s^1(k), \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P(k)$ 作为已知值的情况下, 求解使代价函数 $J(\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}; \tilde{\mathbf{R}}_s^1(k), \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P(k); \tilde{\mathbf{F}}_{(k)})$

最小的 $\tilde{\mathbf{F}}_{(k)}$.

分析发现, 以上三个子步都是具有唯一解的最小二乘问题, 而这些解可以通过严格精细的数学推导求得. 由于推导需要有技巧地利用相关变量的结构, 下面详细表述推导过程.

3.2.1 固定两组参数 $\tilde{\mathbf{H}}$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$, 求解一组矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_s^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P$ 使得代价函数最小:

将 $\tilde{\mathbf{H}}$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$ 分别写成块列向量的形式:

$\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}(0), \dots, \mathbf{H}(L+Q-1)], \tilde{\mathbf{F}} = [\mathbf{F}\mathbf{H}, \dots, (\mathbf{F}\mathbf{H} - 1)]$. 可知: $\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{R}}_s^p\tilde{\mathbf{F}}^H = \sum_{i=0}^{L+Q-1} \sum_{j=0}^{L+Q-1} \sum_{m=0}^N \lambda_{pm}^{ij} \tilde{\mathbf{H}}_{iN+m} \tilde{\mathbf{F}}_{jN+m}^H$, 其中 λ_{pm}^{ij} 中的 p, i, j 表征 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 式中的 $\mathbf{R}_s(t-i, t-j)$, m 则表征 $\mathbf{R}_s(t-i, t-j)$ 中的 $E(s_m(t-i)s_m^*(t-j))$, $\tilde{\mathbf{H}}_{iN+m}$ 表示 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的第 $iN+m$ 列, 也就是 $\tilde{\mathbf{H}}$ 第 i 列块 $\mathbf{H}(i)$ 的第 m 列元素, $\tilde{\mathbf{F}}_{jN+m}$ 的意义可据此类推. 显然, 此时 $\tilde{\mathbf{R}}_s^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P$ 可以分别求解, 对于某个 $p, (p = 1, \dots, P)$ 求解 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 的方式可以描述为 (为描述简洁略去变量中的上标 p):

$$\begin{aligned} J_p &= \|\mathbf{R}_x - \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{R}}_s^p\tilde{\mathbf{F}}^H\|_F^2 = \\ &= \text{tr}[(\tilde{\mathbf{F}}\tilde{\mathbf{R}}_s^p\tilde{\mathbf{H}}^H - \mathbf{R}_x)(\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{R}}_s^p\tilde{\mathbf{F}}^H - \mathbf{R}_x)] \\ &= \text{tr}[(\sum_{i=0}^{L+Q-1} \sum_{j=0}^{L+Q-1} \sum_{m=0}^N \lambda_{m1}^{ij} \tilde{\mathbf{F}}_{jN+m} \tilde{\mathbf{H}}_{iN+m}^H - \mathbf{R}_x) \\ &\quad (\sum_{i_1=0}^{L+Q-1} \sum_{j_1=0}^{L+Q-1} \sum_{m_1=0}^N \lambda_{m_1}^{i_1j_1} \tilde{\mathbf{H}}_{i_1N+m_1} \tilde{\mathbf{F}}_{j_1N+m_1}^H - \mathbf{R}_x)] \end{aligned} \quad (7)$$

对 J_p 关于 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 中的所有未知元素求导并令导数为零, 可得:

$$\frac{\partial J_p}{\partial \lambda_{m1}^{ij}} = \text{tr}[\tilde{\mathbf{F}}_{jN+m} \tilde{\mathbf{H}}_{iN+m}^H (\sum_{i_1=0}^{L+Q-1} \sum_{j_1=0}^{L+Q-1} \sum_{m_1=0}^N \lambda_{m_1}^{i_1j_1} \tilde{\mathbf{H}}_{i_1N+m_1} \tilde{\mathbf{F}}_{j_1N+m_1}^H - \mathbf{R}_x)] = 0 \quad (8)$$

整理可得:

$$\sum_{i_1=0}^{L+Q-1} \sum_{j_1=0}^{L+Q-1} \sum_{m_1=0}^N \lambda_{m_1}^{i_1j_1} \tilde{\mathbf{H}}_{i_1N+m} \tilde{\mathbf{H}}_{i_1N+m_1}^H \tilde{\mathbf{F}}_{j_1N+m_1}^H \tilde{\mathbf{F}}_{jN+m} = \tilde{\mathbf{H}}_{iN+m}^H \mathbf{R}_x \tilde{\mathbf{F}}_{jN+m} \quad (9)$$

分析式(9)可知, 取不同 i_1, j_1, m_1, i, j, m 的则可以得到一个线性方程组. 解此线性方程组可求得 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 的所有对角块矩阵的对角元素 λ_{m1}^{ij} , 然后 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p$ 可据此恢复. 根据所述方法, 可以得到所有的 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p, (p = 1, \dots, P)$.

3.2.2 两组参数 $\tilde{\mathbf{R}}_s^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}$ 已知, 计算 $\tilde{\mathbf{H}}$ 使得代价函数最小化:

作为 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的估计, $\tilde{\mathbf{H}}$ 也具有块 Toeplitz 矩阵. 将 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的第 i 行块记作 $\tilde{\mathbf{H}}_i$, 每个行块中不为零的列块记为 $\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}(0), \dots, \mathbf{H}(L-1)]$. 令 $\tilde{\mathbf{R}}_s^p\tilde{\mathbf{F}}^H = \mathbf{B}_p$, 整理代价函数得:

$$J = \sum_{p=1}^P [\text{tr}(\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{B}_p\mathbf{B}_p^H\tilde{\mathbf{H}}^H - \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{B}_p(\mathbf{R}_x^p)^H - \mathbf{R}_x^p\mathbf{B}_p^H\tilde{\mathbf{H}}^H + \mathbf{R}_x^p(\mathbf{R}_x^p)^H)]$$

$$= \text{tr} \left[\tilde{\mathbf{H}} \sum_{p=1}^P (\mathbf{B}_p \mathbf{B}_p^H) \tilde{\mathbf{H}}^H \right] - \text{tr} \left[\tilde{\mathbf{H}} \sum_{p=1}^P (\mathbf{B}_p (\mathbf{R}_x^p)^H) \right] \\ - \text{tr} \left[\sum_{p=1}^P (\mathbf{R}_x^p \mathbf{B}_p^H) \tilde{\mathbf{H}}^H \right] + \text{tr} \left[\sum_{p=1}^P (\mathbf{R}_x^p (\mathbf{R}_x^p)^H) \right] \quad (10)$$

下面分别整理化简等号右边含未知矩阵的 $\tilde{\mathbf{H}}$ 前三项。

令 $\sum_{p=1}^P (\mathbf{B}_p \mathbf{B}_p^H + \mathbf{C}_p^H \mathbf{C}_p) = \bar{\mathbf{B}}$, 则等号右边第一项可变化为: $\text{tr} \left[\tilde{\mathbf{H}} \sum_{p=1}^P (\mathbf{B}_p \mathbf{B}_p^H) \tilde{\mathbf{H}}^H \right] = \text{tr} \left(\sum_{i=0}^Q \tilde{\mathbf{H}}_i \bar{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{H}}_i^H \right)$, 由于 $\tilde{\mathbf{H}}_i$ 中不为零的块可用 $\tilde{\mathbf{H}}$ 表征, 根据 $\tilde{\mathbf{H}}$ 在 $\tilde{\mathbf{H}}_i$ 中的不同位置, 且令 $\hat{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{B}}_{0,L-1} + \bar{\mathbf{B}}_{1,L} + \cdots + \bar{\mathbf{B}}_{Q,L+Q-1}$, 可继续化简为 $\text{tr} [\tilde{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{B}}_{0,L-1} + \bar{\mathbf{B}}_{1,L} + \cdots + \bar{\mathbf{B}}_{Q,L+Q-1}) \tilde{\mathbf{H}}^H] = \text{tr} (\tilde{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{H}}^H)$, 其中, $\bar{\mathbf{B}}_{i,i+L-1}$ 为 $\bar{\mathbf{B}}$ 的第 i 至第 $i+L-1$ 行块, 第 i 至第 $i+L-1$ 列块。

令 $\sum_{p=1}^P \mathbf{B}_p (\mathbf{R}_x^p)^H = \bar{\mathbf{C}}$, 则等号右边第二项可变化为: $\text{tr} \left[\tilde{\mathbf{H}} \sum_{p=1}^P (\mathbf{B}_p (\mathbf{R}_x^p)^H) \right] = \text{tr} (\tilde{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{C}}) = \text{tr} \left(\sum_{i=0}^Q \tilde{\mathbf{H}}_i \bar{\mathbf{C}}_i \right)$, 其中 $\bar{\mathbf{C}}_i$ 为 $\bar{\mathbf{C}}$ 的第 i 列块。同样的, 根据 $\tilde{\mathbf{H}}_i$ 中非零列块 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的不同位置, 且令 $\hat{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{C}}_{0,L-1}^0 + \bar{\mathbf{C}}_{1,L}^1 + \cdots + \bar{\mathbf{C}}_{Q,L+Q-1}^{Q-1}$, 本项可继续化简为 $\text{tr} [\tilde{\mathbf{H}} (\bar{\mathbf{C}}_{0,L-1}^0 + \bar{\mathbf{C}}_{1,L}^1 + \cdots + \bar{\mathbf{C}}_{Q,L+Q-1}^{Q-1})] = \text{tr} (\tilde{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{C}})$, 其中 $\bar{\mathbf{C}}_{i,i+L-1}^{i+L-1}$ 为 $\bar{\mathbf{C}}_i$ 的第 i 至第 $i+L-1$ 行块。

同样的思路, 令 $\sum_{p=1}^P \mathbf{R}_x^p \mathbf{B}_p^H = \bar{\mathbf{D}}$, $\hat{\mathbf{D}} = \bar{\mathbf{D}}_{0,L-1}^0 + \bar{\mathbf{D}}_{1,L}^1 + \cdots + \bar{\mathbf{D}}_{Q,L+Q-1}^{Q-1}$, 则等号右边第三项可以变为: $\text{tr} (\bar{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{H}}^H) = \text{tr} \left(\sum_{i=0}^Q \bar{\mathbf{D}}_i \tilde{\mathbf{H}}_i^H \right) = \text{tr} [(\bar{\mathbf{D}}_{0,L-1}^0 + \bar{\mathbf{D}}_{1,L}^1 + \cdots + \bar{\mathbf{D}}_{Q,L+Q-1}^{Q-1}) \tilde{\mathbf{H}}^H] = \text{tr} (\hat{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{H}}^H)$, 其中, $\bar{\mathbf{D}}_i$ 为 $\bar{\mathbf{D}}$ 的第 i 行块, $\bar{\mathbf{D}}_{i,i+L-1}^{i+L-1}$ 为 $\bar{\mathbf{D}}_i$ 的第 i 至第 $i+L-1$ 列块。

这样, 代价函数从一个关于 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的函数转化为了一个关于 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的函数:

$$J = \text{tr} (\tilde{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{H}}^H) - \text{tr} (\tilde{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{C}}) - \text{tr} (\hat{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{H}}^H) + \text{tr} \left(\sum_{p=1}^P \mathbf{R}_x^p (\mathbf{R}_x^p)^H \right) \quad (11)$$

对式(11)关于 $\tilde{\mathbf{H}}$ 求导并令导数为零, 可得: $\frac{\partial J}{\partial \tilde{\mathbf{H}}} = \tilde{\mathbf{H}} (\hat{\mathbf{B}} + \hat{\mathbf{B}}^H) - \hat{\mathbf{C}}^H - \hat{\mathbf{D}} = \mathbf{0}$ 。所以 $\tilde{\mathbf{H}} = (\hat{\mathbf{C}}^H + \hat{\mathbf{D}}) \text{inv}(\hat{\mathbf{B}} + \hat{\mathbf{B}}^H)$ 。根据求得的 $\tilde{\mathbf{H}}$, 可恢复 $\tilde{\mathbf{H}}$ 。

3.2.3 已知 $\tilde{\mathbf{R}}_s^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P$ 和 $\tilde{\mathbf{H}}$, 计算使代价函数最小的 $\tilde{\mathbf{F}}$:

观察代价函数可知, 求解 $\tilde{\mathbf{F}}$ 的过程和 2.2.2 中描述的求解 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的过程极为相似, 因而此处不再赘述。

4 收敛性分析

在这一部分, 我们分析三迭代算法的收敛性能, 证

明当延时相关矩阵组具有近似块内对角化结构时, 三迭代算法具有全局渐进收敛性。

定理 1 给定一组具有相同的近似块内对角化结构的矩阵 $\mathbf{R}_x^p (p=1, \dots, P)$, 即该矩阵组中任意矩阵满足 $\mathbf{R}_x^p \approx \mathbf{H} \mathbf{R}_s^p \mathbf{F}^H$, \mathbf{R}_s^p 具有块内对角化结构, 对于式(6)所定义的代价函数 $J(\tilde{\mathbf{H}}; \tilde{\mathbf{R}}_s^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_s^P; \tilde{\mathbf{F}})$, 三迭代算法中混迭矩阵的估计 $\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}$ 全局渐进收敛, 其中 k 表示迭代步数。

证明: 首先, 因为式(6)所定义的代价函数可导, 所以该代价函数连续^[11]。

其次, 很显然, 有 $G_c = \{\tilde{\mathbf{H}} | J(\tilde{\mathbf{H}}) < c\}$ 是有界的。

第三, 由于三迭代算法的每一子步都利用梯度下降法求解一个二次函数的最小二乘解, 因此有

$$J(\tilde{\mathbf{H}}_{(k-1)}; \tilde{\mathbf{R}}_{s(k-1)}^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_{s(k-1)}^P; \tilde{\mathbf{F}}_{(k-1)}) \geq \\ J(\tilde{\mathbf{H}}_{(k-1)}; \tilde{\mathbf{R}}_{s(k)}^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_{s(k)}^P; \tilde{\mathbf{F}}_{(k-1)}) \geq \\ J(\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}; \tilde{\mathbf{R}}_{s(k)}^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_{s(k)}^P; \tilde{\mathbf{F}}_{(k-1)}) \geq \\ J(\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}; \tilde{\mathbf{R}}_{s(k)}^1, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_{s(k)}^P; \tilde{\mathbf{F}}_{(k)}) \quad (12)$$

综上所述, 该代价函数为能量函数 (energy function) 或称为 Lyapunov 函数^[11,12]。由 Lyapunov 间接性定理^[11,12], 我们知道 $\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}$ 全局渐进收敛。

5 仿真结果

在本节中, 我们通过两个实验来分析算法性能。首先给出两个性能指标。

我们用全局拒噪水平 (Global Rejection Level, GRL) 来描述混迭矩阵和估计矩阵之间的差异。在解瞬态混合盲源分离问题中, GRL 定义为^[13]:

$$GRL(\mathbf{G}) = 10 \log \left\{ \frac{1}{2N(N-1)} \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N \frac{|g_{ij}|}{\max_k |g_{kj}|} - 1 \right) + \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N \frac{|g_{ij}|}{\max_k |g_{kj}|} - 1 \right) \right] \right\} \quad (13)$$

此处, 我们将其引申到卷积混合盲源分离问题中。因为 $\mathbf{H} = [\mathbf{H}(0), \mathbf{H}(1), \dots, \mathbf{H}(L-1)]$, 它的估计为 $\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{\mathbf{H}}(0), \tilde{\mathbf{H}}(1), \dots, \tilde{\mathbf{H}}(L-1)]$, 我们定义 $GRLh = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} GRL(\tilde{\mathbf{H}}^H(i) \mathbf{H}(i))$ 作为卷积混合盲源分离问题中对混迭矩阵估计性能的评判指标。相应地, 用 $GRLhh$ 测度迭代过程中的本步估计结果 $\tilde{\mathbf{H}}_{(k)}$ 和上步估计结果 $\tilde{\mathbf{H}}_{(k-1)}$ 之间的误差。

另外, 用源信号估计误差 e 来表征估计的源信号 $\hat{s}_i(t)$ 与真实源信号 $s_i(t)$ 之间的误差, 可计算得到:

$$e = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T |\hat{s}_i(t) - s_i(t)|^2 \right) \quad (14)$$

式中, 所有信号已经归一化, 并且消除了排列模糊, T 代表快拍数。

实验 1: 在本实验中, 设定 $M=4, N=2, L=4$,

$Q = 3$; 这与 JBD-NonU 方法^[6]中的仿真情况相同. 相应地, 通过式 $\mathbf{R}_s^p = \bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_s^p\bar{\mathbf{H}}^H + \mathbf{R}_n^p$, 可以得到一组 16×16 的矩阵 $\mathbf{R}_s^p (p = 1, \dots, P)$, 此处 $\bar{\mathbf{H}}, \mathbf{R}_s^p$ 和 \mathbf{R}_n^p 均为随机产生, 且要根据前述的理论分析, 满足 $\bar{\mathbf{H}}, \mathbf{R}_s^p$ 和 \mathbf{R}_n^p 所具有的结构特点. 不含噪声部分 $\bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_s^p\bar{\mathbf{H}}^H$ 和噪声部分 \mathbf{R}_n^p 的比称为 NER. 分别利用 JBID, SUB 和 JBD-NonU 方法估计混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$. 值得指出的是, JBD-NonU 方法所涉及的数据模型和 JBID 方法及 SUB 方法不同, 所以, 当利用 JBD-NonU 方法来估计混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 时, $\bar{\mathbf{H}}$ 和 \mathbf{R}_s^p 内元素的排布结构会作出相应调整.

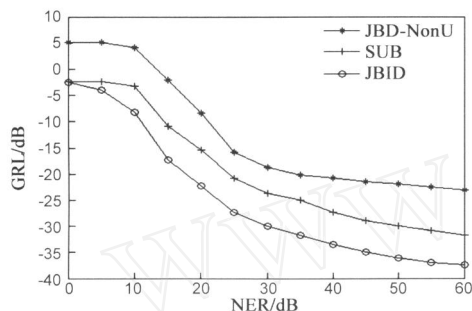


图1 GRL随NER变化曲线

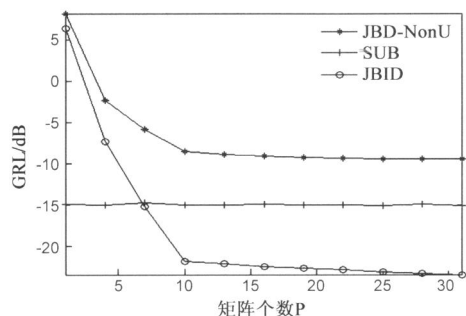


图2 GRL随矩阵个数变化曲线

图1表示的是在不同的 NER 下, 三种方法的 GRL 性能, 此处相关矩阵个数 $P = 11$. 图2表示的是随着矩阵个数 P 的变化, 三种方法的 GRL 性能, 此时 $\text{NER} = 20\text{dB}$, 由于 SUB 方法只利用了零延时相关矩阵, 因此 p 的变化对该方法的性能并没有明显影响. 图1图2所示结果均是经过 200 次 Monte Carlo 实验后的平均结果. 两图结果表明, JBID 对混迭矩阵的估计精度优于 SUB 和

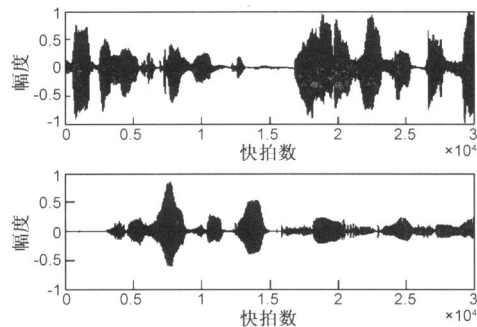


图3 源信号

JBD-NonU, 且与 JBD-NonU 相比, SUB 方法和 JBID 方法更具有可比性, 下面实验中我们将比较这两种方法.

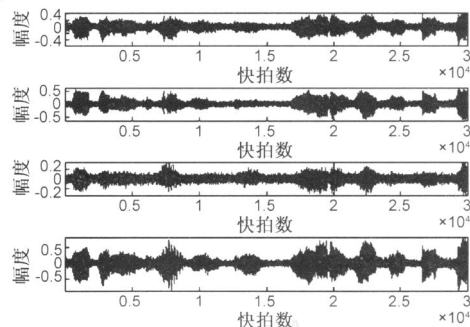


图4 接收信号

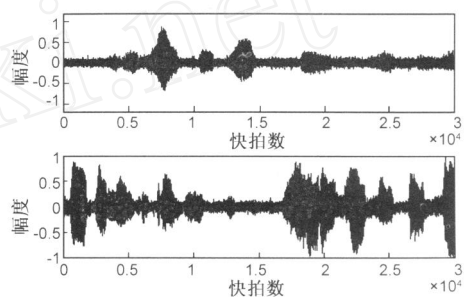


图5 SUB方法恢复的信号

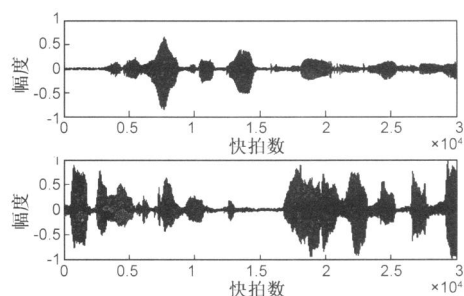


图6 TIA方法恢复的信号

实验2: 在本实验中, JBID 和 SUB 分别被用于分离卷积混合的语音信号, 进而比较两算法的性能. 将两个语音信号通过一个长度 $L = 7$, 参数随机产生的 FIR 滤波器, 并有加性噪声. $M = 4, Q = 5, P = 11$, 信号采样数为 $T = 3 \times 10^4$. 图3表示源信号, 图4表示接收信号, 图5表示通过 SUB 方法恢复的信号, 图6表示通过 JBID

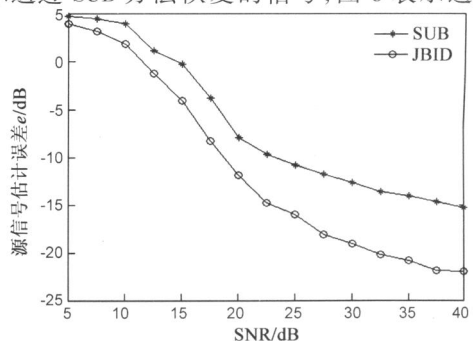


图7 不同信噪比下的源信号估计误差曲线

分离的信号.图3~6从波形上很清楚的表明,JBID恢复的信号比SUB恢复的信号要精确的多.图7表示了不同信噪比下两种方法对源信号估计误差 e 的曲线,图8表示了不同信噪比下两种方法对混迭矩阵的估计误差GRL.图7图8所示结果均是经过100次Monte Carlo实验后的平均结果.图7说明JBID对源信号的分离性能要好于SUB.图8表明,JBID对混迭矩阵的估计误差

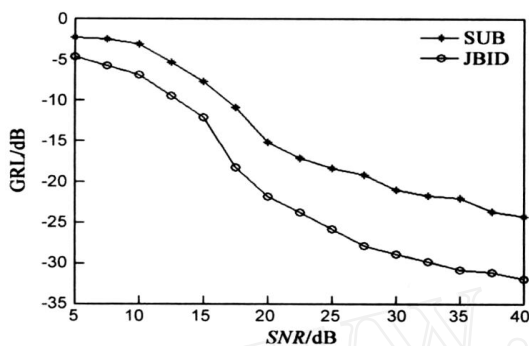


图8 GRL随信噪比的变化曲线

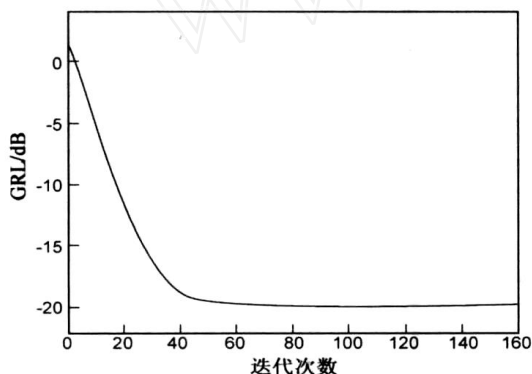


图9 GRLh收敛曲线

比SUB要小.图9、图10分别表示的是 $SNR = 20, 100$ 次独立实验下的GRLh和GRLhh收敛曲线,很明显,图10显示了算法的收敛过程,同样的,图9也显示了三迭代算法的收敛特性:经过约60次迭代后,算法收敛至同真实值之间的误差极小(-20 dB)的稳定点.

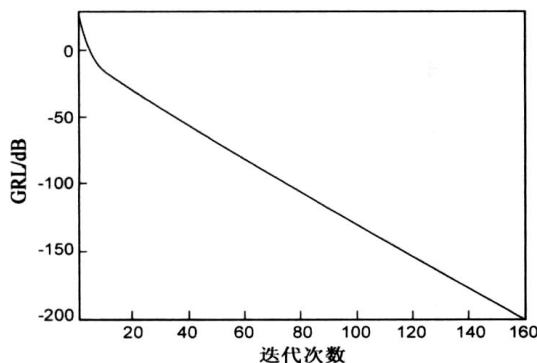


图10 GRLhh收敛曲线

6 结束语

本文提出了一种有效的解卷积混合盲源分离问题

的一步算法.建立了一个用以实现一组输出信号相关矩阵联合块内对角化的三二次代价函数,提出了基于梯度下降法寻找代价函数最小点的三迭代算法并在计算过程中充分利用了相应变量的结构.证明了即使存在估计误差时,该算法依然全局渐进收敛.实验结果验证了算法的良好性能.

作者简介:



徐先峰 男,1982年3月出生于山东宁阳,博士生.主要研究方向为盲信号处理.
E-mail: xuxianfeng1982@163.com

冯大政 男,1959年12月出生于陕西紫阳,教授、博士生导师.长期从事自适应信号处理、盲信号处理、雷达信号处理等的研究工作. E-mail: dfeng@xidian.edu.cn

参考文献:

- [1] Johan Thomas, Yannick Deville, Shahram Hosseini. Time-domain fast fixed-point algorithms for convolutive ICA[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2006, 13(4): 228 - 231.
- [2] A Gorokhov, P Loubaton. Subspace-based techniques for blind separation of convolutive mixtures with temporally correlated sources[J]. IEEE Transactions on Circuits Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1997, 44(9): 813 - 820.
- [3] Chor Tin Ma, Ding Z, Sze Fong Yau. A two-stage algorithm for MIMO blind deconvolution of nonstationary colored signals[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2000, 48(4): 1187 - 1192.
- [4] Yiteng Huang, Jacob Benesty, Jingdong Chen. A blind channel identification-based two-stage approach to separation and dereverberation of speech signals in a reverberant environment[J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 2005, 13(5): 882 - 895.
- [5] V Zarzoso, A K Nandi. Blind MIMO equalization with optimum delay using independent component analysis[J]. International Journal of Adaptive Control Signal Processing, 2004, 18: 245 - 263.
- [6] H Ghennioui, E M Fadaili, N T Moreau, et al. A nonunitary joint block diagonalization algorithm for blind separation of convolutive mixtures of sources[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(11): 860 - 863.
- [7] Scott C Douglas, Hiroshi Sawada, Shoji Makino. Natural gradient multichannel blind deconvolution and speech separation using causal FIR filters[J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 2005, 13(1): 92 - 104. (下转第131页)

- ous actions and observations[A]. In Proceeding of the 2007 International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems[C]. Honolulu,USA:ACM,2007. 187 - 194.
- [7] M James, S Singh. Learning and discovery of predictive state representations in dynamical systems with reset[A]. In Proceedings of the Twenty-First International Conference on Machine Learning[C]. Banff, Alberta, Canada:ACM,2004. 417 - 424.
- [8] M James, B Wolfe, S Singh. Combining memory and landmarks with predictive state representations[A]. In Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence[C]. Edinburgh, Scotland:Professional Book Center,2005. 734 - 739.
- [9] A Cassandra. Tony's POMDP file repository page[OL]. <http://www.cs.brown.edu/research/ai/pomdp/examples/index.html>,2008 - 06 - 02.
- [10] M Bowling, P McCracken, M James, et al. Learning predictive state representations using non-blind policies[A]. In Proceedings of the Twenty-Third International Conference on Machine Learning[C]. Pittsburgh, Pennsylvania, USA:ACM,2006. 129-136.
- [11] S Singh, M Littman, N Jong, et al. Learning predictive state representations[A]. In Twentieth International Conference on Machine Learning[C]. Washington, DC, USA:AAAI Press,2003. 712 - 719.

作者简介:



刘云龙 男,1977 年 11 月出生于山东安丘,西安交通大学博士研究生.研究方向为强化学习、预测状态表示、不确定环境下的规划等.
E-mail:ylliusv@163.com



李人厚 男,1935 年 5 月出生于浙江宁波,教授,博士生导师.研究方向为智能控制理论与方法、预测状态表示、CSCW 理论与应用等.
E-mail:rhli@mail.xjtu.edu.cn

(上接第 117 页)

- [8] K Rahbar, J P Reilly. A frequency domain method for blind source separation of convolutive audio mixtures[J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Signal Processing,2005,13(5):832-844.
- [9] Liang J, Ding Z. Blind MIMO system identification based on cumulant subspace decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2003,51(6):1457 - 1468.
- [10] Marc Castella, Saloua Rhioui, Eric Moreau, et al. Quadratic higher order criteria for iterative blind separation of a MIMO convolutive mixture of sources[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2007,55(1):218 - 232.
- [11] Feng D Z, Zhang X D, Bao Z. An efficient multistage decomposition approach for independent components[J]. Signal Processing,2003,83(1):181-197.
- [12] LaSalle J P. The Stability of Dynamical Systems (first edition)[M]. Philadelphia PA:IAM Press,1976. 5 - 11.
- [13] A Belouchrani, K Abed-Meraim, J F Cardoso, et al. A blind source separation technique using second-order statistics[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,1997,45(2):434 - 444.