

# 瑞利衰落信道采用组合发射机 SC/接收机 MRC 的 MQAM 性能分析

李光球, 曹晓波

(杭州电子工业学院通信工程分院, 浙江杭州 310037)

**摘 要:** 日益增长的无线业务需求要求提高衰落信道上无线通信的频谱利用率. 本文研究一种使用组合发射机 SC/接收机 MRC(SC/MRC)的 MQAM 方案, 推导其在平坦瑞利衰落信道上的误符号率, 分析无线信道时变特性对系统性能的影响. 数值计算结果表明该组合空间分集方案可以通过调整发射天线和接收天线的数目来获得比传统接收机分集接收更大的分集增益.

**关键词:** 正交幅度调制; 瑞利衰落信道; 最大比合并; 选择合并; 天线分集

**中图分类号:** TN911.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 07-1080-03

## Performance Analysis of MQAM with Combined Transmit SC/Receive MRC in Rayleigh Fading Channels

LI Guangqiu, CAO Xiaobo

(Hangzhou Institute of Electronics Engineering, Hangzhou, Zhejiang 310037, China)

**Abstract:** The growing demand for wireless services has created the need for improving the spectral efficiency of wireless communications over fading channels. Many multilevel quadrature amplitude modulation (MQAM) in conjunction with transmit antenna selection combined with receive maximum ratio combining is investigated in this paper. Based on alternative representations of  $Q(x)$ , the average symbol error rate of this combined spatial diversity scheme over flat Rayleigh fading channels is derived, and the effects of the time-varying nature of the wireless channels on its performance are analyzed. Numerical results show that the scheme can achieve significant diversity gain over traditional receive diversity schemes by distributing the antennas over transmit and receive side.

**Key words:** quadrature amplitude modulation; Rayleigh fading channel; maximum ratio combining; selection combining; antenna diversity

## 1 引言

MQAM(M 进制正交幅度调制)是一种频谱利用率较高的数字调制技术<sup>[1]</sup>,但在衰落信道上的性能恶化限制了它在无线通信中的应用. 分集接收是克服无线衰落信道不利影响的一种有效技术<sup>[1~6]</sup>,采用最大比合并(MRC)或选择合并(SC)的传统接收机分集接收为获得较大的分集增益,需要增加接收天线的数目<sup>[6]</sup>,这不利于移动终端的尺寸减小和移动终端费用的降低. 为解决此矛盾, Sollenberger 提出了组合发射机 SC/接收机 SC(SC/SC)分集方案<sup>[3]</sup>. S Thoen 等人<sup>[5]</sup>为改进组合 SC/SC 分集方案提出了组合 SC/MRC 方案<sup>[5]</sup>. S Thoen 等人的方案每次只使用一个发射天线发射信号,因此与发射机分集方案相比,它具有发射机复杂性和要求的辐射功率低以及对信道估值误差和信道时变特性有较高稳健性(robustness)等优点<sup>[5]</sup>. 然而, S Thoen 等人的方案使用的调制方式为 BPSK,显然它无法在需要高频谱利用率的场合获得应用,此外,对于

非理想发射天线选择情况,亦未能给出误码性能的解析表达式. 本文研究采用 MQAM 调制方式的组合 SC/MRC 方案,推导其误符号率性能,它适用于高频谱利用率应用场合,目前尚未见研究报道.

## 2 信道模型

本文采用文[5]的信道模型和符号. 假定使用 K 个发射天线中的第 k 个天线发射信号,则第 i 个信号传输间隔在第 1 个天线上接收到的等效基带信号为

$$r_k[i] = h_k[i]s[i] + G_k[i] \quad (1)$$

其中:  $h_k[i]$  为从第 k 个发射天线到第 1 个接收天线的时变复信道增益;  $s[i]$  为传输的 MQAM 符号;  $G_k[i]$  是均值为 0、方差为  $N_0$  的加性白高斯噪声的复高斯变量. 假定所有的信道增益  $h_k[i]$  均为独立、同分布的复随机变量,其幅度为瑞利分布、相位在  $[0, 2\pi]$  上均匀分布. 根据 Jakes 模型,  $h_k[i]$  的自相关函数为

$$R_{hh}[i] = J_0(2\sqrt{P}T\#i) \quad (2)$$

其中  $J_0(x)$  为零阶 Bessel 函数,  $T$  为传输符号周期. 本文假定所有信道的多普勒衰落速率皆为  $F$ , MRC 具有理想的信道估值, 接收天线数目为  $L$ , 则对于每一个发射天线  $k$  ( $k=1, 2, \dots, K$ ), 接收端对来自发射天线  $k$  的  $L$  条支路信号进行最大比合并后总的接收瞬时信噪比 (SNR) 为

$$G_k[i] = \frac{E_b}{N_0} \sum_{l=1}^L h_{kl}[i] h_{kl}^*[i] \quad (3)$$

式中  $E_b/N_0$  为传输符号  $s[i]$  的比特 SNR. 每个信道的平均比特 SNR  $C = (E_b/N_0) E\{h_{kl}[i] h_{kl}^*[i]\}$  与  $k, l$  及  $i$  无关. 在  $i=0$  时刻选择  $K$  个发射天线中使总接收 SNR  $C_b[0]$  为最大的那个发射天线  $b$  发射信号.

### 3 MQAM 的误符号率

在加性白高斯噪声下, MQAM 的误符号率为<sup>[1]</sup>

$$P_e(E|C) = 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{2g_{QM}C}\right) - 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 \# Q^2\left(\sqrt{2g_{QM}C}\right) \quad (4)$$

其中  $g_{QM} = 3 \log_2 M / (2(M-1))$ ,  $C$  为比特 SNR.

在瑞利衰落信道采用组合 SC/MRC 的 MQAM 的误符号率, 可由  $P_e(E|C)$  对瞬时比特 SNR  $C_b[i]$  的概率密度函数 (pdf)  $f_b(C_b[i])$  求统计平均来得到, 即

$$P_e[i] = \int_0^\infty P_e(E|C_b[i]) f_b(C_b[i]) dC_b[i] \quad (5)$$

本文考虑以下两种情况.

#### 3.1 理想发射天线选择

假定信息符号速率远大于信道衰落速率, 则天线的调整速率也远大于信道衰落速率, 因此, 可以认为在天线的两次调整之间信道几乎保持不变, 这样, 时间标度  $i$  就可以去掉, 由于  $C_k$  相互独立, 因此瞬时比特 SNR  $C_b = \max_{k=1,2,\dots,K} \{C_k\}$  的 pdf 为<sup>[5]</sup>

$$f_b(C_b) = \frac{K!}{(L-1)!} E_r \left[ \frac{0! \left[ -1/1! \right]^{n_{r,1}}}{0! n_{r,1}!} \# \frac{C_b^b}{C_b^{b+1}} \exp\left(-a_r \frac{C_b}{C}\right) \right] \quad (6)$$

式(6)中对  $r$  求和是对满足  $\sum_{l=1}^L n_{r,l} = K-1$  的  $L+1$  个非负整数的所有可能组合求和, 且  $a_r = \sum_{l=1}^{L-1} n_{r,l} + 1$ ,  $b = \sum_{l=1}^{L-1} (l \# n_{r,l}) + L-1$ .

考虑  $Q^2(x)$  的另一种表示形式<sup>[6]</sup>

$$Q^2(x) = \frac{1}{P} \int_0^{P/4} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sin^2\alpha}\right) d\alpha \quad (7)$$

和拉普拉斯变换<sup>[6]</sup>

$$\int_0^\infty x^v e^{-sx} dx = \#(v+1)/s^{v+1}, \quad s > 0, v > -1 \quad (8)$$

将式(4)、(6)代入式(5), 并利用文[5]的式(9)、交换积分

次序和利用文[6]中的式(50)<sup>1</sup>可得理想发射天线选择情况下瑞利衰落信道采用组合 SC/MRC 的 MQAM 的误符号率为

$$P_e = 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \frac{K!}{(L-1)!} \# E_r \left[ \frac{0! \left[ -1/1! \right]^{n_{r,1}}}{0! n_{r,1}!} \# \frac{b_r!}{a_r^{b_r+1}} I_1(a_r, b_r, C) \right] - 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 \frac{K!}{(L-1)!} \# E_r \left[ \frac{0! \left[ -1/1! \right]^{n_{r,1}}}{0! n_{r,1}!} \# \frac{b_r!}{a_r^{b_r+1}} I_2(a_r, b_r, C) \right] \quad (9)$$

式中  $I_1(a_r, b_r, C) = \left(\frac{1-L_1}{2}\right)^{b_r+1} E_{i=0}^{b_r} C_{b_r+i} \left(\frac{1-L_1}{2}\right)^i$ ,

$$L_1 = \sqrt{g_{QM}C / (a_r + g_{QM}C)},$$

$$I_2(a_r, b_r, C) = \frac{1}{P} \left(\frac{a_r}{C}\right)^{b_r+1} Q \frac{C_b^b}{b!} \exp\left(-\frac{a_r}{C} C_b\right) dC_b \# Q \exp\left(-\frac{g_{QM}C_b}{\sin^2 U}\right) dU = \frac{1}{4} - \frac{L_1}{P} \left[ \left(\frac{P}{2} - \arctan L_1\right) E_{i=0}^{b_r} \frac{C_{2i}}{[4(1+g_{QM}C)]^i} - \sin(\arctan L_1) E_{i=1}^{b_r} E_{j=1}^i \frac{T_{ij}}{(1+g_{QM}C)^i} \# (\cos(\arctan L_1))^{\alpha(1-i)+\beta} \right]$$

其中  $C = \frac{C}{a_r}$ ,  $T_{ij} = \frac{C_{2i}}{C_{\alpha(1-i)+\beta} 4^i [2(1-i)+1]}$ .

#### 3.2 非理想发射天线选择

假定与信道多普勒衰落速率相比, 发射天线的调整速率不是很高, 则在两次调整之间信道已发生很大变化, 此时  $C_b[i]$  的 pdf 为<sup>[5]</sup>

$$f_b(C_b[i]) = \frac{K!}{((L-1)!)^2} \frac{C_b^{L-1}}{C_i^{L-1}} \exp\left(-\frac{C_b[i]}{C_i}\right) \# E_r \left[ \frac{b_r!}{(C_r)^{b_r+1}} \frac{0! n_{r,1}!}{0! n_{r,1}!} \# {}_1F_1\left(b_r+1, L; \frac{D^2 C_b[i]}{C_i^2 C_r}\right) \right] \quad (10)$$

式中:  $C_r = \frac{a_r}{C} + \frac{D^2}{C_i}$ ,  $C = \frac{E_b}{N_0} R_{hh}[0]$ ,  $D = \frac{R_{hh}[i]}{R_{hh}[0]}$ ,

$C_i = \frac{E_b}{N_0} \left[ R_{hh}[0] - \frac{R_{hh}^2[i]}{R_{hh}[0]} \right]$ ,  ${}_1F_1(A, B; x)$  为合流超几何函数.

将式(10)代入式(5)可得非理想发射天线选择情况下组合 SC/MRC MQAM 的误符号率为

$$P_e = 4 \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right] \frac{K!}{(L-1)!} E_r \left[ \frac{0! \left[ -1/1! \right]^{n_{r,1}}}{(C_r)^{b_r+1}} \frac{0! n_{r,1}!}{0! n_{r,1}!} E_{m=0}^{b_r} \frac{(b_r+m)!}{m!} \# \left( \frac{D^2}{C_i C_r} \right)^m I_1(1, L-1+m, C_i) - 4 \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right]^2 \frac{K!}{(L-1)!} \right]$$

<sup>1</sup> 文[6]中的式(50)印刷有误, 其分母  $4(1+g_{QM}C)^i$  应为  $[4(1+g_{QM}C)]^i$

$$\# E_r \left[ \frac{0! \left( -1/l! \right)^{n_{r,l}}}{(CC_r)^{b_r+1} \prod_{l=0}^L n_{r,l}} E \frac{(b_r+m)!}{m!} \left( \frac{D^2}{CC_r} \right)^m \right] \\ \# I_2(1, L-1+m, C_i) \quad (11)$$

#### 4 数值计算结果

我们对  $K+L=5$  的天线设置情况进行了数值计算. 对理想发射天线选择, 16QAM 和 64QAM 的误符号率的计算结果如图 1 所示. 由图 1 可知, 该组合 SC/MRC MQAM 方案可获得的分集数量级为 KL. 传统的 MRC 分集接收方案  $(K, L) = (1, 4)$ , 优于发射机 SC 分集方案  $(4, 1)$ ,  $(2, 3)$  和  $(3, 2)$  方案的性能优于  $(1, 4)$ , 这是因为  $(2, 3)$  和  $(3, 2)$  方案的分集数量级为 6. 同时我们亦注意到, 由于高的 MRC 合并增益,  $(2, 3)$  方案的性能优于  $(3, 2)$ . 对于非理想发射天线选择, 16QAM 和 64QAM 的误符号率的计算结果如图 2 和 3 所示. 由图 2 和 3 可知,  $(2, 3)$  方案的性能优于  $(3, 2)$  方案; 在天线调整速率较低的非理想发射天线选择时,  $(K, L)$  方案的发射机分集增益消失, 此时只有接收机 MRC 分集增益.

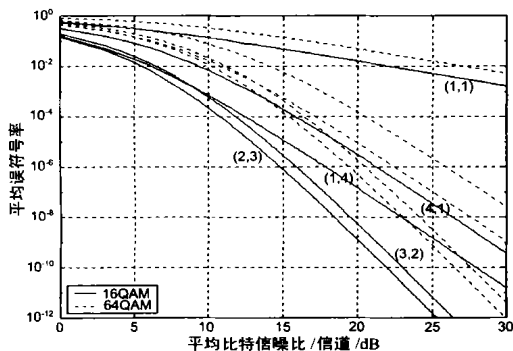


图 1 理想发射天线选择时 16QAM 和 64QAM 的误符号率

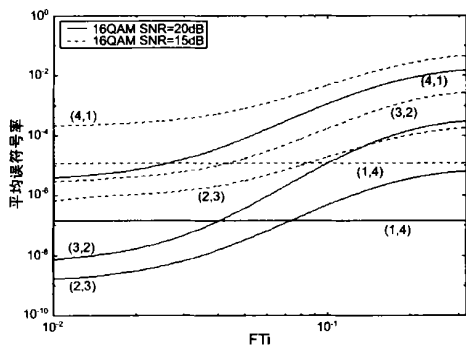


图 2 非理想发射天线选择时 16QAM 的误符号率

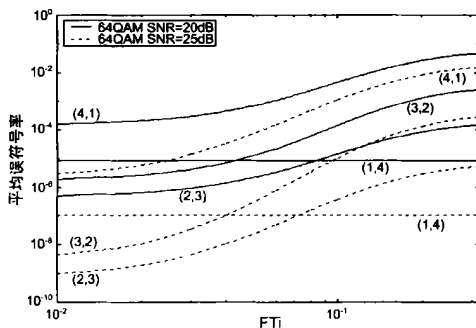


图 3 非理想发射天线选择时 64QAM 的误符号率

#### 5 结论

本文将 S Thoen 等的组合 SC/MRC 方案推广应用于 MQAM 调制方式. 利用  $Q^2(x)$  的另一种数学表达式, 导出了瑞利衰落信道采用组合 SC/MRC 的 MQAM 误符号率性能, 为多天线 MQAM 系统的设计提供了一种快捷的理想分析工具. 计算结果表明, 该组合空间分集方案可以通过调整发射天线和接收天线的数目来获得比传统接收机分集方案更大的分集增益. 应用本文的推导结果 (式 (11) 的第一项), 还可以获得文 [5] 中非理想发射天线选择尚未得到的平均误比特率的解析表达式.

#### 参考文献:

- [1] J G Proakis. 数字通信 (第 4 版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2001.
- [2] A Wittneben. Analysis and comparison of optimal predictive transmitter selection and combining diversity for DECT [A]. Proc. of IEEE Globecom [C]. Canada, Montreal: IEEE, 1995. 1527- 1531.
- [3] N R Sollenberger. Diversity and automatic link transfer for a TDMA wireless access link [A]. Proc. of IEEE Globecom [C]. USA, Houston, Texas: IEEE, 1993. 532- 536.
- [4] J H Bamard, C K Pauw. Probability of error for selection diversity as a function of dwell time [J]. IEEE Trans, 1989, Com37(8): 800- 803.
- [5] S Thoen, L V der Perre, B Gyselinckx, et al. Performance analysis of combined transmit SC/ receive MRC [J]. IEEE Trans, 2001, Com49(1): 5- 8.
- [6] M S Alouini, A J Goldsmith. A unified approach for calculating error rates of linearly modulated signals over generalized fading channels [J]. IEEE Trans, 1999, Com47(9): 1324- 1334.

#### 作者简介:

李光球 (见本期第 1021 页)

曹晓波 男, 1980 年 4 月生于安徽省无为县, 现为杭州电子工业学院通信工程分院硕士生, 从事无线通信方面的研究.