

# 一种非线性 GM-PHD 滤波新方法

王 品<sup>1</sup>, 谢维信<sup>1</sup>, 刘宗香<sup>1</sup>, 李鹏飞<sup>2</sup>

(1. 深圳大学 ATR 国防科技重点实验室, 广东深圳 518060; 2. 防空兵指挥学院, 河南郑州 450052)

**摘 要:** 为了解决目标数未知情况下的多目标跟踪问题, 提出了一种非线性条件下的高斯混合概率假设密度滤波新方法. 该方法利用三阶球面容积-径向采样规则计算目标状态的概率分布特性, 解决了状态方程和观测方程的非线性计算问题, 利用模糊门限对滤波器的剪枝方法进行了优化, 避免了高斯项数目的指数增长, 利用观测数据生成新目标密度, 使滤波器具备了对观测空间任意位置随机出现新目标的跟踪能力. 通过仿真实验比较了四种非线性高斯混合概率假设密度滤波方法的性能, 实验结果验证了提出算法的有效性.

**关键词:** 多目标跟踪; 随机有限集; 概率假设密度滤波器; 容积卡尔曼滤波; 模糊门限

**中图分类号:** TP391; TN953      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2012) 08-1597-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.08.016

## A Novel Gaussian Mixture PHD Filter for Nonlinear Models

WANG Pin<sup>1</sup>, XIE Wei-xin<sup>1</sup>, LIU Zong-xiang<sup>1</sup>, LI Peng-fei<sup>2</sup>

(1. ATR Lab, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China; 2. Air Defense Forces Command Academy, Zhengzhou, Henan 450052, China)

**Abstract:** To solve the problem of multi-target tracking model with the time-varying number of targets, a novel Gaussian mixture PHD filter is proposed for the nonlinear Gaussian system. A third-degree Spherical-Radial rule is applied to calculate the prediction and update distributions of target states for nonlinear multi-target models. The pruning method is optimized by using a fuzzy threshold to avoid the exponential increasing of the Gaussian components. The measurements are used to generate the density of new targets that appear randomly anywhere in the observation space. The performance of the four nonlinear Gaussian Mixture PHD filters is compared. The simulation results demonstrated the efficiency of the proposed algorithm.

**Key words:** multi-target tracking; random sets; PHD filter; cubature Kalman filter; fuzzy threshold

## 1 引言

多目标跟踪问题一直是目标跟踪领域研究的热点问题之一, 传统的多目标跟踪方法是先关联后估计, 关联精度直接影响跟踪效果, 目标数未知并且存在杂波和虚警时, 关联很难实现<sup>[1~4]</sup>. Mahler 等从统计的角度提出了多目标情况下“一阶矩滤波器”的概念(也称概率假设密度滤波器, PHD)<sup>[4]</sup>, PHD 滤波器避免了观测值和状态值之间直接关联, 但迭代过程中存在集合积分运算, 计算上难以处理. 所以 Vo 等提出粒子 PHD 滤波器<sup>[5]</sup>(PF-PHD), PF-PHD 滤波器的缺点是采用了大量的粒子, 实时性能差, 利用聚类技术估计目标状态具有不可靠性<sup>[5,6]</sup>. 为此, Vo 等又提出了适用于线性高斯系统的高斯混合 PHD 滤波方法(GM-PHD)<sup>[7,8]</sup>, 推导了 PHD 的解析表达式. 但在非线性情况下 PHD 滤波器没有解析表

达式, 而工程中遇到的大部分问题都是非线性的, 文献[8]也提出了相应的 EK-PHD 滤波方法, 并简单提到 UK-PHD 滤波方法, 但并没有给出详细的算法分析.

针对上述情况, 本文提出了一种基于容积卡尔曼滤波<sup>[9]</sup>的 GM-PHD 滤波新方法(CK-PHD), 分析了 CK-PHD 的可行性. 为解决 GM-PHD 滤波器在迭代过程中的指数增长问题, 给出了一种基于模糊门限的剪枝优化算法, 提高了 GM-PHD 滤波器的实时性. 最后本文给出了本文方法和其他几种 PHD 方法的性能对比结果, 进一步说明了提出方法的优越性.

## 2 非线性条件下的 GM-PHD 滤波器

### 2.1 概率假设密度(PHD)

假设  $k-1$  时刻后验密度为  $v_{k-1}$  (包括  $k-1$  时刻幸存目标的 PHD 和新目标的 PHD), PHD 预测方程为<sup>[4]</sup>:

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \int_{e_{k|k-1}} (\xi) f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\xi) v_{k-1}(\xi) d\xi \quad (1)$$

PHD 更新方程为:

$$v_k(\mathbf{x}) = [1 - p_D(\mathbf{x})] v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{z \in Z_k} \frac{p_D(\mathbf{x}) g_k(z|\mathbf{x}) v_{k|k-1}(\mathbf{x})}{\lambda_k(z) + \int p_D(\xi) g_k(z|\xi) v_{k|k-1}(\xi) d\xi} \quad (2)$$

其中  $f_{k|k-1}$ ,  $g_{k|k-1}$  分别表示多目标的状态转移函数和  $\mathbf{Z}_k$  的概率密度,  $e_{k|k-1}$ ,  $p_D$  分别表示目标的存活概率和检测概率,  $\lambda_k$  表示杂波密度.

## 2.2 非线性 GM-PHD 多目标跟踪模型

非线性系统的状态方程和观测方程表示为

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1} \quad (3)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \quad (4)$$

其中  $f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$  为状态方程非线性函数,  $h(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$  为量测方程非线性函数,  $\mathbf{x}_k$  为状态向量,  $\mathbf{u}_k$  为输入控制向量,  $\mathbf{v}_{k-1}$  和  $\mathbf{w}_k$  均为零均值高斯白噪声, 协方差分别为  $\mathbf{Q}_{k-1}$ ,  $\mathbf{R}_k$ , 假设目标的存活概率  $e_{k|k-1}$  和目标的检测概率  $p_D$  相互独立, 并且新目标的概率假设密度可以表示成高斯混合加权的形式, 即

$$\gamma_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma,k}^{(i)}, \mathbf{P}_{\gamma,k}^{(i)}) \quad (5)$$

其中  $\omega_{\gamma,k}^{(i)}$ ,  $\mathbf{m}_{\gamma,k}^{(i)}$ ,  $\mathbf{P}_{\gamma,k}^{(i)}$  分别表示第  $i$  个高斯组成的权重、均值和方差.

**引理 1**<sup>[8]</sup> 给定适当维数的矩阵  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{P}$  和向量  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{m}$ , 并且要求  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{P}$  为正定矩阵, 则

$$\int N(\mathbf{x}; \mathbf{F}\zeta + \mathbf{d}, \mathbf{Q}) N(\zeta; \mathbf{m}, \mathbf{P}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{Fm} + \mathbf{d}, \mathbf{Q} + \mathbf{FPF}^T) \quad (6)$$

$$N(\mathbf{z}; \mathbf{Hx}, \mathbf{R}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}, \mathbf{P}) = q(\mathbf{z}) N(\mathbf{x}; \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{\mathbf{P}}) \quad (7)$$

其中:  $q(\mathbf{z}) = N(\mathbf{z}; \mathbf{Hm}, \mathbf{R} + \mathbf{HPH}^T)$

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m} + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{Hm}), \tilde{\mathbf{P}} = (\mathbf{I} - \mathbf{KH})\mathbf{P}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{PH}^T(\mathbf{HPH}^T + \mathbf{R})^{-1}$$

**引理 2**<sup>[9]</sup> 径向积分可利用  $m_r$  点的高斯求积规则计算

$$\int_0^\infty f(r) r^{n-1} \exp(-r^2) dr = \sum_{i=1}^{m_r} a_i f(r_i) \quad (8)$$

球面积分利用  $m_s$  点的球面规则计算

$$\int_{U_n} f(rs) d\sigma(s) = \sum_{j=1}^{m_s} b_j f(rs_j) \quad (9)$$

而  $(m_s \times m_r)$  点的球面-径向积分规则的计算式为

$$\int_{R^n} f(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x}) d\mathbf{x} \approx \sum_{j=1}^{m_s} \sum_{i=1}^{m_r} a_i b_j f(r_i s_j) \quad (10)$$

取  $m_r = 1$  和  $m_s = 2n$ , 得到用三阶球面径向规则计算标

准高斯的加权积分为

$$\int_{R^n} f(\mathbf{x}) N(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I}) d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^m \omega_i f(\boldsymbol{\varepsilon}_i) \quad (11)$$

其中  $\boldsymbol{\varepsilon}_i = \sqrt{m/2} [1]_i$ ,  $\omega_i = 1/m$ ,  $i = 1, 2, \dots, m = 2n$ ,  $U^n = \{y \in R^n | \mathbf{y}^T \mathbf{y} = 1\}$  表示一球面区域,  $[1]_i$  表示全对称采样点中的一个点.

容积卡尔曼滤波(CKF)是基于球面径向体积准则的非线性卡尔曼滤波. 由引理 1 可知, 在线性高斯条件下, 多目标的后验概率假设密度可以表示为混合加权的高斯和的形式<sup>[7,8]</sup>. 在非线性的情况下, PHD 滤波器的后验概率假设密度不能直接表示为高斯加权的形式. 由引理 2 可知, 在非线性的情况下, 利用基于球面径向体积准则处理非线性的状态方程与观测方程时, 可以通过相应的高斯分布来近似后验概率假设密度函数, 高斯的加权积分可用  $2n$  个容积点的加权和近似计算.

### 2.2.1 CK-PHD 的预测

**定理 1** 在非线性高斯系统中, 假设多目标在  $k-1$  时刻的后验概率假设密度函数可表示为高斯混合的形式, 即

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)}) \quad (12)$$

利用三阶球面容积径向采样规则计算非线性函数的概率密度, 则:

(i) 多目标在  $k$  时刻的预测概率假设密度函数也可以近似表示为高斯混合的形式:

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}) \quad (13)$$

(ii)  $k$  时刻目标数的预测期望值为:

$$J_{k|k-1} = J_{k-1} e_{k|k-1} \quad (14)$$

证明: 根据预测公式(1)和引理 2 可以推出

$$\begin{aligned} v_{k|k-1}(\mathbf{x}) &= \int e_{k|k-1}(\xi) f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\xi) v_{k-1}(\xi) d\xi \\ &\approx \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} e_{k|k-1} \omega_{k-1}^{(j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(j)}) \\ &= \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}) \end{aligned} \quad (15)$$

其中: 利用均值和协方差  $\mathbf{m}_{k-1}^{(i)}$ ,  $\mathbf{P}_{k-1}^{(i)}$ , 通过三阶球面容积径向采样, 得到采样点:  $\{\mathbf{y}^{(l)}, \mu^{(l)}\}_{l=0}^L$ , 通过非线性函数传播:  $\mathbf{x}_{k/k-1}^{(l)} = f(\mathbf{y}^{(l)}, \mathbf{0}) + \mathbf{v}_k$ , 得:

$$\mathbf{m}_{S,k/k-1}^{(j)} = \sum_{l=0}^L \mu^{(l)} \mathbf{x}_{k/k-1}^{(l)} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{S,k/k-1}^{(j)} &= \sum_{l=0}^L \mu^{(l)} (\mathbf{x}_{k/k-1}^{(l)} - \mathbf{m}_{S,k/k-1}^{(j)}) (\mathbf{x}_{k/k-1}^{(l)} - \mathbf{m}_{S,k/k-1}^{(j)})^T \\ &\quad - \mathbf{m}_{S,k/k-1}^{(j)} \mathbf{m}_{S,k/k-1}^{(j)T} \end{aligned} \quad (17)$$

其中:  $L = 2n$ ,  $n$  为状态空间维数. 由引理 1 可知定理 1 中 (i) 成立, 所以 (ii) 也成立.

## 2.2.2 CK-PHD 的更新

**定理 2** 在非线性高斯系统中,假设多目标在  $k$  时刻的预测概率假设密度函数可近似表示为高斯混合的形式,即

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}) \quad (18)$$

利用三阶球面容积径向采样规则计算非线性函数的概率密度,则:

(i) 多目标在  $k$  时刻的后验概率假设密度函数也可以近似表示为高斯混合的形式:

$$v_k(\mathbf{x}) \approx (1 - p_D) v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} v_{D,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) \quad (19)$$

(ii)  $k$  时刻目标数的期望值为:

$$J_k = J_{k|k-1}(1 - p_D) + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(j)}(\mathbf{z}) \quad (20)$$

证明:根据更新公式(2)和引理 2 可以推出

$$v_{D,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(j)}(\mathbf{z}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k}^{(j)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_{k|k}^{(j)}) \quad (21)$$

$$\omega_k^{(j)}(\mathbf{z}) = \frac{p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(j)} N(\mathbf{z}; \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}, \mathbf{S}_{k|k}^{(j)})}{\lambda_k(\mathbf{z}) + p_{D,k} \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(l)} N(\mathbf{z}; \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(l)}, \mathbf{S}_{k|k}^{(l)})} \quad (22)$$

$$\mathbf{m}_{k|k}^{(j)}(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} + \mathbf{K}_k^{(j)}(\mathbf{z} - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}) \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(j)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} \quad (24)$$

其中:利用均值和协方差  $\mathbf{m} = [\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, 0, 0]^T$ ,  $\mathbf{P} = \text{diag}(\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{Q}_{k-1}, \mathbf{R}_{k-1})$ , 通过三阶球面容积径向采样,得到采样点:  $\{\mathbf{x}^{(l)}, \mu^{(l)}\}_{l=0}^L$ , 通过非线性函数传播:  $\mathbf{z}_{k|k-1}^{(l)} = h(\mathbf{x}^{(l)}, 0) + \mathbf{w}_k$ , 得:

$$\boldsymbol{\eta}_{S,k/k-1}^{(j)} = \sum_{l=0}^L \mu^{(l)} \mathbf{z}_{k/k-1}^{(l)} \quad (25)$$

$$\mathbf{S}_k^{(j)} = \sum_{l=0}^L \mu^{(l)} (\mathbf{z}_{k/k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{S,k/k-1}^{(j)}) (\mathbf{z}_{k/k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{S,k/k-1}^{(j)})^T \quad (26)$$

$$\mathbf{G}_k^{(j)} = \sum_{l=0}^L \mu^{(l)} (\mathbf{x}_{k/k-1}^{(l)} - \mathbf{m}_{S,k/k-1}^{(j)}) (\mathbf{z}_{k/k-1}^{(l)} - \boldsymbol{\eta}_{S,k/k-1}^{(j)})^T \quad (27)$$

$$\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{G}_k^{(j)} [\mathbf{S}_k^{(j)}]^{-1} \quad (28)$$

$$\mathbf{P}_{k/k}^{(j)} = \mathbf{P}_{k/k-1}^{(j)} - \mathbf{K}_k^{(j)} [\mathbf{G}_k^{(j)}]^T \quad (29)$$

其中:  $L = 2n$ ,  $n$  为观测空间维数. 由引理 1 可知定理 2 中 (i) 成立, 所以 (ii) 也成立.

## 3 新 GM-PHD 滤波器的设计

### 3.1 滤波器的初始化与新目标密度的生成

利用观测数据生成新目标的密度, 步骤如下.

假设传感器的位置为  $[x_0 \quad y_0]^T$ , 当  $k = 0$  时, 若传感器的测量数据的集合为  $\mathbf{Z}_0 = \{\mathbf{z}_i(0); i = 1, \dots, b_0\}$ , 其

中  $\mathbf{z}_i(0) = [r_i(0) \quad \theta_i(0)]^T$ , 则目标可能出现位置:  $[x^i(0), y^i(0)]^T$ , 扩维可得:  $\mathbf{x}_B^i(0) = [x^i(0), 0, y^i(0), 0]^T$ ,  $x^i(0) = x_0 + r_i(0) \times \cos \theta_i(0)$ ,  $y^i(0) = y_0 + r_i(0) \times \sin \theta_i(0)$ . 所以多目标的密度函数可表示为高斯混合的形式:

$$\begin{aligned} v_0(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{J_0} \omega_0^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_0^{(i)}, \mathbf{P}_0^{(i)}) \\ &= \sum_{i=1}^{b_0} \omega_B^i(0) N(\mathbf{x}; \mathbf{x}_B^i(0), \mathbf{P}_B^i(0)). \end{aligned}$$

同样, 当  $k > 0$  时, 若传感器在第  $k - 1$  时刻的测量数据的集合为  $\mathbf{Z}_{k-1} = \{\mathbf{z}_i(k-1); i = 1, \dots, b_{k-1}\}$ , 其中  $\mathbf{z}_i(k-1) = [r_i(k-1) \quad \theta_i(k-1)]^T$ , 则新目标可能出现位置为:  $[x^i(k-1), y^i(k-1)]$ , 经过扩维可得:

$$\mathbf{x}_B^i(k-1) = [x^i(k-1), 0, y^i(k-1), 0]^T.$$

所以测量数据生成的高斯混合新目标 PHD 为:

$$\gamma_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{b_{k-1}} \omega_B^i(k-1) N(\mathbf{x}; \mathbf{x}_B^i(k-1), \mathbf{P}_B^i(k-1)) \quad (30)$$

假定第  $k - 1$  时刻经剪枝合并后得到的幸存目标的高斯混合 PHD 为

$$v_{k-1}^*(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^*} \omega_{k-1}^{(j)}(\mathbf{x}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1|k-1}^{(j)}(\mathbf{x}), \mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(j)}) \quad (31)$$

则第  $k - 1$  时刻目标的高斯混合 PHD 为

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = \gamma_{k-1}(\mathbf{x}) + v_{k-1}^*(\mathbf{x}) \quad (32)$$

### 3.2 滤波器的预测与更新

假设已知  $k - 1$  时刻多目标的高斯项的集合  $\{\omega_k^i, \mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_k^i\}_{i=1}^{J_{k-1}^*}$ , 根据定理 1, 并将式(5)和(15)代入式(13)可以得到多目标在  $k$  时刻的预测概率假设密度函数, 即式(18). 假设  $k$  时刻的观测  $\mathbf{Z}_k$ , 根据定理 2, 把式(18)和(21)代入式(19)就得到了更新的后验概率密度函数的高斯混合形式, 即

$$v_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_k} \omega_k^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)})$$

由第 2 节的分析可知, 在  $k$  时刻, GM-PHD 滤波器需要的高斯项个数  $J_k = (J_{k-1} + J_{\gamma,k-1})(1 + |\mathbf{Z}_k|)$ , 可以看出, GM-PHD 的高斯项个数  $J_k$  随递归步数及量测的个数呈指数增长, 而且增长没有界限. 为避免 GM-PHD 滤波器中的高斯项数目随时间的增加无限的增大, 需要对高斯项进行裁剪与合并, 减少计算的复杂度, 同时还要保证估计的精确度.

### 3.3 高斯项的合并

把充分相似的高斯项合并成一个高斯项. 对于高斯项  $(\omega_k^i, \mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_k^i)$  和高斯项  $(\omega_k^j, \mathbf{x}_k^j, \mathbf{P}_k^j)$ , 设定合并门限  $U$ , 定义合并距离:

$$d_{ij} = (\mathbf{x}_k^i - \mathbf{x}_k^j)^T (\mathbf{P}_k^i + \mathbf{P}_k^j)^{-1} (\mathbf{x}_k^i - \mathbf{x}_k^j) \quad (33)$$

若  $d_{ij} \leq U$  充分小, 将它们合并成一个高斯项.

### 3.4 利用模糊门限的高斯项剪枝

为避免高斯项个数在滤波器迭代过程中的指数增长, 文献[8]直接给定了一个门限, 对那些低于此门限的权值, 就直接去掉, 这个方法可以大大降低计算量, 但是也存在一些问题, 例如固定门限设置多大才能去掉多余的高斯项, 保留有用的高斯项. 为此, 本文定义了模糊门限  $M_k$  对高斯项进行剪枝.

$$M_k = \lambda + (1 - \lambda)\alpha \quad (34)$$

其中  $\lambda = [s_1 J_{k-1} + (s_2 / p_D) |b_k - \lambda_c V|] / J_k$ ,  $b_k, \lambda_c V$  分别表示观测个数和杂波个数,  $p_D$  为目标的检测概率. 这样模糊门限中加入了杂波密度的信息, 从而可以根据杂波密度对门限进行自适应的调整, 但是通常  $\lambda$  可能比较小, 就意味着门限可能高. 所以我们另外设置了模糊调节参数:  $\alpha = \exp[-(A_k - (1 - \lambda)^2 / s^2)]$ ,  $0 < s \leq 1 - \lambda$  为调节系数, 而  $A_k = \sum_{i=1}^L \omega_k^i$ ,  $L = (1 - \lambda) \times J_k$ . 这样就考虑到权值较小的  $L$  个项中有可能也有目标. 本文取  $s = 0.1$ ,  $s_1 = s_2 = 0.5$ .

算法的具体步骤如下:

(1) 对高斯项的权值进行归一化处理, 并按照从小到大的顺序排列. 排好序的高斯项表示为

$$\{\omega_k^i, \mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_k^i\}_{i=1}^{J_k}$$

(2) 根据式(31)计算模糊门限  $M_k$ .

(3) 根据模糊门限计算要保留的高斯项个数  $J = J_k M_k$ , 并将  $J_k - J$  个权重小的高斯项裁掉.

利用模糊门限的裁剪方法能有效避免舍弃有用的高斯项, 同时达到减小计算量的效果.

### 3.5 滤波器的输出

本文根据权重的大小确定高斯混合 PHD 某一高斯项是否为真实目标. 若某高斯项的权重充分大, 大于设定的门限值(门限值取为 0.5, 同文献[8]), 那么该高斯项状态作为存活目标的状态被输出.

## 4 仿真结果及分析

假设目标的状态方程与观测方程分别为:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \mathbf{v}_k \quad (35)$$

$$\mathbf{z}_k = [\sqrt{x_k^2 + y_k^2} \quad \arctan(y_k/x_k)]^T + \mathbf{w}_k \quad (36)$$

其中:

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} & 0 & -\frac{(1 - \cos \Omega T)}{\Omega} & 0 \\ 0 & \cos \Omega T & 0 & -\sin \Omega T & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos \Omega T}{\Omega} & 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} & 0 \\ 0 & \sin \Omega T & 0 & \cos \Omega T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix},$$

观测噪声  $\mathbf{v}_k$  和测量噪声  $\mathbf{w}_k$  都是零均值高斯白噪声, 其协方差分别为  $\mathbf{Q}_k = [5 \quad 5 \quad 0.5\pi/180]^T$ ,  $\mathbf{R}_k = \text{diag}([\sigma_r^2 \quad \sigma_\theta^2]^T)$ .  $\sigma_r = 10\text{m}$ ,  $\sigma_\theta = 0.002\text{rad/s}$ . 目标的状态向量  $\mathbf{x}_k = [x_k \quad \dot{x}_k \quad y_k \quad \dot{y}_k \quad \Omega]^T$ ,  $(x_k, y_k)$  表示目标的位置,  $(\dot{x}_k, \dot{y}_k)$  表示目标的速度,  $\Omega = \frac{3^\circ}{s}$  为目标转弯速率,  $T = 1$  为采样时间间隔. 采用雷达对目标进行观测, 雷达位于坐标原点, 观测空间为二维平面区域  $[-1500, 1500] \times [-1500, 1500]$ , 杂波的分布密度为  $\lambda_c = 12.5 \times 10^{-6}$ , 目标的检测概率和目标存活概率分别为  $p_D = 0.99$ ,  $e_{k|k-1} = 0.99$ . 合并门限  $U = 4$ , 实验步长为 50. 多目标估计误差利用 Wasserstein 距离<sup>[4]</sup>.

图 1 为在杂波环境下整个观测时间内的测量数据和目标真实运动轨迹, 3 个目标存在的时间分别为: 目标 1(1~37s), 目标 2(6~50s), 目标 3(7~50s). 图 2 给出了利用观测数据初始化和未利用观测数据初始化滤波器估计的目标数, 利用观测数据初始化的滤波器能比较准确地估计出目标数, 而未利用观测数据初始化的滤波器估计出的目标数与真实目标数存在偏差. 图 3 给出了本文利用 CKF 和模糊门限改进的 GM-PHD(即: CK-PHD)的状态估计值, 从图中可以看出, CK-PHD 滤波器能给出各个时刻目标状态的估计值, 图 4 和图 5 的比较结果显示本文利用优化算法没有影响算法的跟踪精度.

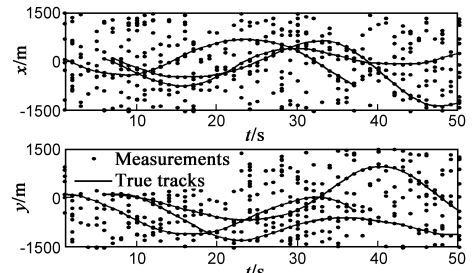


图1 测量值和目标的在x和y方向的真实轨迹

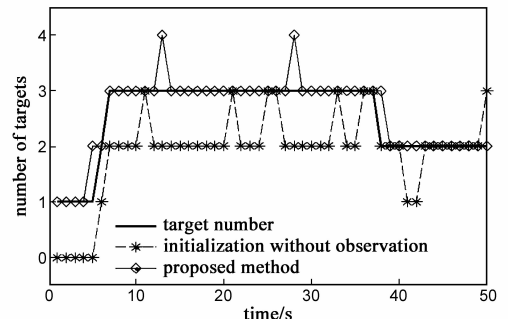


图2 两种方法的估计目标数

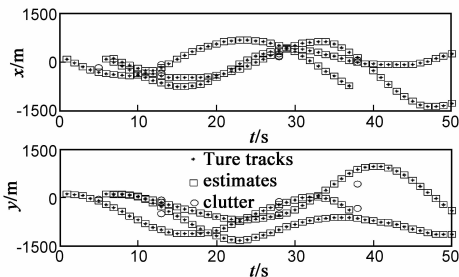


图3 CK-PHD的状态估计值和目标真实位置

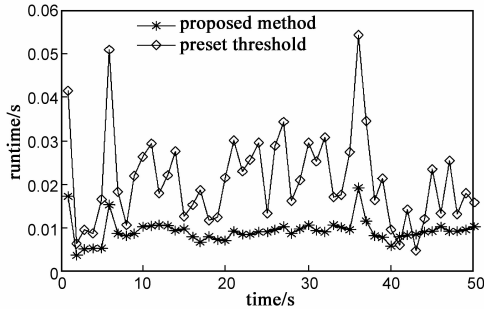


图4 2种优化算法的运行时间比较

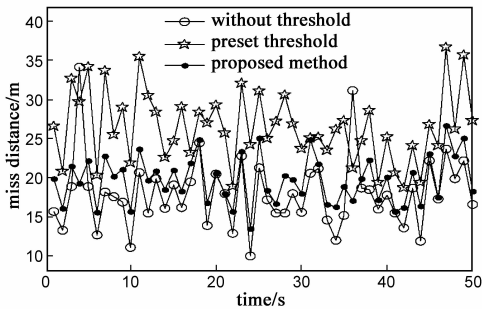


图5 三种CK-PHD方法位置均方根误差

图4给出了用固定门限进行裁剪的CK-PHD方法与模糊门限进行裁剪的CK-PHD方法的运行时间比较.从图4中可以看出具有裁剪功能的CK-PHD方法计算量明显减少了,可见用模糊门限进行裁剪方法具有更小的计算量,经过100次重复实验,用模糊门限进行裁剪方法平均运行时间是1.6889s,而利用固定门限的方法平均运行时间是4.1057s.图5给出了这三种CK-PHD方法的位置估计均方根误差的比较,从图中可以看出无剪裁的CK-PHD方法跟踪精度最好,但偶尔误差曲线波动较大.用模糊门限进行裁剪的方法跟踪精度相对较好,并且误差随时间变化不大,使用固定门限进行裁剪的方法跟踪精度相对较差有时会出现较大的误差.

图6是四种优化后的非线性PHD滤波器多目标跟踪的位置估计均方根误差,从图中可以看出PF-PHD的跟踪精度最差,UK-PHD和CK-PHD跟踪精度明显好于EK-PHD,CK-PHD跟踪精度最好.

表1给出了四种优化后的非线性PHD滤波器的时间复杂度的对比结果,从表中看出,EK-PHD的实时性能最好,PF-PHD实时性能最差,而CK-PHD实时性能比

UK-PHD要好,这是因为每次递推计算CKF需要的采样点数比UKF少一个,所以CKF的计算量稍小.总体看来CK-PHD的跟踪精度较高,跟踪速度相对较快.

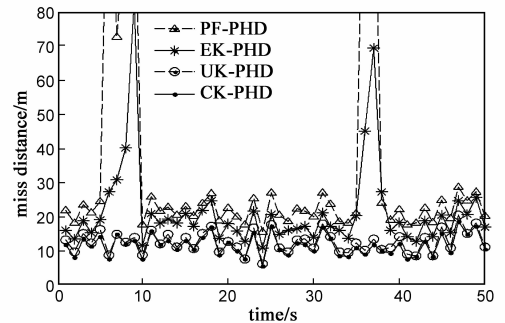


图6 四种算法位置均方根误差

表1 CPU运行时间对比

滤波器	100次试验算法 平均运行时间/s	相对计算 强度
EK-PHD	0.472654	1
CK-PHD	1.688869	3.5731
UK-PHD	2.365139	5.0040
PF-PHD(100个粒子)	21.908233	46.3515

另外,本文的实验条件是非线性高斯噪声下的多目标跟踪,GM-PHD滤波方法的跟踪精度比PF-PHD的要好,主要原因是粒子数目不够多,理论上讲,只要选取粒子足够多,PF-PHD的跟踪精度相对较高.但是增加粒子数就意味着提高计算复杂度,算法的实时性更差.对于系统噪声和量测噪声为非高斯噪声的多目标跟踪环境GM-PHD就无法使用,但PF-PHD仍然适用.

## 5 结语

针对目标数不定的多目标跟踪问题,基于随机有限集的概率假设密度滤波方法是一种有效的方法.为解决非线性高斯系统中的多目标跟踪问题,本文提出了一种基于容积卡尔曼滤波的概率假设密度多目标跟踪方法,并提出模糊门限优化算法减少了计算量,本文实验中比文献[8]的固定门限方法减少了60%.同时通过大量的仿真实验与其他同类算法的跟踪性能进行比较,为以后的科研工作提供有用的理论指导.另外下一步可以考虑研究CK-PHD的收敛性和稳定性<sup>[10-15]</sup>,进一步提高PHD在多目标跟踪领域的实用性.

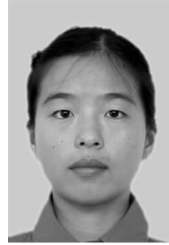
## 参考文献

- [1] Syed Ahmed Pasha, Hoang Duong Tuan, Ba-Ngu Vo. Nonlinear Bayesian filtering using the unscented linear fractional transformation model [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2010, 58(2): 477-489.
- [2] 童慧思,张颖,孟华东,等. PHD滤波器在多目标检测前跟踪中的应用[J]. 电子学报, 2011, 39(9): 2046-2051.

- Tong Hui-si, Zhang Hao, Meng Hua-dong, et al. Probability hypothesis density filter multitarget track-before-detect application [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(9): 2046 – 2051. (in Chinese)
- [3] Chenglin Wen, Zhiliang Li, Xiaobin Xu. A new method for extracting fuzzy evidence from fuzzy information based on the random set theory [A]. 7th World Congress on Intelligent Control and Automation [C]. Chongqing, China: IEEE, 2008. 4999 – 5003.
- [4] Mahler R. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion [M]. Boston: Artech House Publishers, 2007. 565 – 692.
- [5] BVo, S Singh, A Doucet. Sequential monte carlo methods for multi-target filtering with random finite sets [J]. IEEE Trans Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224 – 1245.
- [6] J Mullane, B -N Vo, M Adams, B -T Vo. A random finite set approach to bayesian SLAM [J]. IEEE Trans Robotics, 2011, 27(2): 268 – 282.
- [7] Kusha Panta, Daniel Clark, Ba-Ngu Vo. Data association and management for the Gaussian mixture probability hypothesis [J]. IEEE Trans Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(3): 1003 – 1016.
- [8] Ba-Ngu Vo, Wing-Kin Ma. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2006, 54(11): 4091 – 4014.
- [9] Ienkaran Arasaratnam, Simon Haykin. Cubature Kalman filters [J]. IEEE Trans Autom Control, 2009, 54(6): 1254 – 1269.
- [10] 刘宗香, 谢维信, 黄敬雄, 等. 被动传感器网基于模糊综合贴近度的航迹起始[J]. 电子学报, 2007, 35(8): 1476 – 1480.
- Liu Zong-xiang, Xie Wei-xin, Huang Jing-xiong, et al. Fuzzy track initiation algorithm in the passive sensor network [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 39(3): 1476 – 1480.
- [11] K Panta, B Vo, S Singh. Novel data association technique for the probability hypothesis density filter [J]. IEEE Trans Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(2): 556 – 570.
- [12] R Mahler, B -T Vo, B -N Vo. CPHD filtering in unknown clutter rate and detection profile [A]. Proc. 14th Annual Conf Information Fusion [C]. Chicago, USA: IEEE, 2011. 1 – 30.
- [13] D Clark, J Bell. Convergence results for the particle PHD filter [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2006, 54(7): 2652 – 2661.

- [14] D Clark, B Vo. Convergence analysis of the Gaussian mixture PHD filter [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2007, 55(4): 1204 – 1212.
- [15] Papi F, Battistelli G, Chisci L, et al. Multitarget tracking via joint PHD filtering and multiscan association [A]. The 12th International Conference on Information Fusion [C]. Seattle, WA, USA: ISIF, 2009. 1163 – 1170.

### 作者简介



王 品 女. 1983 年生于山东省定陶县, 2005 年和 2008 年分别获鲁东大学学士学位和中国海洋大学硕士学位. 现为深圳大学在读博士生. 主要研究方向为数据融合、随机集理论.  
E-mail: wangpin@vip.qq.com



谢维信 男. 教授、博士生导师、中国电子学会信号处理分会主任委员. 1941 生于广东省花都, 1965 年毕业于西安军事电讯工程学院, 1981-1983 年和 1989-1990 年分别在美国宾西法尼亚大学作访问学者和访问教授. 主要研究方向为信号处理、智能信息处理、模糊信息处理、雷达目标识别等.  
E-mail: wxxie@szu.edu.cn



刘宗香 男. 1965 年生于河南省光山县, 1985 和 1988 年分别获天津大学学士学位和硕士学位, 2005 年获西安电子科技大学工学博士学位. 现为深圳大学副研究员, 获军队科技进步奖 10 项. 主要研究方向为数据融合、智能信号处理、模糊信号处理.  
E-mail: zongxiangliu@sohu.com



李鹏飞 男. 1981 年出生于山东日照, 2004 年和 2007 年分别获防空兵学院军事学学士学位和工学硕士学位, 2010 年获深圳大学工学博士学位. 现为防空兵指挥学院讲师, 主要研究方向为多传感器数据融合、雷达数据处理.  
E-mail: roc5683@szu.edu.cn