

噪声环境下多模态函数优化的遗传算法

李军华, 黎明

(南昌航空大学无损检测技术教育部重点实验室, 江西南昌 330063)

摘要: 针对噪声环境下多模函数的优化, 本文理论上分析了噪声对多模函数优化的全局收敛性和收敛精度的影响, 并通过全局区域搜索率和全局区域收敛精度分析噪声对算法的影响程度. 实验结果和分析表明, 增加多模函数寻优难度和噪声强度, 遗传算法的全局区域搜索率都在下降, 全局区域收敛精度总体变差; 重采样的方法能够有效提高算法的全局区域搜索率, 总体改善算法的全局区域收敛精度; 确定性排挤遗传算法 (Deterministic Crowding Genetic Algorithm, DCGA) 和多种群遗传算法 (Multi-Population Genetic Algorithm, MPGA) 的全局区域搜索率和全局区域收敛精度要优于杰出保留遗传算法 (Elist Genetic Algorithm, EGA).

关键词: 遗传算法; 多模函数优化; 噪声环境

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2012)02-0327-04

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.02.019

Genetic Algorithm for Multi-Modal Function Optimization in Noisy Environments

LI Jun-hua, LI Ming

(Key Laboratory of Nondestructive Testing (Ministry of Education), Nanchang Hangkong University, Nanchang, Jiangxi 330063, China)

Abstract: An in-depth study was carried out on the genetic algorithm for MFO (Multi-modal function optimization) in noise environment. The effect of noise on MFO was theoretically analyzed. The probability of searching global area and the precision of global convergence were proposed to analyze the global convergence of genetic algorithm for MFO. It was found that the complexity of Multi-modal function and the strength of noise have influence on the performance of genetic algorithm for MFO. The result shows resampling method could lower the effect of noise, and the performance of MPGA and DCGA was better than that of EGA.

Key words: genetic algorithm; Multi-modal function optimization; noise environment

1 引言

实际问题求解的环境往往非常复杂, 许多不确定的环境因素、硬件设施、训练样本的错误、人为因素等都可导致问题处在包含一个或多个噪声的求解环境下. 在大量实际优化问题中, 不仅存在全局最优解, 而且可能有多个全局最优解和局部最优解, 这类问题一般称为多模态函数优化问题, 有研究者提出了多种求解无噪声干扰的多模函数优化的改进遗传算法^[1~3], 取得了较好的优化性能.

由于进化优化技术在噪声环境下具有很好的鲁棒性, 近来噪声环境下的进化优化受到越来越多的关注^[4,5]. Arnold 与 Beyer^[6]比较了进化策略与其它局部启发搜索算法的性能, 结果表明进化策略具有明显优势.

Greiner^[7]对个体的适应度进行多次采样以平均值作为个体的有效适应度, 降低了噪声的影响. 黎明等研究了噪声环境下遗传算法的性能评价指标^[8]. Darwin 与 Pollock^[9]研究了噪声对协同进化学习的影响, 认为在小种群的情况下, 重采样机制能改善学习的效果, 如果种群足够大时, 重采样机制并不能改善学习的效果. 对于求解噪声环境下的多模函数优化则少有文献报道, 为此本文在这方面作了一些探索.

在噪声环境下, 适应度函数中包含随机噪声, 使得适应度函数不能真实反映个体适应环境的能力, 由此得到的任何优化结果都是不可靠的. 那些在搜索过程中由于适应度高而被保留下的个体, 不一定是真正优秀的, 噪声在其中起了很大的欺骗作用, 从而常常使搜索迷失方向, 降低了算法的全局搜索性能.

本文研究了噪声环境对多模函数优化的影响,分析了噪声对多模函数优化的影响机理,提出全局区域搜索率和全局区域收敛精度用于分析噪声对多模函数优化的影响程度.

2 噪声环境下的多模函数优化问题

2.1 噪声环境下多模函数优化问题

本文分析由于检测精度等问题导致系统的性能评价过程包含噪声的情况.考虑噪声对多模函数优化的扰动,建立的目标函数模型如下

$$F_{\sigma}(X) = F(X) + \sigma Z \quad (1)$$

式中, $F_{\sigma}(X)$ 是噪声干扰后的函数值, $F(X)$ 是原始的多模态函数值, 则 Z 为服从标准正态分布随机变量, σ 表示该噪声的强度.

2.2 噪声对遗传算法的影响

在多模态函数优化中,首先要关心的是优化算法要找到全局极值区域,而后关心的是算法的收敛精度.为此,从这两个方面分析噪声对遗传算法优化多模态函数的影响.

由图1,算法搜索到 $[a, b]$ 之间时,算法的最优解已优于局部最优解,可以认为算法搜索到全局极值区域.假设算法在 t 时刻搜索到全局极值区域的概率为 $P_1(t)$,在其它区域的概率为 $P_2(t)$.

无噪声干扰时,算法在 $t+1$ 时刻由其他区域进入全局极值区域的概率为 $P_{21}(t+1)$,算法在 $t+1$ 时刻搜索到全局极值区域的概率为 $P_g(t+1)$,则

$$P_g(t+1) = P_1(t) + P_2(t) \times P_{21}(t+1) \quad (2)$$

有噪声干扰时,设算法 t 时刻的最优解 $x(t)$ 在全局极值区域,而 $x(t+1)$ 是下一代种群的最优解,若 $x(t+1)$ 不处于全局极值区域,当 $F_{\sigma}(x(t+1)) > F_{\sigma}(x(t))$,则 $x(t+1)$ 代替 $x(t)$,即存在由全局极值区域进入其它区域的概率 $P_{12\sigma}(t+1)$.同理如果算法 t 时刻的最优解 $x(t)$ 在非全局极值区域,而 $x(t+1)$ 是下一代种群的最优解处于全局极值区域,当 $F_{\sigma}(x(t+1)) > F_{\sigma}(x(t))$,则 $x(t+1)$ 代替 $x(t)$,即存在算法在 $t+1$ 时刻由非全局极值区域进入全局极值区域的概率 $P_{21\sigma}(t+1)$,但是在 $F(x(t+1)) > F(x(t))$ 的前提下,同时 $F_{\sigma}(x(t+1)) > F_{\sigma}(x(t))$ 也要成立,即

$$\begin{aligned} F_{\sigma}(x(t+1)) &= F(x(t+1)) + \zeta_{t+1} > F_{\sigma}(x(t)) \\ &= F(x(t)) + \zeta_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \zeta_{t+1} &> F(x(t)) - F(x(t+1)) + \zeta_t \\ \therefore P_{21\sigma}(t+1) &= P\{\zeta_{t+1} | \zeta_{t+1} > F(x(t)) - F(x(t+1)) + \zeta_t\} \\ &\quad \times P\{F(x(t+1)) > F(x(t))\} \\ &= P\{\zeta_{t+1} | \zeta_{t+1} > F(x(t)) - F(x(t+1)) + \zeta_t\} \\ &\quad \times P_{21}(t+1) \end{aligned}$$

算法在 $t+1$ 时刻搜索到全局极值区域的概率为 $P_{g\sigma}(t+1)$,则

$$\begin{aligned} P_{g\sigma}(t+1) &= P_1(t) \times (1 - P_{12\sigma}(t+1)) + P_2(t) \\ &\quad \times P_{21\sigma}(t+1) \end{aligned} \quad (3)$$

对比式(2)、(3)可知, $P_{g\sigma}(t+1) < P_g(t+1)$,即噪声降低了算法的全局搜索性能.

图2所示, x^* 分别是函数的全局最优解,若算法在 t 时刻的最优解分别是 x_1 ,经过交叉变异获得的最优解为 $y^*(t)$,遗传算法采用最优保留策略.无噪声干扰时,记 x_2 取代 x_1 的概率为 $P(x_2 \rightarrow x_1)$,有 $P(x_2 \rightarrow x_1) = P\{y^*(t) = x_2\}$.

有噪声干扰时,记 x_2 取代 x_1 的概率为 $P_{\sigma}(x_2 \rightarrow x_1)$,有

$$\begin{aligned} P_{\sigma}(x_2 \rightarrow x_1) &= P\{F_{\sigma}(x_2) = F(x_2) + \zeta_2 > F_{\sigma}(x_1) \\ &= F(x_1) + \zeta_1\} \times P\{y^*(t) = x_2\} \\ &= P\{\zeta_2 > F(x_1) - F(x_2) + \zeta_1\} \\ &\quad \times P\{y^*(t) = x_2\} \end{aligned} \quad (4)$$

由式(4)可知, $P_{\sigma}(x_2 \rightarrow x_1) < P(x_2 \rightarrow x_1)$,即噪声影响了遗传算法收敛精度的提高.

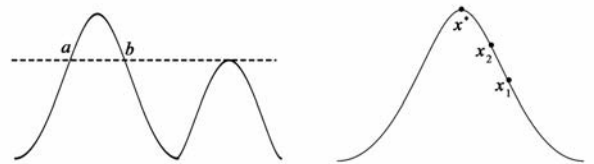


图1 多模函数全局搜索示意图

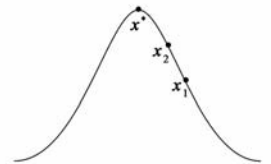


图2 收敛精度提高示意图

3 实验

为了测试噪声对多模函数优化的全局收敛性和收敛精度的影响,本文定义遗传算法的全局区域搜索率 P_g 和全局区域收敛精度 g_{ϵ} .具体为:若算法优化多模函数 n 次,算法搜索到的最优解落在最优解区域的次数为 k 次,其实际目标函数值为 $(f_{g1}, f_{g2}, \dots, f_{gk})$,则 $P_g = \frac{k}{n} (k \leq n)$, $g_{\epsilon} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (f(x^*) - f_{gi})$.采用 EGA、DCGA 和 MPGA 优化三维 Ripple 函数. Z 为在 $(-0.05, 0.05)$ 范围内服从 $N(0, 0.01)$ 的正态分布噪声,实验的强度依次为 0, 0.5, 1, 1.5 和 2. EGA 和 DCGA 的种群规模为 100, MPGA 的种群规模为 10×100 ,交叉率为 0.85,变异率为 0.1,采用混合交叉算子和高斯变异算子.

3.1 测试函数

改进 Ripple 函数是一个三维多模态函数,定义如下:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, x_3) &= 0.5 - \frac{\sin^2(\sqrt{((x_1-2)^2 + (x_2-2)^2 + (x_3-2)^2)}) - 0.5}{(1 + \alpha((x_1-2)^2 + (x_2-2)^2 + (x_3-2)^2))^2}, \\ &\quad -10 < x_1, x_2, x_3 < 10 \end{aligned} \quad (5)$$

该函数在(2,2,2)处有唯一全局最优解 $f_2(2,2,2) = 1$,随着 α 的增大,函数的遗传寻优难度降低.当 $\alpha = 0.001$ 时,最大的局部最优值为 0.990284, $\alpha = 0.005$ 时,最大的局部最优值为 0.954281, $\alpha = 0.01$ 时,最大的局部最优值为 0.914877.但在最大值周围有多个圈脊,形成无数个局部极值,因此具备强烈的震荡性质,是典型的单极值点多模态函数.针对改进 *Ripple* 函数,若遗传算法的最优解大于最大的局部最优值,则认为算法搜索到全局最优区域.

3.2 实验结果

由表 1~3 可知,随着噪声强度的增加三种算法的全局区域搜索率都在下降,全局区域收敛精度总体变差,随着 α 的增大,相同条件下遗传算法的全局区域搜索率和全局区域收敛精度都有提高.对比表 1~6 可知,

表 1 一次采样 EGA 的实验结果

噪声	无噪声	0.5N (0,0.01 ²)	N (0,0.01 ²)	1.5N (0,0.01 ²)	2N (0,0.01 ²)
$\alpha = 0.001$	P_g	0	0	0	0
	g_ϵ	-	-	-	-
$\alpha = 0.005$	P_g	0.17	0.125	0	0
	g_ϵ	0.011	0.014	-	-
$\alpha = 0.01$	P_g	0.474	0.125	0.09	0
	g_ϵ	0.013	0.024	0.0218	-

表 2 一次采样 DCGA 的实验结果

噪声	无噪声	0.5N (0,0.01 ²)	N (0,0.01 ²)	1.5N (0,0.01 ²)	2N (0,0.01 ²)
$\alpha = 0.001$	P_g	0.4	0.091	0	0
	g_ϵ	0.0024	0.00326	-	-
$\alpha = 0.005$	P_g	1	1	1	0.542
	g_ϵ	0.0009	0.00355	0.0057	0.0095
$\alpha = 0.01$	P_g	1	1	1	1
	g_ϵ	0	0.0013	0.0046	0.0042

表 3 一次采样 MPGA 的实验结果

噪声	无噪声	0.5N (0,0.01 ²)	N (0,0.01 ²)	1.5N (0,0.01 ²)	2N (0,0.01 ²)
$\alpha = 0.001$	P_g	0.375	0	0	0
	g_ϵ	0.0005	-	-	-
$\alpha = 0.005$	P_g	1	1	0.7	0.625
	g_ϵ	0.00024	0.000522	0.00146	0.00151
$\alpha = 0.01$	P_g	1	1	1	0.957
	g_ϵ	0.0001	0.000592	0.00142	0.00149

表 4 四次重采样 EGA 的实验结果

噪声	无噪声	0.5N (0,0.01 ²)	N (0,0.01 ²)	1.5N (0,0.01 ²)	2N (0,0.01 ²)
$\alpha = 0.001$	P_g	0	0	0	0
	g_ϵ	-	-	-	-
$\alpha = 0.005$	P_g	0.17	0.23	0.17	0.13
	g_ϵ	0.011	0.0109	0.013	0.024
$\alpha = 0.01$	P_g	0.474	0.52	0.41	0.47
	g_ϵ	0.013	0.009	0.008	0.0145

重采样的方法能够有效提高算法的全局区域搜索率,总体改善算法的全局区域收敛精度.在相同的噪声条件下,MPGA 和 DCGA 的性能要优于 EGA.

表 5 四次重采样 DCGA 的实验结果

噪声	无噪声	0.5N (0,0.01 ²)	N (0,0.01 ²)	1.5N (0,0.01 ²)	2N (0,0.01 ²)
$\alpha = 0.001$	P_g	0.4	0.13	0	0
	g_ϵ	0.0024	0.0044	-	-
$\alpha = 0.005$	P_g	1	1	1	1
	g_ϵ	0.0009	0.0014	0.0036	0.0051
$\alpha = 0.01$	P_g	1	1	1	1
	g_ϵ	0	0.00049	0.00146	0.0022

表 6 四次重采样 MPGA 的实验结果

噪声	无噪声	0.5N (0,0.01 ²)	N (0,0.01 ²)	1.5N (0,0.01 ²)	2N (0,0.01 ²)
$\alpha = 0.001$	P_g	0.375	0.259	0.038	0
	g_ϵ	0.0005	0.00075	0.00317	-
$\alpha = 0.005$	P_g	1	1	1	0.933
	g_ϵ	0.00024	0.00037	0.00089	0.00112
$\alpha = 0.005$	P_g	1	1	1	1
	g_ϵ	0.0001	0.00019	0.00051	0.00108

3.3 实验结果分析

假设已知 $F_1 - F_2 = \epsilon > 0 (F_1 > F_2)$,噪声的强度为 1,两次采样噪声为 ζ_1, ζ_2 ,有 $P_{\epsilon 1} = P\{|\zeta_1 - \zeta_2| > \epsilon\}$,若噪声的强度为 k ,两次采样噪声为 ζ'_1, ζ'_2 则 $P_{\epsilon k} = P\{|\zeta'_1 - \zeta'_2| > \epsilon\} = P\{|\zeta_1 - \zeta_2| > \frac{\epsilon}{k}\}$,即 k 越大 $P_{\epsilon k}$ 越大.

$P_{12\sigma}(t+1) = P\{F(x(t+1)) + \zeta_{t+1} > F(x(t)) + \zeta_t\} = P\{\zeta_{t+1} - \zeta_t > F(x(t)) - F(x(t+1))\}$ 而令 $F(x(t)) - F(x(t+1)) = \epsilon > 0$,则 $P_{12\sigma}(t+1) = P\{\zeta_{t+1} - \zeta_t > \epsilon\} = \frac{1}{2} P\{|\zeta_{t+1} - \zeta_t| > \epsilon\}$,当 $P_{\epsilon k}$ 增加, $P\{|\zeta_{t+1} - \zeta_t| > \epsilon\}$ 增加,所以,随着噪声强度的增加,算法的 $P_{12\sigma}(t+1)$ 都在增加.

令 $F(x(t+1)) - F(x(t)) = \epsilon > 0, P_{21\sigma}(t+1) = P\{\epsilon > \zeta_t - \zeta_{t+1}\} \times P_{21}(t+1)$,当 $P_{\epsilon k}$ 增加, $P\{\epsilon > \zeta_t - \zeta_{t+1}\}$ 下降,所以,随着噪声强度的增加,算法的 $P_{21\sigma}(t+1)$ 都在下降.由式(3)可知,随着噪声强度的增加, $P_{g\sigma}(t+1)$ 下降,符合表 1~3 的结果.

在相同的噪声强度下,重采样的方法实际上对采样的噪声进行了均值滤波,降低了噪声的强度.降低了噪声的强度,就降低了 $P_{\epsilon k}$,降低了 $P_{12\sigma}(t+1)$ 和加大了 $P_{21\sigma}(t+1)$,由式(3)可知 $P_{g\sigma}(t+1)$ 增加,实验结果也表明重采样的方法能降低噪声的影响,提高算法的全局区域搜索率.

比较无噪声情况下,MPGA 和 DCGA 的全局区域搜索率和全局区域收敛精度要优于 EGA,表明 MPGA 和 DCGA 的 $P_{21}(t+1)$ 大于 EGA.又由于在相同的噪声条

件下,算法的 $P_{21}(t+1)$ 越大则算法的全局区域搜索率越高,从而说明在噪声环境中表 1~6 的三种算法的性能。

4 结论

本文通过实验和分析发现,在噪声环境下,多模函数的优化过程受到噪声的影响,破坏了遗传算法的“优胜劣汰”机制。针对噪声环境下多模函数的优化,本文通过全局区域搜索率和全局区域收敛精度分析噪声对算法的全局收敛性和收敛精度的影响。实验结果和分析表明,随着噪声强度的增加遗传算法的全局区域搜索率都在下降,全局区域收敛精度总体变差,重采样的方法能够有效提高算法的全局区域搜索率,总体改善算法的全局区域收敛精度。随着 α 的增大,相同条件下遗传算法的全局区域搜索率和全局区域收敛精度都有提高。MPGA 和 DCGA 的全局区域搜索率和全局区域收敛精度要优于 EGA。

本文认为对于噪声环境下的遗传算法有待更深入的研究,本文后续将从以下方向进行研究:方向一为创新噪声处理方法,降低噪声的影响,提高遗传算法的综合性能;方向二为改进遗传算法的遗传算子、策略,提高算法的抗干扰能力。

参考文献

- [1] 李敏强,寇纪淞.多模态函数优化的协同多群体遗传算法[J].自动化学报,2002,28(4):497-504.
Li Min-Qiang, Kou Ji-Song. Coordinate multi-population genetic algorithms for multi-modal function optimization[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(4): 497-504. (in Chinese)
- [2] 于歆杰,王赞基.自适应调整峰半径的适应值共享遗传算法[J].自动化学报,2002,28(5):816-820.
Yu Xin-Jie, Wang Zan-Ji. The fitness sharing genetic algorithm with self-adaptive control of peaks radii[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(5): 816-820. (in Chinese)
- [3] 王湘中,喻寿益.多模态函数优化的多种群进化策略[J].控制与决策,2006,21(3):285-288.
Wang Xiang-Zhong, Yu Shou-Yi. Multi-population evolution

strategies for multi-modal function optimization[J]. Control and Decision, 2006, 21(3): 285-288. (in Chinese)

- [4] H G Beyer. Evolutionary algorithms in noisy environments: Theoretical issues and guidelines for practice [J]. Comput Methods in Mech Appl Eng, 2000, 186: 239-267.
- [5] Y Jin, J Branke. Evolutionary optimization in uncertain environments - A survey [J]. IEEE Trans Evol Comput, 2005, 9(3): 303-317.
- [6] D V Arnold, H G Beyer. A comparison of evolution strategies with other direct search methods in the presence of noise [J]. Comput Optim Appl, 2003, 24: 135-159.
- [7] H Greiner. Robust optical coating design with evolution strategies [J]. Appl Opt, 1996, 35(28): 5477-5483.
- [8] 黎明,李军华.噪声环境下遗传算法的性能评价[J].电子学报,2010,38(9):21-26.
Li Ming, Li Jun-hua. Performance evaluation of genetic algorithm in noisy environments [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(9): 21-26. (in Chinese)
- [9] P Darwen, J Pollack. Co-evolutionary learning on noisy tasks [A]. Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation [C]. Washington, DC, USA: IEEE, 1999. 1724-1731.

作者简介



李军华 男,1974 年生于江西莲花,副教授。主要研究方向为进化计算、智能控制。
E-mail: jhlee126@126.com



黎明 男,1965 年生于江西南昌,教授,博士生导师,主要研究方向为进化计算、图像处理。
E-mail: limingniat@hotmail.com