

# 基于 CAFMS 算法的正弦调频信号参数估计及性能分析

牛 杰,姜卫东,程永强,黎 湘,匡纲要

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

**摘 要:** 文章提出了一种估计单分量正弦调频信号参数的新算法,详细分析并推导得到了调制指数与幅度两个参数的理论估计精度.仿真结果表明,在较高信噪比条件时(SNR > -3dB)论文所提算法的估计理论精度与仿真精度基本上是一致的.这说明了文章理论分析的正确性,也说明了论文所提算法的有效性和优越性.

**关键词:** 参数估计; 正弦调频信号; 循环自相关函数峰值搜索算法; 调制指数; 估计精度

**中图分类号:** TN95      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2012) 07-1460-05

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.07.028

## Parameters Estimation of a Sinusoidal FM Signal Based on Cyclic Autocorrelation Function Maximum Search Algorithm and Its Performance Analysis

NIU Jie, JIANG Wei-dong, CHENG Yong-qiang, LI Xiang, KUANG Gang-yao

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract:** This paper proposes a new algorithm that can be used for estimating the parameters of a sinusoidal frequency modulated (FM) signal. Asymptotic statistical results are derived for the modulation index and amplitude estimates. Simulation results show that the theoretical results are asymptotically optimal at the SNR above -3dB, which indicates the efficiency and superiority of the proposed algorithm as well as the exactness of the accuracy analysis.

**Key words:** parameters estimation; sinusoid FM signal; cyclic autocorrelation function maximum search (CAFMS) algorithm; modulation index; estimation accuracy

### 1 引言

正弦调频信号参数估计问题在许多工程领域都能遇到,如雷达、声纳、语音和激光.众所周知,微动目标雷达回波信号的一般形式为正弦调频信号.微动(Micro-motion)是指目标或目标的组成部分除了主体平动之外的振动、转动等小幅运动<sup>[1]</sup>.微动是由目标的特殊结构在特定的受力作用下引起的,因此目标微动状态常常是独一无二的,反映了目标的精细特征,可以用来作为目标识别的重要依据<sup>[2]</sup>.研究正弦调频信号参数估计问题,对于雷达微动目标辨识有着重要意义<sup>[3]</sup>.目前,时频变换被广泛用于提取正弦调频信号的瞬时频率参数<sup>[4,5]</sup>.

循环平稳理论研究如何获取信号或系统的时变特性,是循环平稳信号分析、检测和估计的有力工具.循环平稳处理可以通过非线性变换提取出信号中隐含的周期特性,并且具有良好的抗干扰和抗噪性能.目前,循环

平稳理论在机械设备故障检测中得到广泛应用<sup>[6]</sup>.本文提出了一种基于 CAFMS (Cyclic Autocorrelation Function Maximum Search)的新算法对正弦调频信号进行参数估计,在理论上详细地分析该算法的估计性能,并进行仿真验证.

### 2 CAFMS 算法

#### 2.1 循环自相关的定义

将信号  $x(t)$  的相关函数定义为

$$R_x(t + \tau/2, t - \tau/2) = E \{ x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) \} \quad (1)$$

若

$$R_x(t + \tau/2, t - \tau/2) = R_x(t + T_0 + \tau/2, t + T_0 - \tau/2) \quad (2)$$

将其展开成 Fourier 级数,有

$$R_x(t + \tau/2, t - \tau/2) = \sum_{|a|} R_x^a(\tau) e^{j2\pi a t} \quad (3)$$

Fourier 系数由下式给出

$$R_x^\alpha(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (4)$$

其中,  $R_x^\alpha(\tau)$  称为循环自相关函数<sup>[7]</sup> (cyclic autocorrelation function),  $\alpha$  称为二阶循环频率, 简称循环频率 (cycle frequency).

## 2.2 正弦调频信号的循环自相关函数

对于单分量正弦调频信号

$$x(t) = s(t) + w(t) = A \exp(j\beta \sin(2\pi f_m t + \phi)) + w(t) \quad (5)$$

其中,  $A$  为幅度,  $\beta$  为调制指数,  $f_m$  为调制频率,  $\phi$  为初始相位,  $w(t)$  是服从  $N(0, \sigma_w^2)$  分布的高斯白噪声,  $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ . 计算信号  $x(t)$  的循环自相关

$$R_x^\alpha(\tau) = R_s^\alpha(\tau) + R_w^\alpha(\tau) + R_{sw}^\alpha(\tau) + R_{ws}^\alpha(\tau) \quad (6)$$

式(6)右边第一项是信号项, 第二项是噪声干扰项, 第三项和第四项是信号与噪声的交叉项. 在理想观测时, 后面三项在  $\alpha \neq 0$  时均为零, 在  $\alpha = 0$  时, 只有第二项  $R_w^0(\tau)$  在  $\tau = 0$  时才不为零, 且  $R_w^0(0) = \sigma_w^2$ , 后两项均为零<sup>[6]</sup>. 这时

$$R_x^0(\tau) = \begin{cases} R_s^0(\tau) + \sigma_w^2, & \tau = 0 \\ R_s^0(\tau), & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

计算  $s(t)$  的自相关函数

$$s(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2) = A^2 e^{j2\beta \cos(2\pi f_m t + \phi) \sin(\pi f_m \tau)} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} R_x^\alpha(\tau) &\approx \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha t} dt \\ &= \sum_n j^n A^2 J_n[2\beta \sin(\pi f_m \tau)] \text{sinc}[T(\alpha - n f_m)] e^{jn\phi} \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $J_n(\cdot)$  为整数阶第一类 Bessel 函数, 相位  $e^{jn\phi}$  对幅值并无影响, 当  $x = 0$  时,  $\text{sinc}(x) = 1$ . 式(9)中的循环自相关函数的幅值可以写成

$$|R_x^\alpha(\tau)| = \sum_n A^2 |J_n[2\beta \sin(\pi f_m \tau)]| \quad (10)$$

当

$$\alpha = n f_m, \quad n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \quad (11)$$

循环自相关  $R_x^\alpha(\tau)$  值才不为零.

## 2.3 CAFMS 算法

取循环自相关在  $\alpha = 0$  处的切片:

$$R_x^0(\tau) = \begin{cases} A^2 J_0[2\beta \sin(\pi f_m \tau)] + \sigma_w^2, & \tau = 0 \\ A^2 J_0[2\beta \sin(\pi f_m \tau)], & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (12)$$

根据第一类 Bessel 函数的性质,  $J_0(x)$  是偶函数:  $J_0(-x) = J_0(x)$ , 并且最大值出现在  $x = 0$  处, 所以在  $\tau = 0$  时,  $R_x^0(\tau)$  将取最大值, 因此这时  $R_x^0(\tau)$  也取最大值. 函数  $\sin(t)$  的周期为  $2\pi$ , 根据复合函数的性质,

$R_x^0(\tau)$  的周期  $T_{\text{cycle}} = \frac{\pi}{\pi f_m} = \frac{1}{f_m}$ , 设置合适的门限阈值, 通过搜索  $R_x^0(\tau)$  峰值对应的位置就可以估计得到周期  $T_{\text{cycle}}$ , 调制频率为

$$\hat{f}_m = 1/T_{\text{cycle}} \quad (13)$$

取循环自相关在  $\alpha = n f_m$  处的切片

$$|R_x^{n f_m}(\tau)| = A^2 |J_n[2\beta \sin(\pi f_m \tau)]| \quad (14)$$

假设  $J_n(x)$  的最大值出现在  $x = x_n$  处, 即

$$x_n = \arg \max_{x > 0} |J_n(x)| \quad (15)$$

$x_n$  与最大值  $J_n(x_n)$  都是固定值, 函数  $\sin(\pi f_m \tau)$  在  $[0, T_{\text{cycle}}/2]$  区间单调递增, 所以  $R_x^{n f_m}(\tau)$  也单调递增. 当调制指数  $\beta \geq x_n/2$  时,  $R_x^{n f_m}(\tau)$  的峰值出现在  $|2\beta \sin(\pi f_m \tau)| = x_n$  处. 只要对  $R_x^{n f_m}(\tau)$  进行峰值搜索就可以得到最大值及其对应的时间延迟, 即

$$\hat{\tau}_n = \arg \max |R_x^{n f_m}(\tau)| \quad (16)$$

峰值记为  $R_x^{n f_m}(\tau_n)$ . 在  $\alpha = n f_m$  的切片上, 若  $\beta \geq x_n/2$ , 可以得到调制指数以及与幅度  $A$  的估计

$$\hat{\beta}_n = \frac{x_n}{|2\sin(\pi f_m \hat{\tau}_n)|} \quad (17)$$

$$\hat{A}_n = \sqrt{\left| \frac{R_x^{n f_m}(\tau_n)}{J_n(x_n)} \right|} \quad (18)$$

取  $2|\beta|$  个切片计算结果的均值作为  $\beta$  的估计

$$\hat{\beta} = \sum_{n=-|\beta|}^{|\beta|} \frac{\hat{\beta}_n}{2|\beta|} \quad (19)$$

## 3 CAFMS 算法的估计精度分析

当  $w(t) = 0$  时

$$|R_x^\alpha(\tau)| = |R_s^\alpha(\tau)| = \left| \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) s^*(t - \tau) e^{-j2\pi\alpha t} dt \right| \quad (20)$$

当  $\tau = \tau_n$  时, 式(20)取得最大值

$$\left. \frac{\partial |R_x^\alpha(\tau)|}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_n} = 0 \quad (21)$$

$|R_x^\alpha(\tau)|$  与  $|R_x^\alpha(\tau)|^2$  的峰值点一致, 而  $\frac{\partial |R_x^\alpha(\tau)|}{\partial \tau}$  与  $\frac{\partial |R_x^\alpha(\tau)|^2}{\partial \tau}$  的零点一致, 因此

$$\left. \frac{\partial |R_x^\alpha(\tau)|^2}{\partial \tau^2} \right|_{\tau=\tau_n} = 0 \quad (22)$$

由于不可能做到无限长时间观测, 从而式(6)的后三项不恒为零.  $|R_x^\alpha(\tau)|$  的峰值点与  $|R_s^\alpha(\tau)|$  的峰值点不再吻合, 时延估计值  $\hat{\tau}_n$  将偏离真实值  $\tau_n$ . 在高信噪比条件下, 忽略式(6)第二项的影响, 近似有

$$R_x^\alpha(\tau) \approx R_s^\alpha(\tau) + R_{sw}^\alpha(\tau) + R_{ws}^\alpha(\tau) \quad (23)$$

对式(23)左右两边平方, 在高信噪比条件下忽略二

次项影响,并代入到式(22),可得

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\partial |R_s^\alpha(\tau)|^2}{\partial \tau} \right]_{\tau=\tau_n} + 2\text{Re} \left[ \frac{\partial \{R_s^\alpha(\tau) R_{us}^\alpha(\tau)\}}{\partial \tau} \right]_{\tau=\tau_n} \\ & + 2\text{Re} \left[ \frac{\partial \{R_s^\alpha(\tau) R_{sw}^\alpha(\tau)\}}{\partial \tau} \right]_{\tau=\tau_n} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

将式(24)两个偏导数在  $\tau = \tau_n$  进行泰勒级数展开,对第一项做一阶近似,第二、三项只取一项近似,令  $\delta_{\tau_n}$  表示  $\hat{\tau}_n$  对真值  $\tau_n$  的估计误差,可得

$$\begin{aligned} & \delta_{\tau_n} = \\ & \frac{2 \left( \text{Re} \left[ \frac{\partial \{R_s^\alpha(\tau) R_{us}^\alpha(\tau)\}}{\partial \tau} \right] + \text{Re} \left[ \frac{\partial \{R_s^\alpha(\tau) R_{sw}^\alpha(\tau)\}}{\partial \tau} \right] \right) \Big|_{\tau=\tau_n}}{\left[ \frac{\partial^2 |R_x^\alpha(\tau)|^2}{\partial \tau^2} \right]_{\tau=\tau_n}} \end{aligned} \quad (25)$$

由于

$$E[R_{us}^\alpha(\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E[w(t)] s^*(t-\tau) e^{-j2\pi\alpha t} dt = 0 \quad (26)$$

同理

$$E[R_{sw}^\alpha(\tau)] = 0 \quad (27)$$

所以

$$E[\delta_{\tau_n}] = 0 \quad (28)$$

式(28)说明,  $\hat{\tau}_n$  对真值  $\tau_n$  的估计是一个无偏估计.

令  $\delta_{\tau_n}^2$  表示  $\hat{\tau}_n$  对  $\tau_n$  的均方差,由于有下式成立

$$\frac{\partial \{R_s^\alpha(\tau) R_{us}^\alpha(\tau)\}}{\partial \tau} = R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial R_{us}^\alpha(\tau)}{\partial \tau} + R_{us}^\alpha(\tau) \frac{\partial R_s^\alpha(\tau)}{\partial \tau} \quad (29)$$

于是有

$$\left[ \frac{\partial \{R_s^\alpha(\tau) R_{us}^\alpha(\tau)\}}{\partial \tau} \right]_{\tau=\tau_n} = \left[ R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial R_{us}^\alpha(\tau)}{\partial \tau} \right]_{\tau=\tau_n} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \delta_{\tau_n}^2 &= \frac{1}{\left( \left[ \frac{\partial^2 |R_x^\alpha(\tau)|^2}{\partial \tau^2} \right]_{\tau=\tau_n} \right)^2} \\ & \cdot \left\{ E \left[ \left( 2\text{Re} \left[ R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial R_{us}^\alpha(\tau)}{\partial \tau} \right] \right)^2 \right] \right. \\ & \left. + E \left[ \left( 2\text{Re} \left[ R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial R_{sw}^\alpha(\tau)}{\partial \tau} \right] \right)^2 \right] \right\}_{\tau=\tau_n} \end{aligned} \quad (31)$$

由于  $R_{us}^\alpha(\tau)$  是白噪声,且  $E[(R_{us}^\alpha(\tau))^2] = 0^{[8]}$ ,有

$$\begin{aligned} & E \left( 2\text{Re} \left[ R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial R_{us}^\alpha(\tau)}{\partial \tau} \right]_{\tau=\tau_n} \right)^2 \\ & \approx 2E \left[ \left| R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial R_{us}^\alpha(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_n}^2 \right] \end{aligned} \quad (32)$$

根据循环自相关函数的定义有

$$E \left[ \left| R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial R_{us}^\alpha(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_n}^2 \right]$$

$$\begin{aligned} &= E \left[ \left| R_s^\alpha(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} (R_{sw}^\alpha(\tau)) \right|_{\tau=\tau_n}^2 \right] \\ &= 4\pi^2 |R_s^\alpha(\tau_n)|^2 \cdot \frac{\sigma_w^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df \end{aligned} \quad (33)$$

式(31)可以写成

$$\delta_{\tau_n}^2 = \frac{32\pi^2 |R_s^{f_m}(\tau)|^2 \frac{\sigma_w^2}{T} \left( \sum_{m=1}^{|\beta|} (mf_m)^2 |J_m(\beta)|^2 \right)}{\left( \left[ \frac{\partial^2 |R_x^\alpha(\tau)|^2}{\partial \tau^2} \right]_{\tau=\tau_n} \right)^2} \quad (34)$$

经过推导,可得上式分母的值

$$\begin{aligned} \left( \left[ \frac{\partial^2 |R_s^{f_m}(\tau)|^2}{\partial \tau^2} \right]_{\tau=\tau_n} \right)^2 &= 4A^8 |J_n(x_n)|^2 (4\beta^2 - x_n^2)^2 \\ & \cdot (\pi f_m)^4 \left\{ \frac{nJ_{n+1}(x_n)}{x_n} - J_n(x_n) \right\}^2 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \delta_{\tau_n}^2 &= \frac{8 \left( \sum_{m=1}^{|\beta|} m^2 |J_m(\beta)|^2 \right)}{(4\beta^2 - x_n^2)^2 (\pi f_m)^2 \left\{ \frac{nJ_{n+1}(x_n)}{x_n} - J_n(x_n) \right\}^2} \\ & \cdot \frac{1}{T \cdot \text{SNR}} \end{aligned} \quad (36)$$

将  $\hat{\beta}_n = \frac{x_n}{12\sin(\pi f_m \tau_n)}$  一阶泰勒展开

$$\hat{\beta}_n \approx \frac{x_n}{12\sin(\pi f_m \tau_n)} - \frac{\beta \pi f_m \sqrt{4\beta^2 - x_n^2}}{x_n} \delta_{\tau_n} \quad (37)$$

我们得到

$$(\hat{\beta}_n - \beta_n) \approx \frac{\beta \pi f_m \sqrt{4\beta^2 - x_n^2}}{x_n} \delta_{\tau_n} \quad (38)$$

令  $\delta_{\beta_n}^2$  表示  $\hat{\beta}_n$  对真值  $\beta_n$  的均方差,所以有

$$\delta_{\beta_n}^2 \approx \frac{(\beta \pi f_m)^2 (4\beta^2 - x_n^2)}{x_n^2} \delta_{\tau_n}^2 \quad (39)$$

将上式写成离散形式

$$\delta_{\beta_n}^2 \approx \frac{8\beta^2 \left( \sum_{m=1}^{|\beta|} m^2 |J_m(\beta)|^2 \right)}{(4\beta^2 - x_n^2) \{nJ_{n+1}(x_n) - x_n J_n(x_n)\}^2} \cdot \frac{1}{N \cdot \text{SNR}} \quad (40)$$

取  $2|\beta|$  个切片的  $\hat{\beta}_n$  的均值作为  $\hat{\beta}$ , 令  $\delta_{\hat{\beta}}^2$  表示  $\hat{\beta}$  对真值  $\beta$  的均方差,所以

$$\delta_{\hat{\beta}}^2 \approx \frac{\sum_{n=1-|\beta|}^{|\beta|} \delta_{\beta_n}^2}{(2|\beta|)^2} \quad (41)$$

根据式(18)可以得出

$$\hat{A}_n - A_n \approx \frac{R_w^\alpha(\tau) + R_{sw}^\alpha(\tau) + R_{us}^\alpha(\tau)}{2AJ_n(x_n)} \quad (42)$$

推导得到  $R_{sw}^{\alpha}(\tau) + R_{us}^{\alpha}(\tau)$  的方差为  $\frac{2\sigma_w^2 A^2}{T}$ ,  $R_w^{\alpha}(\tau)$  的方差为  $\frac{\sigma_w^4}{T}$ , 令  $\delta_A^2$  表示  $\hat{A}$  对  $A$  的均方差, 所以

$$\delta_A^2 \approx \frac{\sigma_w^2}{2T[J_n(x_n)]^2} \left(1 + \frac{1}{2SNR}\right) \quad (43)$$

当  $n=1$  时,  $J_1(x_1) = 0.5819$ , 将上式写成离散形式

$$\delta_A^2 \approx \frac{1.477\sigma_w^2}{N} \left(1 + \frac{1}{2SNR}\right) \quad (44)$$

文献[5]推导了参数  $\beta$  和  $A$  的 CRLB, 分别为

$$\text{CR LB}(\beta) = \frac{2}{N \cdot SNR} \quad (45)$$

$$\text{CR LB}(A) = \frac{\sigma_w^2}{N} \quad (46)$$

首先比较参数  $\beta$  估计的均方差与 CRLB 的关系. 对于正弦调频信号, 最大频率  $f_{\max} = \beta f_m$ , 假设  $f_m$  固定, 根据奈奎斯特采样定理, 采样点数  $N$  与  $\beta$  成正比. 因此, 这里设定  $f_m = 10$ ,  $N = 10\beta f_m = 100\beta$ ,  $SNR = 0\text{dB}$ . 参数  $\beta$  估计的均方差与 CRLB 的关系如图 1 所示, 从图中可以看出, 随着调制指数  $\beta$  的增加, 均方差减小, 当  $\beta = 1$

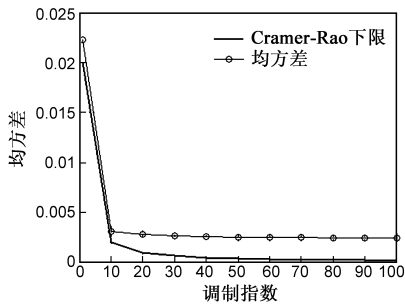
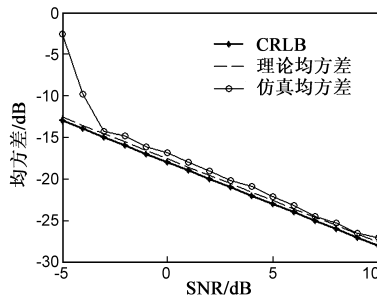
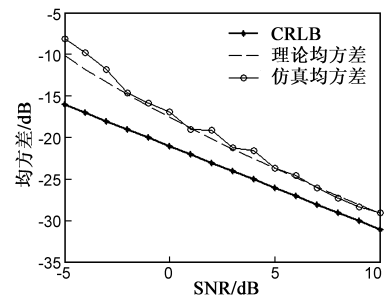


图1 参数调制指数估计的均方差与调制指数值的关系



(a) 参数调制指数的估计方差



(b) 参数幅度的估计方差

图2 参数调制指数、幅度仿真精度与理论精度、CRLB 的比较

时,  $\delta_{\beta}^2 = \frac{2.226}{N \cdot SNR}$ , 比 CRLB 高了 11.3%. 比较式(44)和式(46)可知, 在  $SNR \rightarrow \infty$  时, 参数  $A$  估计的均方差比 CRLB 高出 47.7%.

## 4 仿真分析

下面对 CAFMS 算法的估计性能进行仿真分析, 考察正弦调频信号参数为  $A = 1, \beta = 1, f_m = 2$  也即  $s(t) = \exp(j\sin(4\pi t))$  在不同信噪比下的估计性能, 向该信号中加入不同强度的噪声, 信噪比步长为 1dB, 数据长度  $N = 128$ , Monte-Carlo 仿真次数为 500. 图 2 给出的仿真结果显示, 对于参数  $\beta$ , 在信噪比较高时 ( $SNR > -3\text{dB}$ ) 仿真得到的均方差与理论推导计算得到的估计精度基本上是一致的, 这说明了文章理论推导的正确性; 在信噪比较低时 ( $SNR < -3\text{dB}$ ) 仿真精度与理论计算精度相差比较大, 这是因为理论推导时假设信噪比足够高, 忽略了高阶项, 在信噪比较低时, 噪声高阶项影响到了仿真精度. 对于参数  $A$ , 由于考虑了高阶项, 仿真得到的均方差与理论推导计算得到的估计精度基本上一致.

## 5 结束语

本文主要研究基于 CAFMS 算法的正弦调频信号参数估计, 并对估计性能进行了详细的理论分析, 仿真实验充分证明了理论分析的正确性, 也说明了 CAFMS 算法进行参数估计的有效性及稳健性.

### 参考文献

- [1] V C Chen. Doppler signatures of radar backscattering from objects with micro-motions [J]. IET Signal Processing, 2008, 2(3): 291 - 300.
- [2] V C Chen, Li FY, Ho SS. Micro-Doppler effect in radar: phenomenon, model and simulation study [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1): 2 - 21.
- [3] 魏玺章, 姚炜伟, 等. 变区间分组检验相乘积累进动周期估计[J]. 电子学报, 2010, 38(1): 135 - 140.

- Wei Xi-zhang, Yao Hui-wei, et al. Estimation of precession period based on nonparametric statistics [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(1): 135 - 140. (in Chinese)
- [4] 牛杰, 刘永祥, 等. 一种基于经验模态分解的锥体目标雷达微动特征提取新方法[J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1712 - 1715.
- Niu Jie, Liu Yong-xiang, et al. A New method of radar Micro-motion feature extraction of cone target based on Empirical Mode Decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7): 1712 - 1715. (in Chinese)
- [5] V Valeau, J C Valiere, C Mellet. Instantaneous frequency tracking of a sinusoidally frequency-modulated signal with low modulation index: application to laser measurements in acoustics [J]. Elsevier Signal Processing, 2004, 84: 1147 - 1165.
- [6] W A Gardner, A Napolitano, L Paura. Cyclostationarity: half a century of research [J]. Elsevier Signal Processing, 2006, 86: 639 - 697.

- [7] 张贤达. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998. 324 – 390.  
Zhang Xian-da. Non-Stationary Signal Analysis and Processing [M]. Beijing: Defense Industry Press, 1998. 324 – 390. (in Chinese)

- [8] 黄知涛, 姜文利, 周一宇. 循环时延估计子性能分析[J]. 电子学报, 2003, 32(1): 96 – 101.  
Huang Zhi-tao, Jiang Wen-li, et al. Estimation performance for cyclic time-delay estimator [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 32(1): 96 – 101. (in Chinese)

## 作者简介



牛 杰 男, 1982 年 10 月出生于河南郸城. 2008 年至今为国防科技大学电子科学与工程学院博士生, 主要研究方向为雷达目标识别、非线性信息处理.

E-mail: nudtnj@163.com



姜卫东 男, 1968 年 1 月出生于重庆. 国防科技大学电子科学与工程学院研究员, 研究领域为目标电磁特征信号分析及信息融合.

E-mail: jwd2232@vip.sina.com

程永强 男, 1982 年 7 月出生于河北宣化. 2008 年至今为国防科技大学电子科学与工程学院博士生, 研究方向为信息几何学与雷达传感器网络的信息理论.

黎 湘 男, 1967 年 9 月出生于湖南浏阳. 国防科技大学电子科学与工程学院教授. 研究领域为雷达目标识别.

匡纲要 男, 1966 年 7 月出生于湖南衡阳. 国防科技大学电子科学与工程学院教授. 研究领域为雷达信号处理.