

# 矢量最优化稳健波束形成性能分析

宋海岩<sup>1,2</sup>, 朴胜春<sup>2</sup>, 秦进平<sup>1</sup>

(1. 黑龙江工程学院电气与信息工程学院, 黑龙江哈尔滨 150050; 2. 哈尔滨工程大学水声工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对标准的 Capon 波束形成在阵列导向矢量存在误差时出现严重性能退化, 本文从权矢量模约束和不确定集两个角度出发, 提出矢量最优化稳健波束形成方法, 并通过二阶锥规划进行有效求解. 文中还进一步给出自适应权矢量的近似解析表达式, 揭示了影响最优权矢量的各主要因素. 通过理论分析和计算机仿真研究, 详细讨论了约束参数、信噪比、快拍数以及方位估计偏差对输出信干噪比及空间谱估计的影响. 外场实验数据处理结果表明, 将本文方法应用于实际工程进行空间谱估计, 能够得到准确而稳健的高分辨率方位估计结果.

**关键词:** 信息处理技术; 稳健自适应波束形成; 矢量最优化; 正则化; 二阶锥规划

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2012) 07-1351-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.07.011

## Performance Analysis of Robust Adaptive Beamforming Based on Vector Optimization

SONG Hai-yan<sup>1,2</sup>, PIAO Sheng-chun<sup>2</sup>, QIN Jin-ping<sup>1</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Heilongjiang Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150050, China;

2. Underwater Acoustic Engineering Department, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** When there exists the array steering vector error, the performance of standard Capon beamforming will be severely degraded. In this paper, in the view of the constraints on the weight vector and the uncertainty sets, we propose a new approach, which is called Vector Optimization Robust Beamforming. It is shown that the proposed algorithm can be reformulated in a convex form as the so-called Second-Order Cone (SOC) program and solved efficiently using the well-established optimization tool, sedumi. Furthermore, this paper gives the approximate analytical expression for the adaptive weight vector, and reveals the main factors influencing the weight vector. Through the theory analysis and computer simulations, the influences of the constraint parameters, Signal Noise Ratio, snapshots, and bearing estimation errors on the output Signal Interference Noise Ratio and the spatial spectrum estimation are discussed in detail. Finally, the experimental results show that the robust high-resolution bearing estimation results can be obtained by our proposed method in practice.

**Key words:** information processing technology; robust adaptive beamforming; vector optimization; regularization; second-order cone program

## 1 引言

自适应波束形成在阵列信号处理中具有重要地位, 不仅突破了常规波束形成 (Conventional Beamforming, CBF) 瑞利限的限制, 有较高的空间分辨力, 而且能够有效抑制干扰信号, 具有很强的工程应用价值<sup>[1]</sup>. 其中, 标准的 Capon 波束形成法 (Standard Capon Beamforming, SCB)<sup>[2]</sup> 是一典型代表. 然而, 在实际工程应用中, 由于基阵位置的偏差、各阵元通道幅度和相位响应的不一致性、有限采样效应、阵型失配等因素的影响, 使得该方法

的稳健性变差、性能严重下降<sup>[3]</sup>. 因此, 如何有效改善自适应波束形成的稳健性具有重要意义.

线性约束最小方差法通过增加点约束、导数约束等条件, 对自适应权矢量进行有效的约束, 提高算法的稳健性. 刘聪锋, 廖桂生等人研究了基于模约束的稳健 Capon 波束形成算法 (Norm Constraint Robust Capon Beamformer, NCRB)<sup>[4,5]</sup>. Li jian 和 Petre Stoica 等人<sup>[6]</sup> 提出了基于不确定集的稳健波束形成方法, 将要估计的信号功率作为目标函数, 同时将信号导向矢量的误差约束到一个不确定椭圆集中. 戴凌燕、王永良等人<sup>[7,8]</sup> 对基于不确

定集的稳健 Capon 波束形成算法性能进行了分析,推导了期望信号导向矢量属于球形不确定集时的自适应权重矢量近似闭式解. Sergiy A Vorobyov 和 Alex B Gershman 等人<sup>[9]</sup>提出了基于最差性能最优的稳健波束形成法(Worst-case Robust Adaptive Beamforming, WCRB),将非凸优化问题转化成凸二阶锥规划问题,从而进行最优权重矢量的求解,达到提高算法稳健性的目的. 林静然、彭启琮等人<sup>[10]</sup>对最坏情况下的鲁棒自适应波束形成算法的性能进行了分析. 然而在上述方法中,大都只从信号导向矢量失配的角度来考虑增强 SCB 算法的稳健性<sup>[11]</sup>,很少考虑有限采样效应对稳健性的影响,设置双重标准获取更为优秀的稳健性能需要进一步的研究<sup>[12,13]</sup>.

基于以上分析,本文从权重矢量模约束和不确定集两个角度出发,同时考虑导向矢量失配和有限采样效应对 SCB 稳健性的影响,引入矢量最优化概念,提出了基于矢量最优化的稳健波束形成方法(Vector Optimization Robust Beamforming, VORB),该方法实际上是在无限多个非凸二次约束条件下同时优化两个二次函数问题. 本文利用正则化方法将非凸优化问题转化成二阶锥规划(Second Order Cone Programming, SOCP)问题,再通过优化工具 Sedumi 进行有效求解,并进一步得到了权重矢量的近似解析式,证明了该方法属于对角加载类算法,分析了影响对角加载因子的主要因素. 理论分析和计算机仿真表明,本文提出的 VORB 方法对自适应波束形成算法的稳健性有明显的改善,在输出信干噪比等性能方面具有较大的提高. 外场实验数据处理结果验证了该方法的有效性和实用性,为算法的工程应用奠定了基础.

## 2 矢量最优化稳健波束形成

SCB 算法的表达式如下:

$$\begin{cases} \min_w & \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} & \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{R}$  表示信号的协方差矩阵,  $\mathbf{a}(\theta)$  表示信号的导向矢量.

将  $\mathbf{R}$  进行 Cholesky 分解  $\mathbf{R} = \mathbf{U}^H \mathbf{U}$ , 代入式(1)并进一步得:

$$\begin{cases} \min_w & \|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2^2 \\ \text{s.t.} & \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \end{cases} \quad (2)$$

式(2)等效为:

$$\begin{cases} \min_w & \|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2 \\ \text{s.t.} & \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \end{cases} \quad (3)$$

当  $\|\mathbf{w}\|_2$  增加时, SCB 对于 DOA 失配和阵列扰动的敏

感度增加<sup>[14]</sup>, 故对  $\|\mathbf{w}\|_2$  进行约束, 使其取值不易过大, 得到矢量最优化形式:

$$\begin{cases} \min_w & (\text{w.r.t. } R_+^2) (\|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2, \|\mathbf{w}\|_2) \\ \text{s.t.} & \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \end{cases} \quad (4)$$

目标函数中的 (w.r.t.  $R_+^2$ ) 表示在正实数域中讨论  $\|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2$  和  $\|\mathbf{w}\|_2$  的取值.

进一步考虑导向矢量误差对 SCB 稳健性的影响, 令导向矢量误差  $\mathbf{e}$  的范数可以由常数  $\epsilon > 0$  进行约束:

$$\|\mathbf{e}\| \leq \epsilon \quad (5)$$

实际的导向矢量  $\mathbf{c}$  将属于下面的集合:

$$\mathbf{A}(\epsilon) = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} = \tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{e}, \|\mathbf{e}\| \leq \epsilon\} \quad (6)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{a}}$  表示假设的信号导向矢量.

对属于集合  $\mathbf{A}(\epsilon)$  的导向矢量进行约束, 即阵列响应的绝对值不小于 1<sup>[9]</sup>:

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{c}| \geq 1, \mathbf{c} \in \mathbf{A}(\epsilon) \quad (7)$$

结合式(4), 稳健波束形成算法可以表示成约束最优化问题:

$$\begin{cases} \min_w & (\text{w.r.t. } R_+^2) (\|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2, \|\mathbf{w}\|_2) \\ \text{s.t.} & |\mathbf{w}^H \mathbf{c}| \geq 1 \text{ for all } \mathbf{c} \in \mathbf{A}(\epsilon) \end{cases} \quad (8)$$

通过化简, 可得式(8)等价形式:

$$\begin{cases} \min_w & (\text{w.r.t. } R_+^2) (\|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2, \|\mathbf{w}\|_2) \\ \text{s.t.} & \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}} \geq \epsilon \|\mathbf{w}\| + 1, \text{Im}\{\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}\} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式(9)即为矢量最优化稳健波束形成的表达式, 该式是具有两个目标函数  $\|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2$  和  $\|\mathbf{w}\|_2$  的矢量最优化问题, 其中  $\|\mathbf{w}\|_2$  为惩罚项, 其作用是在  $\mathbf{U}$  存在扰动的条件下, 使得原目标函数能够得到稳定的权重矢量  $\mathbf{w}$ .

## 3 矢量最优化问题的求解

根据正则化方法<sup>[15]</sup>, 式(9)可等效为:

$$\begin{cases} \min_w & (\|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2 + \gamma \|\mathbf{w}\|_2) \\ \text{s.t.} & \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}} \geq \epsilon \|\mathbf{w}\| + 1, \text{Im}\{\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}\} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $\gamma > 0$  为约束参数. 引进非负标量  $t_1, t_2$ , 并构造新的约束  $\|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2 \leq t_1, \|\mathbf{w}\|_2 \leq t_2$ , 则有:

$$\begin{cases} \min_w & (t_1 + \gamma t_2) \\ \text{s.t.} & \|\mathbf{U} \mathbf{w}\|_2 \leq t_1, \|\mathbf{w}\|_2 \leq t_2, \\ & \epsilon \|\mathbf{w}\|_2 \leq \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}} - 1, \text{Im}(\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

则式(11)可表式成二阶锥形式:

$$\begin{cases} \min_y & \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\ \text{s.t.} & \mathbf{f} + \mathbf{F}^T \mathbf{y} \in \text{SOC}_1^{N+1} \times \text{SOC}_2^{N+1} \times \text{SOC}_3^{N+1} \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{y} = [t_1, t_2, \mathbf{w}_{N \times 1}^T]^T$ ,  $\mathbf{b} = [1, \gamma, \mathbf{0}_{N \times 1}^T]^T$ ,

$\mathbf{f} = [\mathbf{0}_{(2N+2) \times 1}^T, -1, \mathbf{0}_{N \times 1}^T]^T \in R^{(3 \times N + 3) \times 1}$ ,

$$F^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{1}_{1 \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{U}_{N \times N} \\ 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{I}_{N \times N} \\ 0 & 0 & \tilde{\mathbf{a}}_{1 \times N}^H \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{0}_{N \times 1} & \epsilon \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix}$$

至此,可将式(9)的 VORB 优化问题转化成式(12)的二阶锥优化问题,利用 Sedumi 软件可以方便地进行求解<sup>[16]</sup>.

根据 Tikhonov 正则化方法<sup>[15]</sup>,式(9)同样可以表达为:

$$\begin{cases} \min_w (\| \mathbf{U} \mathbf{w} \|_2^2 + \delta \| \mathbf{w} \|_2^2) \\ \text{s. t. } \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}} \geq \epsilon \| \mathbf{w} \|_2 + 1, \text{Im}\{ \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}} \} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $\delta > 0$  为约束参数.

利用 Lagrange 乘数法,推导得到最优权矢量:

$$\mathbf{w}_{opt} = \frac{\xi}{\xi \tilde{\mathbf{a}}^H (\hat{\mathbf{R}} + \xi \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{a}} - \epsilon^2} (\hat{\mathbf{R}} + \xi \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{a}} \quad (14)$$

其中,最优对角加载因子为:

$$\xi \approx \frac{\epsilon^2 (\sigma_n^2 + \sigma_s^2 \| \mathbf{a}_n \|^2) + \delta \| \tilde{\mathbf{a}}_n \|^2}{\| \tilde{\mathbf{a}}_n \|^2 - \epsilon^2} \quad (15)$$

$\sigma_n^2$  和  $\sigma_s^2$  分别表示信号和空间白噪声的功率,  $\mathbf{a}_n$  和  $\tilde{\mathbf{a}}_n$  分别为  $\mathbf{a}$  和  $\tilde{\mathbf{a}}$  在噪声子空间的投影<sup>[8,10,17]</sup>. 观察式(14)及式(15),得到如下结论: VORB 属于对角加载类算法,其最优对角加载因子  $\xi$  与空间白噪声功率  $\sigma_n^2$ 、目标功率  $\sigma_s^2$ 、 $\epsilon^2$ 、 $\delta$  以及  $\| \mathbf{a}_n \|^2$  和  $\| \tilde{\mathbf{a}}_n \|^2$  有关.

## 4 性能分析

**仿真分析 1** 分析约束参数  $\epsilon$  和  $\gamma$  对 VORB 算法输出信干噪比的影响.

空间三个声源(一个信号,两个干扰):空间白噪声功率为 1. 信号的入射角度为  $0^\circ$ , 功率 10dB, 频率 200kHz; 干扰的入射角度分别为  $-20^\circ$  和  $30^\circ$ , 功率均为 30dB, 频率分别为 300kHz 和 500kHz. 考虑均匀线阵, 阵元数为 16, 阵元间距为信号的半波长. 设导向矢量失配主要由方位估计偏差  $\Delta\theta$  引起, 约束参数变化方位设置为  $\epsilon = 0.1:0.1:3.5$ ,  $\gamma = 0.1:0.1:5$ , 快拍数为 200. 无特别说明, 以下全部 Monte-carlo 试验次数均为 100. 为方便对比不同参数下输出信干噪比的数值, 背景归一化范围从  $-15\text{dB}$  到  $20\text{dB}$ . 图 1 所示分别为约束参数  $\epsilon$  和  $\gamma$  对 VORB 算法输出信干噪比的影响, 对比分析可知:

① 相同方位估计偏差  $\Delta\theta$  条件下, 随着信噪比的提高, 输出信干噪比水平均有所提高.

② 在相同信噪比条件下, 随着方位估计偏差  $\Delta\theta$  的增大, 具有较高输出信干噪比的参数区域逐渐缩小. 总体趋势上看, 信噪比越大, 缩小的区域越明显. 这就说明信噪比越大, VORB 的输出信干噪比性能越退化接近 WCRB(WCRB 算法基本对应于  $\gamma=0$  时的计算结果).

③ 随着  $\gamma$  的增大, 约束参数  $\epsilon$  的选取更为宽容. 这也说明, 由于矢量最优化性能引入双重标准, 在不降低输出信干噪比的前提下, 可具有较 WCRB 算法更为宽容的约束参数选取范围.

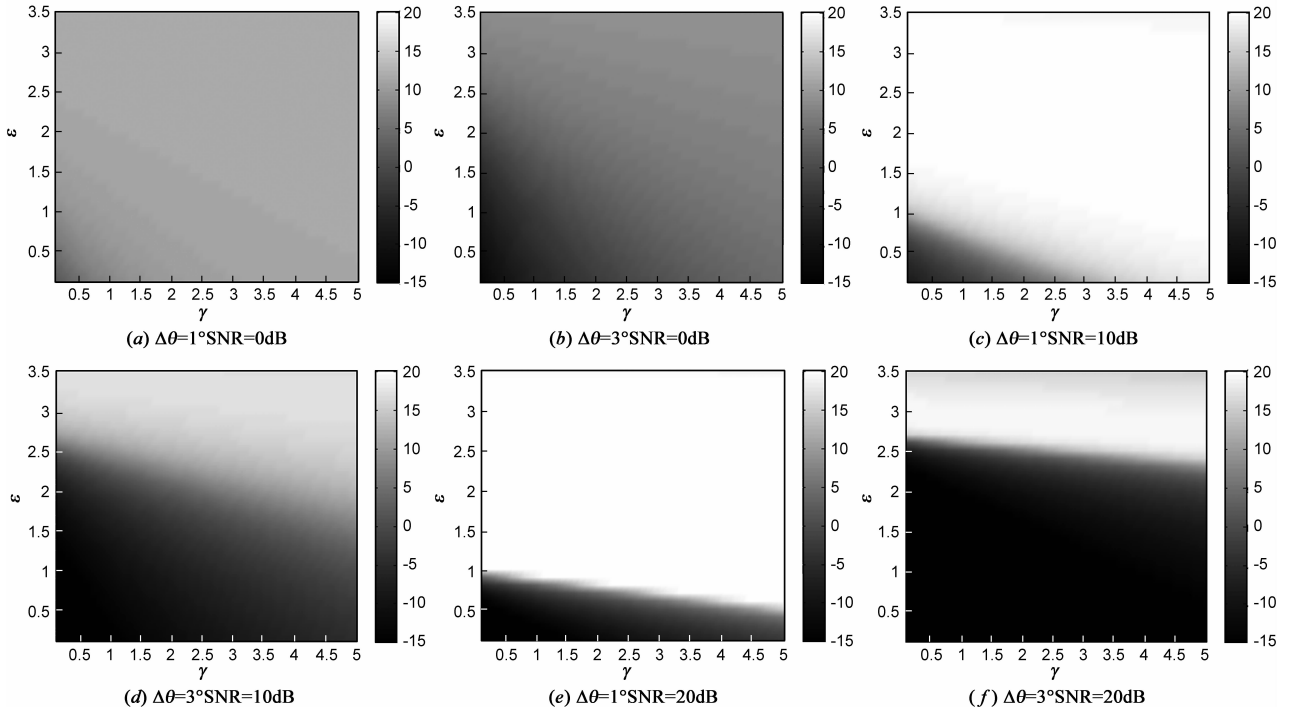


图1  $\epsilon$ 和 $\gamma$ 作用下VORB算法输出信干噪比

**仿真分析 2** 对比分析 NCRB、WCRB 和 VORB 三种方法输出信干噪比随  $\epsilon$  的变化关系。

固定信噪比 10dB, 快拍数 200, 无阵型扰动, 分别设置  $\gamma=2$  和  $\gamma=4$ , 取约束参数范围  $\epsilon=0.1:0.1:3.5$ . 图 2 和图 3 分别为  $\gamma=2$  和  $\gamma=4$  作用下, NCRB、WCRB 和 VORB 三种方法输出信干噪比随约束参数  $\epsilon$  的变化关系曲线. 对比分析可知:

①在  $\Delta\theta=0^\circ$ , 即不存下方位估计偏差的情况下, 三种算法具有高输出信干噪比的约束参数范围均最大, 且 VORB 的约束参数范围可包含 WCRB 和 NCRB 两种算法.

②随着方位估计偏差  $\Delta\theta$  的增大, 三种方法具有高

输出信干噪比的约束参数范围均逐渐减小, 但不论在何种程度的方位偏差下, VORB 均具有最为宽松的约束参数范围. 约束参数选取范围由大到小依次是 VORB > WCRB > NCRB.

**仿真分析 3** 对比分析 NCRB、WCRB、VORB 和 SCB 四种方法输出信干噪比随快拍数的变化关系.

固定信噪比 10dB, 快拍数变化范围 10:25:500, 无阵型扰动,  $\gamma=2$ , 分别取约束参数  $\epsilon=0.5, \epsilon=1$  和  $\epsilon=2$ . 图 4、图 5 和图 6 分别为  $\epsilon=0.5, \epsilon=1$  和  $\epsilon=2$  作用下, NCRB、WCRB、VORB 和 SCB 四种方法输出信干噪比随快拍数的变化关系曲线.

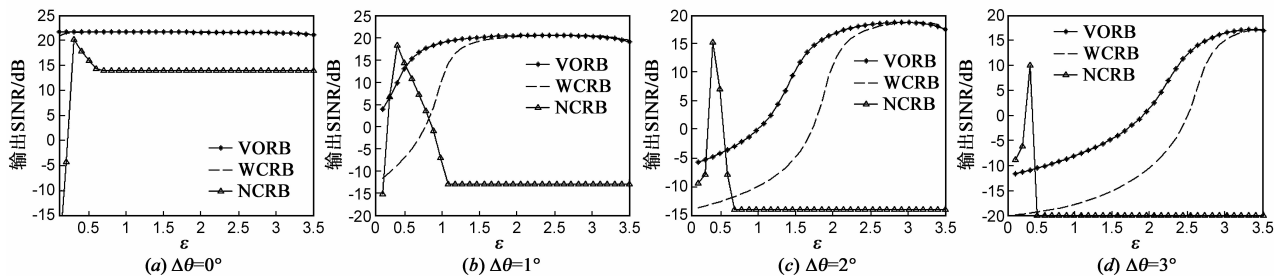


图2 输出信干噪比随 $\epsilon$ 的变化关系( $\gamma=2$ )

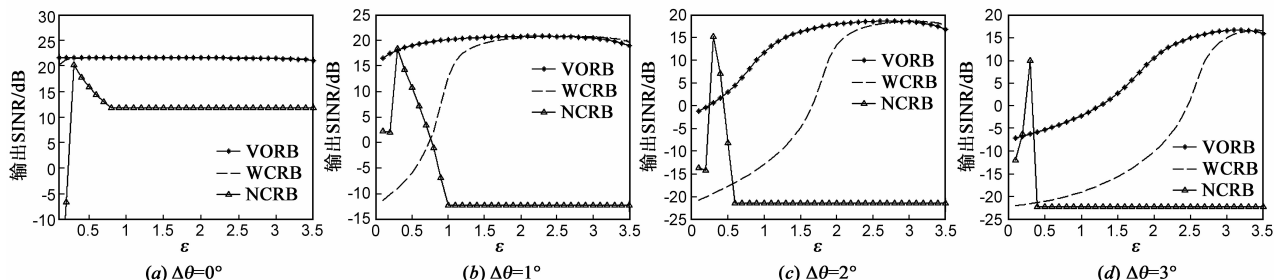


图3 输出信干噪比随 $\epsilon$ 的变化关系( $\gamma=4$ )

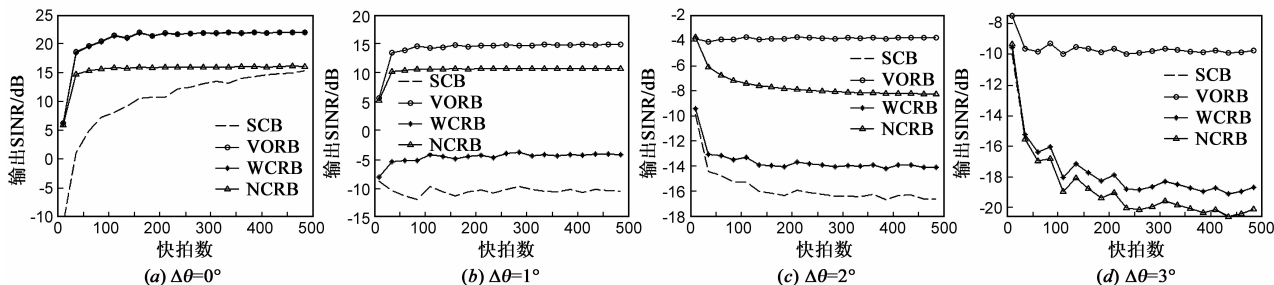


图4 输出信干噪比随快拍数的变化关系( $\epsilon=0.5$ )

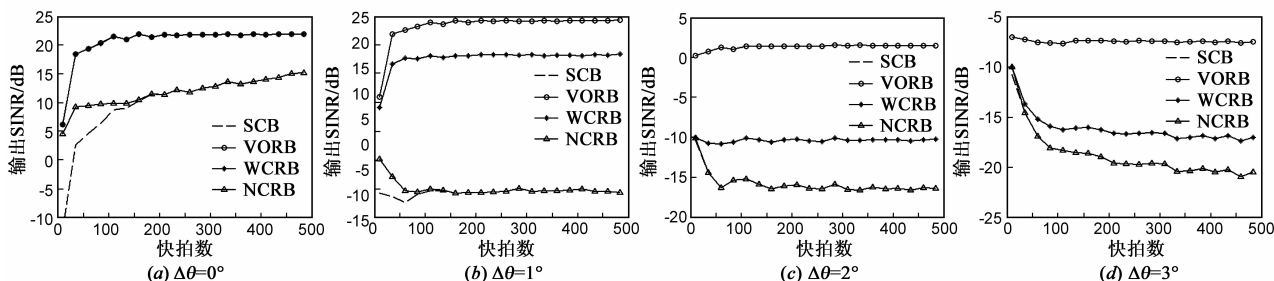


图5 输出信干噪比随快拍数的变化关系( $\epsilon=1$ )

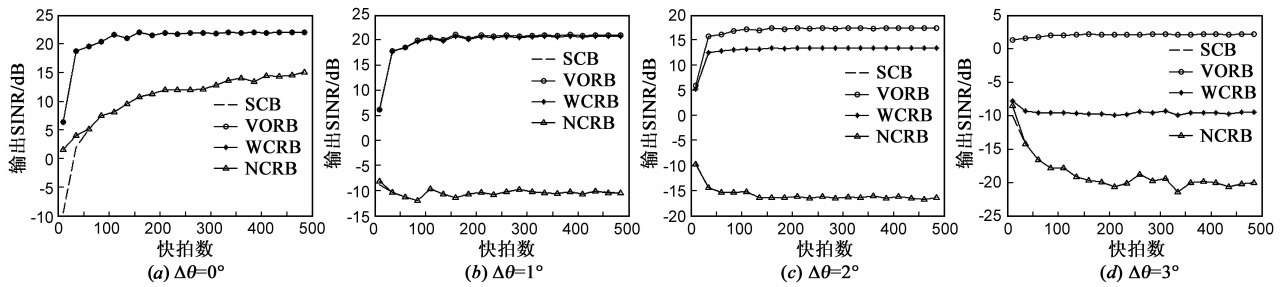
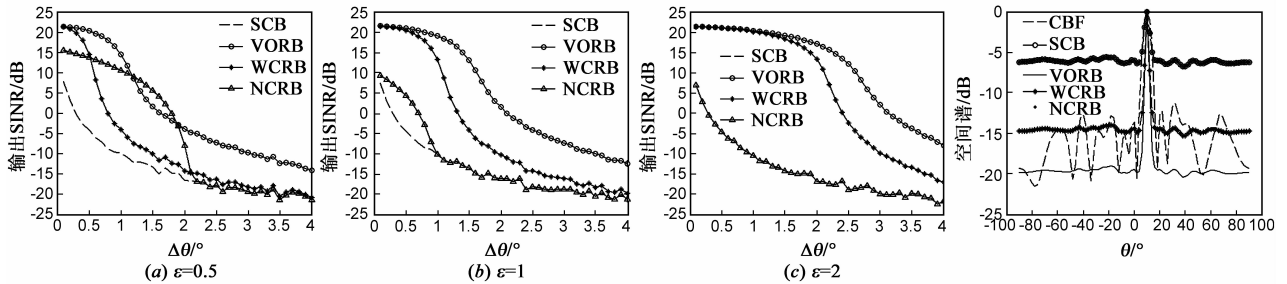
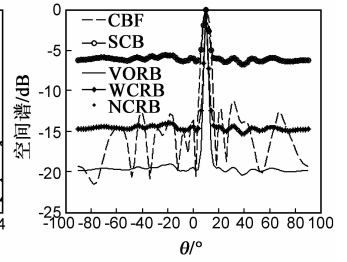
图6 输出信干噪比随快拍数的变化关系( $\epsilon=2$ )图7 输出信干噪比随 $\Delta\theta$ 的变化关系

图8 空间谱估计对比结果

①在不存在或存在较小方位估计偏差  $\Delta\theta$  的条件下,四种方法的输出信干噪比随快拍数的变化规律是一致的,即随着快拍数的增加,输出信干噪比逐渐增大,直至快拍数  $> 100$  时,输出信干噪比基本保持不变.而在存在较大方位估计偏差  $\Delta\theta$  的条件下,这种变化趋势被打破,主要是由于设置参数无法对算法进行有效约束所致.

②在相同的  $\epsilon$  约束参数作用下,随着方位估计偏差  $\Delta\theta$  的加大,WCRB、NCRB 以及 SCB 三种方法的输出信干噪比性能退化十分明显,而 VORB 仍能保持非常稳健的输出信干噪比性能.

③在相同的方位估计偏差  $\Delta\theta$  条件下,VORB 均具有最佳的输出信干噪比性能.

**仿真分析 4** 对比分析 NCRB、WCRB、VORB 和 SCB 四种方法的输出信干噪比随方位估计偏差  $\Delta\theta$  的变化关系.

固定信噪比 10dB、快拍数 200,  $\gamma = 2$ , 分别取约束参数  $\epsilon = 0.5$ ,  $\epsilon = 1$  和  $\epsilon = 2$ . 方位估计偏差变化范围  $\Delta\theta = 0.1^\circ:0.1^\circ:4^\circ$ . 图 7 所示为输出信干噪比随  $\Delta\theta$  的变化关系曲线,分析可知:

①随着方位估计偏差  $\Delta\theta$  的逐渐增大,四种方法的输出信干噪比均出现不同程度的下降.且 WCRB、NCRB 两种算法的下降趋势较 VORB 更为明显.在方位估计偏差  $\Delta\theta$  较大时,WCRB、NCRB 和 SCB 三种算法的输出信干噪比趋于一致,而 VORB 仍具有较为稳健的输出信干噪比性能.

②在较大的方位估计偏差  $\Delta\theta$  区域内,四种方法的输出信干噪比规律基本一致,由大到小依次为 VORB  $>$  WCRB  $>$  NCRB  $>$  SCB.

**仿真分析 5** NCRB、WCRB、VORB、SCB 和 CBF 五种方法的空间谱对比分析.

信号频率 200kHz,快拍数 200,入射方向  $10^\circ$ ,均匀线阵阵元数 16,阵型扰动  $-5$ dB,信噪比 10dB,约束参数  $\epsilon = 2$ ,  $\gamma = 1$ . 空间谱估计结果如图 8 所示.

图 8 分析可知,CBF 算法主瓣较宽且背景起伏严重.在仿真条件给出的约束参数下,NCRB 已基本退化为 SCB,该两种方法由于阵型扰动的存在,稳健性急剧下降,主瓣变宽的同时,旁瓣级只有  $-6$ dB. VORB 较其他 4 种方法具有更为尖锐的谱峰宽度及更强的背景抑制能力,有效提高了自适应波束形成的稳健性.

综合以上仿真的结果可以看出,本文提出的 VORB 方法对自适应波束形成的稳健性有明显的改善,能够得到稳健的高分辨率方位估计结果.

## 5 实验数据处理

实验工况:实验在千岛湖进行,发射信号的频率为 200kHz,接收基阵为 24 基元均匀线阵,阵元间距为半波长.在基阵前方 8m 处垂直布放四个浮球,发射波束直接照射浮球,接收基阵接收浮球的回波信号.如图 9 所示分别为采用 CBF 和 VORB 算法的成像图.

由图 9(a)中可以看出,CBF 成像的目标峰较宽,旁瓣级较高且起伏较大;而在图 9(b)中,VORB 实验数据处理结果的谱峰更尖锐,旁瓣级更低.该成像结果说明了 VORB 能够得到稳健的高分辨率方位估计结果,可有效的降低信噪比门限和目标检测的虚警概率.该实验验证了将 VORB 应用于实际声纳系统的可行性,为以后的工程实践奠定了基础.

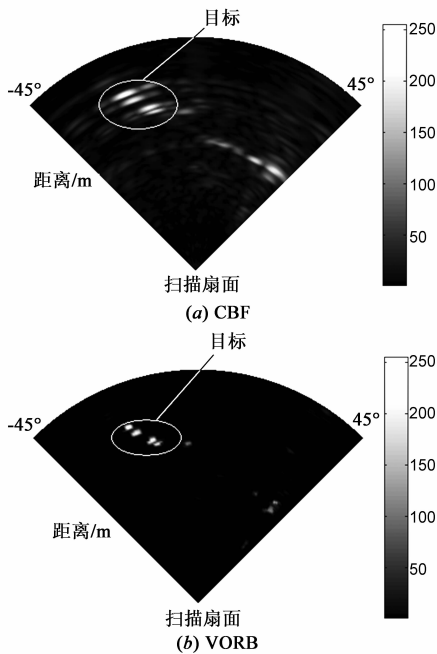


图9 实验数据成像图

## 6 结论

本文从导向矢量失配和有限采样效应两个角度同时考虑改善自适应波束形成的稳健性,提出了基于矢量最优化的稳健波束形成方法(VORB).主要研究内容和结论包括:

①推导得到了 VORB 约束优化形式,并将 VORB 由非凸优化问题转化成二阶锥规划问题,进而利用 sedumi 对其进行有效求解;

②对多种方法的输出信噪比及空间谱估计性能进行了对比研究,详细分析了约束参数  $\epsilon$  和  $\gamma$ 、信噪比、快拍数以及方位估计偏差对输出信噪比及空间谱估计的影响.说明了本文提出的 VORB 算法的综合性能明显优于 WCRB、NCRB 和 SCB;

③实验数据处理结果充分表明了 VORB 算法具有稳健的高分辨方位估计能力,验证了其进一步应用于实际工程的可行性及有效性.

## 参考文献

- [1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67 - 94.
- [2] Veen B D Van, Buckley K M. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering [J]. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5(2): 4 - 24.
- [3] Cox H, Zeskind R M, Owen M M. Robust adaptive beamforming [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1987, 35(10): 1365 - 1376.

- [4] 刘聪锋, 廖桂生. 基于模约束的稳健 Capon 波束形成算法 [J]. 电子学报, 2008, 36(3): 440 - 445.  
LIU Cong-feng, LIAO Gui-sheng. Robust capon beamformer under norm constraint [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(3): 440 - 445. (in Chinese)
- [5] 刘聪锋, 廖桂生. 基于二次约束的稳健 LCMP 波束形成算法 [J]. 电子学报, 2010, 38(9): 1990 - 1996.  
LIU Cong-feng, LIAO Gui-sheng. Robust LCMP beamformer under quadratic constraint [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(9): 1990 - 1996. (in Chinese)
- [6] Jian Li, Petre Stoica, Zhisong Wang. On robust capon beamforming and diagonal loading [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7): 1702 - 1715.
- [7] 戴凌燕, 王永良. 基于改进不确定集的稳健波束形成算法 [J]. 雷达科学与技术, 2009, 7(6): 461 - 465.  
DAI Ling-yan, WANG Yong-liang. A robust beamforming algorithm based on modified uncertainty set [J]. Radar Science and Technology, 2009, 7(6): 461 - 465. (in Chinese)
- [8] 戴凌燕, 王永良, 李荣锋, 鲍拯. 基于不确定集的稳健 Capon 波束形成算法性能分析 [J]. 电子与信息学报, 2009, 31(12): 2931 - 2936.  
Dai Ling-yan, Wang Yong-liang, Li Rong-feng, Bao Zheng. Performance analysis of robust capon beamforming based on uncertainty set [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(12): 2931 - 2936. (in Chinese)
- [9] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Z Q. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(2): 313 - 324.
- [10] 林静然, 彭启琮, 邵怀宗, 居太亮. 最坏情况下的鲁棒自适应波束形成算法性能分析 [J]. 电子学报, 2006, 34(12): 2161 - 2166.  
LIN Jing-ran, PENG Qi-cong, SHAO Huai-zong, JU Tai-liang. Performance analysis of the robust adaptive beamforming based on worst-case performance optimization [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(12): 2161 - 2166. (in Chinese)
- [11] 刘聪锋, 刘晓军, 廖桂生. 稳健自适应波束形成算法综述 [J]. 中国电子科学研究院学报, 2009, 4(6): 560 - 565.  
LIU Cong-feng, LIU Xiao-jun, LIAO Gui-sheng. Review for robust adaptive beamforming algorithms [J]. Journal of CAEIT, 2009, 4(6): 560 - 565. (in Chinese)
- [12] Beck A, Eldar Y C. Doubly constrained robust capon beamformer with ellipsoidal uncertainty sets [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2007, 55(2): 753 - 758.
- [13] 林静然, 彭启琮, 邵怀宗. 一种具有双重鲁棒性的自适应波束形成算法 [J]. 电子测量与仪器学报, 2007, 21(2): 10 - 14.  
Lin Jing-ran, Peng Qi-cong, Shao Huai-zong. A novel approach of doubly robust adaptive beam formation [J]. Journal

of Electronic Measurement and Instrument, 2007, 21(2): 10 – 14. (in Chinese)

[14] Trees H L V 著, 汤俊 等译. 最优阵列处理技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.

[15] 胡志刚, 花向红. 利用最优正则化方法确定 Tikhonov 正则化参数[J]. 测绘科学, 2010, 35(2): 51 – 53.

HU Zhi-gang, HUA Xiang-hong. Deriving Tikhonov parameter using optimal regularization method [J]. Science of Surveying and Mapping, 2010, 35(2): 51 – 53. (in Chinese)

[16] Sturm J F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones [J]. Optimization Methods and Software, 1999, 11(1): 625 – 653.

[17] 刘聪锋, 廖桂生. 最差性能最优的稳健波束形成算法[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2010, 37(1): 1 – 7.

LIU Cong-feng, LIAO Gui-sheng. Robust beamforming algorithm using worse-case performance optimization [J]. Journal of Xidian Universit, 2010, 37(1): 1 – 7. (in Chinese)

## 作者简介



宋海岩 男. 1981年10月出生, 哈尔滨人. 2011年毕业于哈尔滨工程大学水声工程学院, 获得博士学位. 现为黑龙江工程学院电气与信息工程学院讲师. 研究方向为信息处理技术及阵列信号处理.

E-mail: shaiyan81@yahoo.com.cn



朴胜春 男. 1968年5月出生, 哈尔滨人. 哈尔滨工程大学水声工程学院博士毕业, 教授, 博士生导师. 研究方向为海洋声场分析、水声信号处理、水声信道与声纳系统环境.