

T/R-R 高频地波雷达球面定位算法研究

谢俊好, 李 波

(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: T/R-R 高频地波雷达可以对海面目标超视距探测, 探测距离高达几百公里, 因此由雷达量测量对目标定位应考虑地球曲率影响. 本文分别给出了球面定位算法及其定位精度公式. 应用加权最小二乘算法可实现目标精确定位. 仿真分析了平面定位偏差、加权最小二乘球面定位 GDOP. 结果表明球面定位算法可消除定位偏差, 加权最小二乘球面定位可提高目标定位精度.

关键词: 高频地波雷达; 球面定位算法; 加权最小二乘算法

中图分类号: TN958.93

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2012) 03-0435-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.03.004

Sphere Positioning Algorithm for T/R-R High Frequency Surface Wave Radar

XIE Jun-hao, LI Bo

(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: T/R-R high frequency surface wave radar (HFSWR) can detect over-the-horizon sea targets which are hundreds of miles away. The earth curve should be taken into consideration when determining target position using the measurement information obtained by HFSWR. We present sphere positioning algorithm to calculate target position and corresponding accuracy. Weighted least square (WLS) method is applied to sphere positioning algorithm to improve positioning accuracy. Computer simulations are leaded to analyze deviation of target position obtained by plain positioning algorithm. GDOP of sphere positioning algorithm using WLS method is also simulated. We conclude that sphere positioning algorithm can eliminate position deviation. Besides, sphere positioning algorithm using WLS method improves target positioning accuracy.

Key words: high frequency surface wave radar (HFSWR); sphere positioning algorithm; weighted least square algorithm

1 引言

高频地波雷达利用垂直极化的高频电磁波沿海面绕射传播机理对舰船、飞机等目标进行超视距探测. T/R-R 雷达系统也称为复合双基地雷达系统^[1], 由一个发射机和两个分置接收机构成, 其中一个接收机与发射机同址. 因此, T/R-R 高频地波雷达系统兼有双基地雷达和高频地波雷达的优点, 是多基地高频地波雷达实验的最小配置. 相对于单基地模式, T/R-R 高频地波雷达扩大了雷达的探测范围^[2], 在对目标定位时应考虑到地球曲率的影响, 定位算法不能采用传统微波雷达平面定位算法.

T/R-R 微波雷达系统目标定位传统方法是平面定位^[3,4], 主要算法有加权最小二乘定位算法^[4~9]、线性最

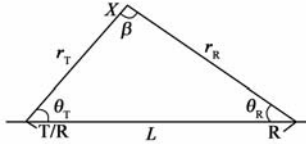
小二乘定位算法^[10]以及非线性最小二乘定位算法^[10,11]. 一般线性最小二乘定位精度较差, 加权最小二乘与非线性最小二乘定位算法精度相似, 但后者计算量较大. 文献[12]虽然研究双基地地波超视距雷达定位算法, 但其未考虑地球曲率, 仍按照常规平面定位研究. 文献[13]给出了 T/R-R 高频地波雷达球面定位精度, 并给出了球面定位子集优选方法, 但没有给出各子集具体球面定位方法.

基于球面几何关系, 本文首先根据各子集计算目标到雷达发射机和分置接收机距离, 据此计算目标在地球表面位置, 并分析目标球面定位 GDOP. 根据 T/R-R 高频地波雷达对目标的冗余量测, 利用加权最小二乘算法对目标位置进行精确估计. 仿真分析了各子集平面定位偏差和加权最小二乘球面定位 GDOP.

2 T/R-R 高频地波雷达定位几何

T/R-R 雷达系统如图 1 所示,左侧 T/R 指传统单基地雷达,右侧 R 指分置的雷达接收机,与 T/R 雷达发射机组成双基地雷达 T-

R. R 与 T/R 之间连线 L 为基线. X 为目标, X 和 T/R 连线与和 R 连线的夹角 β 为双基地角. 当 T/R 站和 T-R 站对同一个目标量测并完成数据配对后, T/R-R 雷达系统对一个目标可以得到四个量测量: T/R 站有目标斜距 r_T , 方位角 θ_T ; T-R 站有距离和 ρ_R , 方位角 θ_R .



3 T/R-R 高频地波雷达球面定位算法

设 T/R-R 高频地波雷达中 T/R 站所在经纬度 $T(\alpha_T, \beta_T)$, 分置接收机 R 站经纬度 $R(\alpha_R, \beta_R)$. 假设地球是一个理想球体, 半径为 R_e , 建立以地心为原点 O 的地球直角坐标系 (如图 2), 其中 z 轴指向北极, x 轴指向赤道东经 0° 方向, y 轴指向赤道东经 90° 方向. 根据地球表面经纬度与球面坐标关系, 可计算得到发射站直角坐标为 $T(x_T, y_T, z_T)$, 分置接收站直角坐标为 $R(x_R, y_R, z_R)$. 假设目标直角坐标为 $X(x_0, y_0, z_0)$, 若已知 r_T, r_R (r_R 代表目标到分置 R 站距离), 则向量 $\vec{OT}$ 与向量 $\vec{OX}$ 夹角为 r_T/R_e (rad), 向量 $\vec{OR}$ 与向量 $\vec{OX}$ 夹角 r_R/R_e (rad), 其中 $\vec{OT} = (x_T, y_T, z_T)^T$, $\vec{OX} = (x_0, y_0, z_0)^T$, $\vec{OR} = (x_R, y_R, z_R)^T$, 且模长均为 R_e , 所以 X 坐标是以下方程的解

$$xx_T + yy_T + zz_T = R_e^2 \cos(r_T/R_e) \quad (1)$$

$$xx_R + yy_R + zz_R = R_e^2 \cos(r_R/R_e) \quad (2)$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = R_e \quad (3)$$

式(1)、(2)表示法线为向量 $\vec{OT}$ 的平面与法线为向量 $\vec{OR}$ 的平面的交线 l , 如图 2 所示, 此交线 l 垂直于向量 $\vec{OT}$ 、 $\vec{OR}$, 式(1)(2)可写为

$$HQ = Y \quad (4)$$

其中 $H = \begin{bmatrix} x_T & y_T & z_T \\ x_R & y_R & z_R \end{bmatrix}$, $Q = [x \ y \ z]^T$,

$$Y = [R_e^2 \cos(r_T/R_e) \quad R_e^2 \cos(r_R/R_e)]^T.$$

式(4)为一欠定方程, 存在多个解. 若令 $H^\dagger$ 为矩阵 H 的伪逆, 即 $H^\dagger = H^T(HH^T)^{-1}$, 式(4)的一个解为 $Q = H^\dagger Y$. 根据欠定方程伪逆解含义, Q 点在 l 上, 向量 $\vec{OQ}$ 垂直于直线 l (如图 2). 设直线 l 方向向量为 a , 则有

$$a = \vec{OR} \times \vec{OT} = (y_R z_T - y_T z_R, x_T z_R - x_R z_T, x_R y_T - x_T y_R) \quad (5)$$

所以向量 $\vec{OX}$ 可写为 $\vec{OX} = Q + ta$, 其中 t 为待定系数. 由式(3)有 $\sqrt{[Q + ta]^T [Q + ta]} = R_e$, 则

$$t = \pm \sqrt{(R_e^2 - Q^T Q) / (a^T a)}$$

$$X = Q^T \pm \sqrt{(R_e^2 - Q^T Q) / (a^T a)} a^T$$

式中当目标位于 T-R 连线方向左侧时 t 取正值; 当目标位于 T-R 连线方向右 t 取负值. 根据目标直角坐标易得目标经纬度位置 (α_0, β_0) :

$$\alpha_0 = \arctan(y_0/x_0) \quad (6)$$

$$\beta_0 = \arcsin(z_0/R_e) \quad (7)$$

其中 α_0 和 β_0 单位均为弧度. 上述求解目标位置时, 用到了目标到 T/R 站距离 r_T 和目标到 R 站距离 r_R . 实际上, 由 T/R-R 雷达系统对目标四个量测量中的任意两个量 (称之为量测子集, 简称为子集) 都可以求解出一组 (r_T, r_R) , 即:

$$Z_r = f(Z)$$

其中 $Z_r = [r_T, r_R]^T$; Z 为以下五个向量中的一个: $[r_T, \theta_T]^T$, $[r_T, \rho_R]^T$, $[\theta_T, \theta_R]^T$, $[\theta_T, \rho_R]^T$, $[\rho_R, \theta_R]^T$; $f(\cdot)$ 为 Z_r 与 Z 关系函数, 不同的量测量 Z 与 Z_r 函数表达式不同, 具体见附录. 由于子集 (r_T, θ_R) 求解 (r_T, r_R) 时一般存在两个解, 因而此种情况不予考虑.

4 T/R-R 高频地波雷达球面定位精度分析

由上述目标定位过程中可看出, 通过雷达对目标的量测量求解目标位置 (α_0, β_0) 的过程是一非线性过程. 即使量测量的误差分布为高斯分布, 求解得到的目标位置误差分布也并非高斯分布, 但当误差非常小时, 目标定位误差分布近似为高斯分布^[3,4,14]. 对式(6)、(7)两边全微分有:

$$\begin{bmatrix} d\alpha_0 \\ d\beta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_0/(x_0^2 + y_0^2) & x_0/(x_0^2 + y_0^2) & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{R_e^2 - z_0^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_0 \\ dy_0 \\ dz_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

上式中 $d\alpha_0$ 、 $d\beta_0$ 分别表示目标经度和纬度误差. 令 $dX = [dx_0 \ dy_0 \ dz_0]^T$, 则

$$\begin{aligned} dX &= dQ + a dt \\ &= [H^T (HH^T)^{-1} \mp \sqrt{a^T a / (R_e^2 - Q^T Q)} Y^T \\ &\quad \times (HH^T)^{-1} a / (a^T a)] N f'(Z) |_z dZ \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $N = \begin{bmatrix} -R_e \sin(r_T/R_e) & 0 \\ 0 & -R \sin(r_R/R_e) \end{bmatrix}$, dZ 为某一量测子集向量全微分. $f'(Z)|_z$ 求解方法见附录.

实际情况更关心目标位置处距离误差. 令 $d\alpha'_0$ 、 $d\beta'_0$ 分别表示目标位置处沿经线方向和纬线方向距离

误差,则 $d\alpha'_0 = R_e \cos(\varphi) d\alpha_0$; $d\beta'_0 = R_e d\beta_0$

T/R-R 高频地波雷达球面定位误差协方差矩阵可写为如下形式:

$$\mathbf{P} = E\{[d\alpha'_0 \quad d\beta'_0] \times [d\alpha'_0 \quad d\beta'_0]^T\} \quad (10)$$

一般用几何定位精度分布(GDOP)来衡量目标定位精度^[2].球面定位算法 GDOP 一般写为

$$\text{GDOP} = \sqrt{\text{tri}(\mathbf{P})} \quad (11)$$

其中 $\text{tri}(\mathbf{P})$ 为矩阵 $\mathbf{P}$ 的迹.

5 T/R-R 高频地波雷达加权最小二乘球面定位算法

T/R-R 高频地波雷达对目标量测可以得到四个量测量,充分利用各个量测量可以提高目标定位精度.若令 $\mathbf{X}$ 为目标真实位置,在雷达量测的 5 个基本量测子集中任取两个子集(不包含子集 (r_T, θ_R)),可分别得目标位置为 $\hat{\mathbf{X}}_1$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_2$,则量测方程可写为:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_1^T \\ \hat{\mathbf{X}}_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{X}^T + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{I}$ 为单位阵, $\mathbf{V}_1$ 、 $\mathbf{V}_2$ 为各测量组合等效噪声向量. $\mathbf{X}$ 的加权最小二乘估计为^[6]:

$$\hat{\mathbf{X}} = [\mathbf{T}^T(\mathbf{W} + \mathbf{W}^T)\mathbf{T}]^{-1} \mathbf{T}^T(\mathbf{W} + \mathbf{W}^T)[\hat{\mathbf{X}}_1^T \quad \hat{\mathbf{X}}_2^T]^T \quad (13)$$

上式中 $\mathbf{T} = [\mathbf{I}, \mathbf{I}]^T$, $\mathbf{W}$ 为加权矩阵.当加权矩阵 $\mathbf{W}$ 取量测误差方差矩阵逆时,此估计称为马尔可夫估计,且上式估计量误差具有最小估计方差,为

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{X}}} = (\mathbf{T}^T \mathbf{W} \mathbf{T})^{-1} \quad (14)$$

马尔可夫估计加权矩阵为

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11} & \mathbf{W}_{12} \\ \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (15)$$

式中 $\mathbf{P}_{ij} = E[\mathbf{V}_i \mathbf{V}_j^T]$ (16)

则目标位置 $\mathbf{X}$ 的马尔可夫估计为

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{W}_{11} + \mathbf{W}_{12} + \mathbf{W}_{21} + \mathbf{W}_{22})^{-1} [(\mathbf{W}_{11} + \mathbf{W}_{21})\mathbf{X}_1 + (\mathbf{W}_{12} + \mathbf{W}_{22})\mathbf{X}_2] \quad (17)$$

该式估计的误差协方差矩阵为

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{X}}} = (\mathbf{W}_{11} + \mathbf{W}_{12} + \mathbf{W}_{21} + \mathbf{W}_{22})^{-1} \quad (18)$$

加权矩阵 $\mathbf{W}$ 可以按如下步骤计算:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{22} &= (\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21} \mathbf{P}_{11}^{-1} \mathbf{P}_{12})^{-1}, \mathbf{W}_{12} = -\mathbf{P}_{11}^{-1} \mathbf{P}_{12} \mathbf{W}_{22} \\ \mathbf{W}_{21} &= -\mathbf{W}_{22} \mathbf{P}_{21} \mathbf{P}_{11}^{-1}, \mathbf{W}_{11} = \mathbf{P}_{11}^{-1} - \mathbf{W}_{12} \mathbf{P}_{21} \mathbf{P}_{11}^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

文献[9]表明,当上述两个子集没有重复测量量时,目标位置的马尔可夫估计存在.若式(12)中目标位置用第 2 节直角坐标系表示,式(19)中 $\mathbf{P}_{11}$ 为

$$\mathbf{P}_{11} = E[\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_1^T] = (d\mathbf{X}/d\mathbf{Z}) \mathbf{P}_Z (d\mathbf{X}/d\mathbf{Z})^T$$

其中 $d\mathbf{X}/d\mathbf{Z}$ 为 3×2 矩阵, $\mathbf{P}_Z$ 为一量测子集向量协方差阵,为一 2×2 矩阵.容易证明, $\mathbf{P}_{11}$ 为秩为 2 的 3×3

矩阵,其逆矩阵不存在,式(19)加权矩阵 $\mathbf{W}$ 无法计算.因此不可以用直角坐标对目标位置进行加权最小二乘估计.若式(12)中目标位置用如式(6)、(7)经纬度表示,式(16)中误差协方差矩阵用式(10)中结果表示,则无此问题,可成功对目标位置进行加权最小二乘估计.

6 T/R-R 高频地波雷达子集平面定位偏差和加权最小二乘球面定位 GDOP 仿真分析

假设 T/R-R 高频地波雷达 T/R 站位于 $(E30^\circ, N0^\circ)$, R 站位于 $(E31^\circ, N0^\circ)$,地球半径取 $R_e = 6400\text{km}$,则基线长度 $L \approx 111.7\text{km}$.T/R 站测距精度 $\sigma_{r_T} = 300\text{m}$,测角精度 $\sigma_{\theta_T} = 1^\circ$,分置 R 站测距精度 $\sigma_{\rho_R} = 600\text{m}$,测角精度 $\sigma_{\theta_R} = 1^\circ$.T/R 站测量到的斜距 r_T 与分置 R 站量测到的 ρ_R 相关系数 $\eta = 0$,这是因为高频地波雷达噪声主要是外部噪声,当两个接收机分置两地且距离较远,两地噪声可视为相互独立.

利用 T/R-R 高频地波雷达五个子集中的一个,用本文球面定位算法可以确定目标位置.用传统平面定位算法也计算目标位置,但此位置并不准确,与真实位置有一偏差,本文称此偏差为平面定位偏差或简称定位偏差.图 3~图 7 为各个子集平面定位偏差.子集 (r_T, θ_T) 、 (ρ_R, θ_R) 、 (ρ_R, θ_T) 、 (r_T, ρ_R) 平面定位偏差满足类似规律:沿着基线方向定位偏差较小,其中子集 (r_T, θ_T) 、 (ρ_R, θ_T) 在垂直于基线且垂足为 T/R 站方向平面定位偏差较小,在过 T/R 站且和基线成 45° 角方向平面定位偏差随距离增加迅速增大;子集 (ρ_R, θ_R) 在垂直于基线且过 R 站方向平面定位偏差较小,在过 R 站且和基线成 45° 角方向偏差随距离增大迅速增大;若令 R 站关于 T/R 站对称点为 R' ,则过 R' 垂直于基线方向,子集 (r_T, ρ_R) 平面定位偏差较小.子集 (θ_T, θ_R) 平面定位偏差等值线以基线中点成类似同心圆,且随距离增加平面定位偏差迅速增大.图 8 为各子集最大平面定位偏差与目标到 T/R 站距离关系,由于子集 (r_T, θ_T) 与 (ρ_R, θ_T) 最大平面定位偏差与目标到 T/R 站距离关系大体相同,因此后者在图 8 中未画出.可看出子集 (θ_T, θ_R) 平面定位偏差较大,子集 (r_T, θ_T) 平面定位偏差较小,子集 (r_T, ρ_R) 、 (ρ_R, θ_R) 平面定位偏差居于两者之间.在 300km 处,子集 (θ_T, θ_R) 最大平面定位偏差达 400m ;在 400km 处,子集 (θ_T, θ_R) 最大平面定位偏差达 840m ,子集 (r_T, θ_T) 最大平面定位偏差也达 127m .平面定位偏差为目标定位数学模型不准确而导致计算得到的目标位置与真实目标位置差异,不同于因高斯噪声产生的误差,不可以通过多次量测来消除.球面定位算法在无噪声情况下可以准确对目标定位,无定位偏差问题.同时,球面定位算法相对于平面定位算法并未增加其计算量和复杂度.

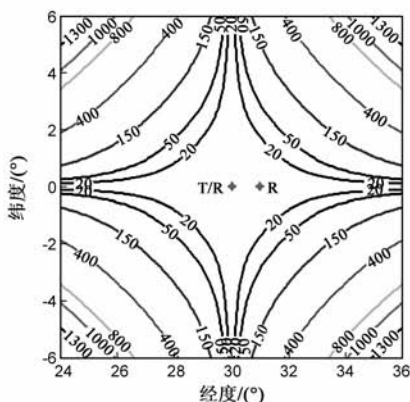


图3 子集 (r_T, θ_T) 平面定位偏差等值线分布(单位:m)

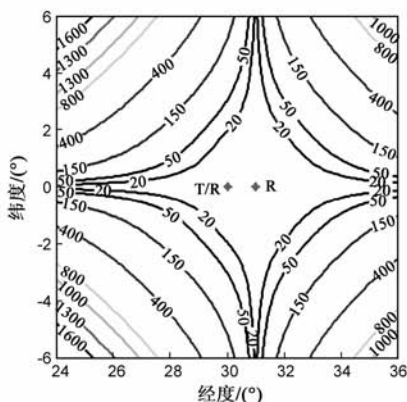


图4 子集 (ρ_R, θ_R) 平面定位偏差等值线分布(单位:m)

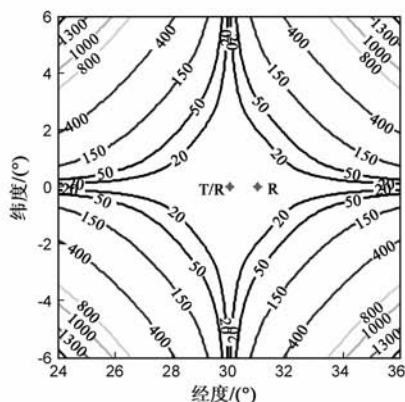


图5 子集 (ρ_R, θ_T) 平面定位偏差等值线分布(单位:m)

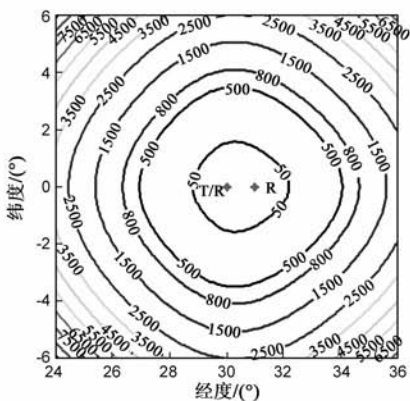


图6 子集 (θ_T, θ_R) 平面定位偏差等值线分布(单位:m)

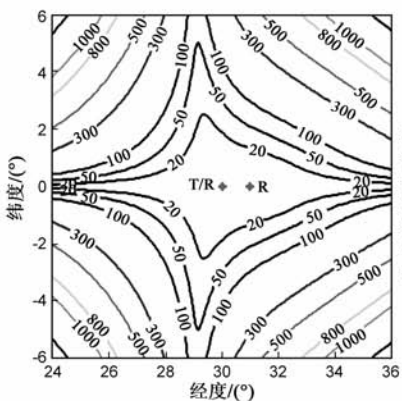


图7 子集 (r_T, ρ_R) 平面定位偏差等值线分布(单位:m)

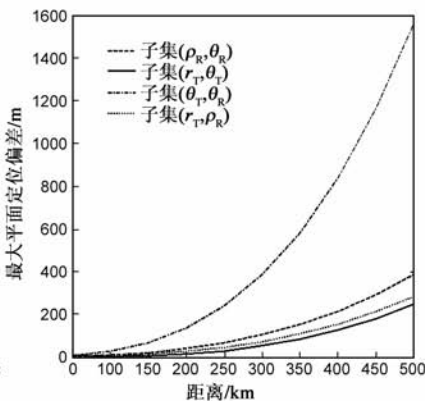


图8 各子集最大平面定位偏差与到T/R站距离关系

实际上, T/R-R 高频地波雷达对目标的量测量总有噪声影响, 因此需要考虑球面定位算法定位精度. 各子集球面定位算法定位 GDOP 仿真分析请参考文献[13], 本文不再赘述. 图 9、10 为两种子集组合加权最小二乘球面定位 GDOP. 可看出, 子集 (r_T, θ_T) 与 (ρ_R, θ_R) 加权最小二乘球面定位 GDOP 和子集 (θ_T, θ_R) 与 (r_T, ρ_R) 加权最小二乘球面定位 GDOP 几乎相同. 文献[9]指出, 加权最小二乘定位估计估计性能接近 Cramer-Rao 下限, 此结果印证此结论. 从图 9 和图 10 可看出, 在宽边区和基线附近, 定位精度较高; 在侧边区定位精度较低. 相比单个子集目标定位, 加权最小二乘球面定位精度在各个区域都有所改善.

7 结论

针对 T/R-R 高频地波雷达对海面目标超远距离视距探测的应用背景, 本文提出了高频地波雷达球面定

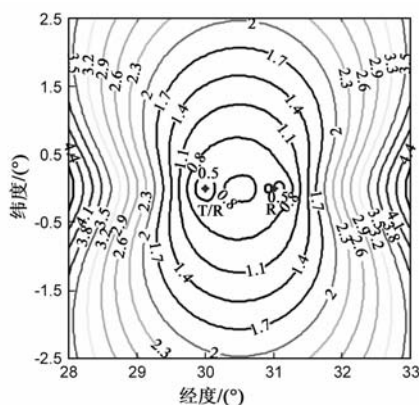


图9 子集 (r_T, θ_T) 、 (ρ_R, θ_R) 加权最小二乘球面定位GDOP(单位:km)

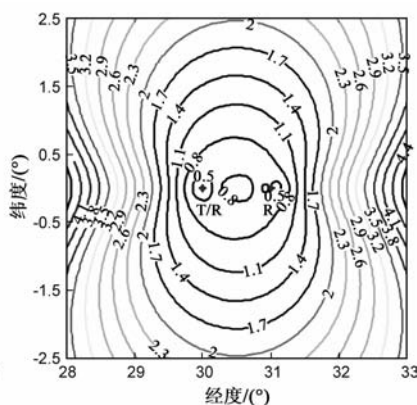


图10 子集 (θ_T, θ_R) 、 (r_T, ρ_R) 加权最小二乘球面定位GDOP(单位:km)

位算法并分析了其定位精度. 基于 T/R-R 高频地波雷达对目标的冗余量测量, 本文利用加权最小二乘球面定位算法对目标位置进行较精确估计. 仿真分析了 T/R-R 高频地波雷达各量测子集平面定位偏差和加权最小二乘球面定位 GDOP. 结果表明, 球面定位算法在不增加计算量和复杂度的前提下消除了平面定位算法所

引入的定位偏差,可对远区目标较精确定位.

附录

由量测子集求解 r_T 和 r_R 及其全微分关系

(1) 基本量测子集(r_T, θ_T)

$$r_R = 2R_e \times \arctan \left(\sqrt{\frac{\sin^2 \left(\frac{r_T + L}{2R_e} \right) \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{r_T - L}{2R_e} \right)}{\cos^2 \left(\frac{r_T + L}{2R_e} \right) \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) + \cos^2 \left(\frac{r_T - L}{2R_e} \right)}} \right)$$

$$\begin{bmatrix} dr_T \\ dr_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial r_T / \partial r_T & \partial r_T / \partial \theta_T \\ \partial r_R / \partial r_T & \partial r_R / \partial \theta_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dr_T \\ d\theta_T \end{bmatrix}$$

$$\partial r_T / \partial r_T = 1, \partial r_T / \partial \theta_T = 0;$$

$$\partial r_R / \partial r_T = p_1 / (2\sqrt{q}), \partial r_R / \partial \theta_T = p_2 / \sqrt{q};$$

$$p_1 = \sin \left(\frac{r_T + L}{R_e} \right) \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) - \sin \left(\frac{L - r_T}{R_e} \right);$$

$$p_2 = R_e \tan \left(\frac{\theta_T}{2} \right) \sin \left(\frac{r_T}{R_e} \right) \sin \left(\frac{L}{R_e} \right);$$

$$q = \left[\sin^2 \left(\frac{L + r_T}{2R_e} \right) \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{L - r_T}{2R_e} \right) \right] \times \left[\cos^2 \left(\frac{L + r_T}{2R_e} \right) \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) + \cos^2 \left(\frac{L - r_T}{2R_e} \right) \right]$$

(2) 基本量测子集(r_T, ρ_R)

$$r_R = \rho_R - r_T$$

$$\begin{bmatrix} dr_T \\ dr_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial r_T / \partial r_T & \partial r_T / \partial \rho_R \\ \partial r_R / \partial r_T & \partial r_R / \partial \rho_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dr_T \\ d\rho_R \end{bmatrix}$$

$$\partial r_T / \partial r_T = 1, \partial r_T / \partial \rho_R = 0, \partial r_R / \partial r_T = -1, \partial r_R / \partial \rho_R = 1.$$

(3) 基本量测子集(θ_T, θ_R)

$$r_T = R_e \times \arctan \left(\frac{2\sin\theta_R \tan \left(\frac{L}{2R_e} \right)}{\sin(\theta_R - \theta_T) - \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \sin(\theta_R + \theta_T)} \right)$$

$$r_R = R_e \times \arctan \left(\frac{2\sin\theta_T \tan \left(\frac{L}{2R_e} \right)}{\sin(\theta_R - \theta_T) + \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \sin(\theta_R + \theta_T)} \right)$$

$$\begin{bmatrix} dr_T \\ dr_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial r_T / \partial \theta_T & \partial r_T / \partial \theta_R \\ \partial r_R / \partial \theta_T & \partial r_R / \partial \theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_T \\ d\theta_R \end{bmatrix}$$

$$\partial r_T / \partial \theta_T = p_1 / q_1, \partial r_T / \partial \theta_R = p_2 / q_1;$$

$$\partial r_R / \partial \theta_T = p_3 / q_2, \partial r_R / \partial \theta_R = p_4 / q_2;$$

$$p_1 = 2R_e \sin\theta_R \tan \left(\frac{L}{2R_e} \right) \left[\cos(\theta_T - \theta_R) + \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \cos(\theta_T + \theta_R) \right]$$

$$p_2 = -2R_e \sin\theta_T \tan \left(\frac{L}{2R_e} \right) \left[1 + \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \right];$$

$$p_3 = 2R_e \sin\theta_R \tan \left(\frac{L}{2R_e} \right) \left[1 + \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \right];$$

$$p_4 = -2R_e \sin\theta_T \tan \left(\frac{L}{2R_e} \right) \left[\cos(\theta_T - \theta_R) \right]$$

$$+ \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \cos(\theta_T + \theta_R) \Big];$$

$$q_1 = \left[\sin(\theta_R - \theta_T) - \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \sin(\theta_T + \theta_R) \right]^2 + 4\sin^2\theta_R \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right);$$

$$q_2 = \left[\sin(\theta_R - \theta_T) + \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right) \sin(\theta_T + \theta_R) \right]^2 + 4\sin^2\theta_T \tan^2 \left(\frac{L}{2R_e} \right);$$

(4) 基本量测子集(ρ_R, θ_T)

$$r_T = R_e \times$$

$$\arctan \left\{ \frac{[1 + \tan^2(\theta_T/2)](m^2 - n^2)}{(m - n)(1 - mn)\tan^2(\theta_T/2) + (m + n)(1 + mn)} \right\}$$

其中

$$m = \tan[\rho_R / (2R_e)], n = \tan[L / (2R_e)]$$

$$\begin{bmatrix} dr_T \\ dr_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial r_T / \partial \theta_T & \partial r_T / \partial \rho_R \\ \partial r_R / \partial \theta_T & \partial r_R / \partial \rho_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_T \\ d\rho_R \end{bmatrix}$$

$$\partial r_T / \partial \rho_R = p_1 / q_1, \partial r_T / \partial \theta_T = p_2 / q_2;$$

$$\partial r_R / \partial \theta_T = -\partial r_T / \partial \theta_T, \partial r_R / \partial \rho_R = 1 - \partial r_T / \partial \rho_R;$$

$$p_1 = (1 + n^2) \left[(m - n)^2 + (m + n)^2 \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) \right] \sec^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right);$$

$$p_2 = -4R_e n (m^2 - n^2) (m^2 + 1) \tan \left(\frac{\theta_T}{2} \right) \sec^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right);$$

$$q_1 = (1 + m)^2 \cos^2 \left(\frac{\rho_T}{2R_e} \right) \left[(m - n)^2 (n^2 + 1) + 2(m^2 - n^2) \cdot (1 - n^2) \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) + (m + n)^2 (n^2 + 1) \tan^4 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) \right];$$

$$q_2 = (m - n)(1 - mn) + (m + n)(1 + mn) \tan^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right) + (m^2 - n^2) \sec^2 \left(\frac{\theta_T}{2} \right);$$

(5) 基本量测子集(ρ_R, θ_R)

$$r_R = R_e \times$$

$$\arctan \left\{ \frac{[1 + \tan^2(\theta_R/2)](m^2 - n^2)}{(m - n)(1 - mn)\tan^2(\theta_R/2) + (m + n)(1 + mn)} \right\}$$

$$r_T = \rho_R - r_R$$

其中 $m = \tan[\rho_R / (2R_e)], n = \tan[L / (2R_e)]$.

$$\begin{bmatrix} dr_T \\ dr_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial r_T / \partial \theta_R & \partial r_T / \partial \rho_R \\ \partial r_R / \partial \theta_R & \partial r_R / \partial \rho_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_R \\ d\rho_R \end{bmatrix}$$

$$\partial r_R / \partial \rho_R = p_1 / q_1, \partial r_T / \partial \theta_R = p_2 / q_2;$$

$$\partial r_R / \partial \theta_R = \partial r_T / \partial \theta_R, \partial r_T / \partial \rho_R = 1 - \partial r_R / \partial \rho_R;$$

$$p_1 = (1 + n^2) \left[(m - n)^2 \tan^2 \left(\frac{\theta_R}{2} \right) + (m + n)^2 \right];$$

$$p_2 = 2R_e n (m^2 - n^2) \tan^3 \left(\frac{\theta_R}{2} \right) \csc^2 \left(\frac{\theta_R}{2} \right);$$

$$q_1 = 2 \left[(m - n)^2 (n^2 + 1) \tan^4 \left(\frac{\theta_R}{2} \right) \right]$$

$$+2(m^2 - n^2)(1 - n^2)\tan^2\left(\frac{\theta_R}{2}\right) + (m + n)^2(n^2 + 1)\Big];$$

$$q_2 = (m^2 + n^2)(n^2 + 1)\left[\tan^4\left(\frac{\theta_R}{2}\right) + 1\right]$$

$$- 2(m^2 - n^2) \times (n^2 - 1)\tan^2\left(\frac{\theta_R}{2}\right)$$

$$+ 2mn(n^2 + 1)\left[1 - \tan^4\left(\frac{\theta_R}{2}\right)\right].$$

参考文献

- [1] Hahle E. Survey of bistatic and multistatic radar[J]. IEE Proceedings, 1986, 133(7): 587 - 595.
- [2] 谢俊好, 李波, 等. T/R-R 高频地波雷达舰船探测范围分析[J]. 电波科学学报, 2010, 25(2): 234 - 239.
Xie Junhao, Li Bo, et al. Ship detection range of T/R-R high frequency surface wave radar[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2010, 25(2): 234 - 239. (in Chinese)
- [3] A Farina, E Hanle. Position accuracy in netted monostatic and bistatic radar[J]. IEEE Trans on AES, 1983, 19(4): 513 - 520.
- [4] A Farina. Tracking function in bistatic and multistatic radar systems[J]. IEE Proceedings, 1986, 3(7): 630 - 637.
- [5] 何黎星, 孙仲康. 双基地及其联网系统的定位方法及定位精度分析[J]. 航空学报, 1993, 14(9): 542 - 545.
He Lixing, Sun Zhongkang. The location method and accuracy analysis in bistatic and its netted system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1993, 14(9): 542 - 545. (in Chinese)
- [6] 陈建春, 丁鹭飞. 双基地雷达定位精度分析[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(9): 18 - 21.
Chen Jianchun, Ding Lufei. Analysis of position finding errors in bistatic radars[J]. Systems Engineering and Electronics, 1999, 21(9): 18 - 21. (in Chinese)
- [7] 何友, 王国宏, 等. 双/多基地雷达的组合估计及定位精度分析[J]. 电子学报, 2000, 28(3): 17 - 20.
He You, Wang Guohong, et al. Combinational estimation and location accuracy analysis in bistatic/multistatic radars[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(3): 17 - 20. (in Chinese)
- [8] 陈建春, 丁鹭飞. 多基地雷达最佳定位算法[J]. 西安电子科技大学学报, 1999, 26(4): 397 - 400.
Chen Jianchun, Ding Lufei. Optimum position finding algorithm for multistatic radars[J]. Journal of Xidian University (Nature Science), 1999, 26(4): 397 - 400. (in Chinese)

- [9] He You, Xiu Jianjuan, Wang Guohong. Theorem for the combination of bistatic radar measurements using least square[J]. IEEE Trans on AES, 2003, 39(4): 1441 - 1445.
- [10] 刘琪, 孙仲康. 双基地两坐标雷达定位优化算法[J]. 电子学报, 1999, 27(2): 120 - 123.
Liu Qi, Sun Zhongkang. Optimal position location procedures with two coordinate measurements in bistatic system[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(2): 120 - 123. (in Chinese)
- [11] Cheng Hongwei, Sun Zhongkang. A nonlinear optimized location algorithm for bistatic radar system[A]. Proceedings of the IEEE 1995 National Aerospace and Electronics Conference[C]. Dayton, OH: IEEE, 1995. 201 - 205.
- [12] Shuxuan Chen, Baixiao Chen, Shouhong Zhang. Study of location based on T-R and T/R-R mode in bistatic Radar[A]. 2006 CIE International Conference on Radar[C]. Shanghai: IEEE Press, 2006. 340 - 344.
- [13] 宗华, 权太范, 等. 单双基地复合高频地波雷达网定位精度分析[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(5): 1108 - 1112.
Zong Hua, Quan Taifan, et al. Positioning accuracy in monostatic-bistatic composite high frequency surface wave radar network[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2009, 31(5): 1108 - 1112. (in Chinese)
- [14] W H Foy. Position location solution by Taylor-series estimation[J]. IEEE Trans on AES, 1976, 12(2): 187 - 194.

作者简介



谢俊好 男, 1972 年生于湖北省洪湖市, 哈尔滨工业大学电子工程系教授, 博士生导师, 全国优秀博士学位论文获得者. 主要研究方向为信号检测与估计、阵列信号处理、杂波模拟与检验.
E-mail: xj@hit.edu.cn



李波 男, 1985 年生于黑龙江省虎林市, 2008 年、2010 年获得哈尔滨工业大学工学学士和硕士学位, 现为加拿大 Mc Master University 博士研究生. 研究方向为目标跟踪、压缩感知理论与应用.
E-mail: libohitchina@gmail.com