

# 基于二分递推 SVD 的信号奇异性位置精确检测

赵学智, 叶邦彦

(华南理工大学机械与汽车工程学院, 广东广州 510640)

**摘要:** 提出利用信号构造行数为 2 的矩阵, 在奇异值分解后保留小奇异值对应的分量, 并取大奇异值所对应的分量信号重复构造相同矩阵进行奇异值分解, 从而将原始信号分解为一组分量信号. 这种分量信号具有二阶消失矩, 可实现对原始信号中 Lipschitz 指数为 0 和 1 的奇异性的位置精确检测, 其检测脉宽小, 且在同一层分量中指示奇异点位置的模极大值和奇异点处的突变量、转折斜率具有正比线性关系. 此法克服了小波变换检测结果的位置偏移和脉冲宽大的缺陷, 在对铣削力信号的处理中, 准确地检测出了其中的微弱冲击.

**关键词:** 奇异值分解; 二分递推矩阵构造; 奇异性检测; 信号处理

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2012) 01-0053-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.01.009

## Accurate Detection of Signal Singularity Position Based on Dichotomizing Recursion SVD

ZHAO Xue-zhi, YE Bang-yan

(School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China)

**Abstract:** It is proposed that a matrix with row number 2 is created by original signal and is processed by singular value decomposition (SVD), the component signal corresponding to the small singular value is retained, while the one corresponding to the big singular value is continuously used to create the same matrix to be continuously processed by SVD, by this way original signal can be decomposed into a group of component signals, which have the second order vanishing moment and can detect the accurate position of singularity with Lipschitz index 0 and 1 in original signal. Furthermore, the width of their detection impulse is small, and the modulus maxima in the component signals of the same level are proportional to the quantity of sudden change and the turning slope in the singular point. The defects of wavelet singularity detection, i. e. the deviation of singularity position and big width of detection impulse, are overcome and the faint impacts in the milling force signal are accurately detected by this method.

**Key words:** singular value decomposition (SVD); dichotomizing recursion creation of matrix; singularity detection; signal processing

### 1 引言

一个信号如果无限次可导, 则该信号是光滑的或没有奇异性, 但它如果在某处有间断点或某阶导数不连续, 则称信号在该处有奇异性. 一般用 Lipschitz 指数 (简称 Lip 指数) 来描述信号  $f(t)$  的奇异性程度. 设有非负整数  $n, n \leq \alpha \leq n+1$ , 如果存在常数  $A > 0$  以及  $n$  次多项式  $p_n(t)$ , 对于  $|t - t_0| < \delta$ ,  $\delta$  是一个任意小的数, 所有的  $f(t)$  都满足不等式:

$$|f(t) - p_n(t - t_0)| \leq A|t - t_0|^\alpha \quad (1)$$

则称  $f(t)$  在  $t_0$  点是  $Lip\alpha$  的, 如果  $f(t)$  在  $t_0$  的 Lip 指数

$\alpha$  小于 1, 则  $t_0$  为  $f(t)$  的奇异点; 而如果  $n \leq \alpha \leq n+1$ , 其中  $n \geq 1$ , 则  $t_0$  为  $f(t)$  的第  $n$  阶导数的奇异点. 奇异性信号是一类重要的信号, 在工程实际中普遍存在, 与稳定信号相比, 奇异性信号往往携带了更多的重要信息. 例如当电机中的电刷磨损时, 电流信号就会产生奇异性, 通过检测和分析这种奇异性, 可实现对电刷磨损状态的判断<sup>[1]</sup>. 而在光电脉搏波信号处理中, 为了利用动态光谱法进行血液成分无创检测, 首先就要对信号中的奇异点进行定位<sup>[2]</sup>. 当梁结构发生损伤时, 在损伤处其挠度或模态振型的某阶导数会存在不连续现象, 通过对这种奇异性进行分析, 可判别损伤位置, 并且利用 Lip

指数还可估计损伤的程度<sup>[3]</sup>.而在焊接质量的检验中,利用奇异性分析可实现对焊缝位置的检测,由此可以实现对焊接质量的在线判别<sup>[4]</sup>.地震信号中也含有丰富的奇异性信息,对从地表获取的地震数据进行奇异性分析,可显示地震剖面上模糊不清的信息<sup>[5]</sup>.而在图像处理中,一个很典型的例子是图像边缘存在奇异性,通过对这种奇异性进行检测,可确定图像的边缘<sup>[6]</sup>.另外一些应用中,如表面形貌评定,为了得到准确的表面形貌参数,首先要找出形貌信号中的奇异点位置并采取排除其对形貌参数计算的影响<sup>[7]</sup>.从这些不同领域的实例可见,对信号中奇异性的准确检测具有非常重要的意义.一直以来,小波变换都是检测信号奇异性的最重要的工具,具有  $n$  阶消失矩的小波可检测出从  $f(t)$  直到其第  $n-1$  阶导数的奇异性<sup>[8]</sup>,在上面所列举的奇异性检测应用中,无一例外地都是利用小波变换来实现的.虽然小波奇异性检测应用得如此广泛,但是需要指出的是,它存在一个不容忽视的问题,那就是各尺度上的检测结果不一致,随着小波分解尺度的增加,其检测结果将偏离正确的奇异点位置,分解尺度越大,偏离越严重,而且指示奇异点位置的脉冲宽度也将变得很大,这些因素使得小波变换在奇异性位置检测精度方面并不十分准确.

为了实现对奇异的精确定位,作者通过研究,提出了一种完全不同于小波变换的奇异性检测方法,即二分递推奇异值分解法,此方法的突出特点是可以实现对信号中的奇异性位置的精确定位,不同分解层上的检测结果不会发生偏移,并且其指示奇异点位置的脉冲宽度小,脉宽变化也具有规律性,同一层数上反映奇异的模极大值与奇异点处的突变量、转折斜率还具有正比线性关系,完全克服了小波奇异性检测的位置偏移缺陷,是一种十分值得推荐的奇异性精确检测方法.

## 2 信号的二分递推 SVD 分解原理

与奇异性信号不同,奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)完全是另外一个概念,虽然都以“奇异”二字冠名,但它与奇异性信号完全是两回事.SVD 是一种正交变换方法,对于一个矩阵  $H \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ,不管其行列是否相关,必定存在正交矩阵  $U = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m) \in \mathbf{R}^{m \times m}$  和正交矩阵  $V = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,使得

$$H = USV^T \quad (2)$$

成立,式中  $S = [\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_q), \mathbf{O}]$  或者其转置,这取决于  $m \leq n$  还是  $m > n$ ,  $S \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ,  $\mathbf{O}$  为零矩阵,  $q = \min(m, n)$ , 且有  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_q > 0$ ,  $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, q)$  称为矩阵  $H$  的奇异值<sup>[9]</sup>.

SVD 近年来在很多领域都得到了重要的应用.如 Selvan S 等利用 SVD 对小波变换的结果进行处理,获得了正交的特征向量,再通过 Kullback-Leibler 距离函数对图象纹理进行识别和分类,结果表明可以获得比传统的子带能量法(sub-band energy)更好的效果<sup>[10]</sup>.Teoh E J 等利用 SVD 来评估隐层神经元数目对神经网络泛化能力的影响,他们利用有效奇异值实现了对隐层空间中模式的线性独立性分析,进而决定了隐层神经元的数目<sup>[11]</sup>.Choong M K 等将 SVD 用于对基因表现轮廓(gene expression profiles)数据的周期性分析,并利用最小二乘和 SVD 相结合,提高了周期估计的精度<sup>[12]</sup>.Bydder M 等利用 SVD 来决定信号的有效成分,实现了对多路回波数据的消噪<sup>[13]</sup>.其它诸如在滤波器设计<sup>[14]</sup>、语音编码<sup>[15]</sup>等领域中,SVD 都有重要的应用.

而作者通过研究发现,只要利用信号构造出合适的矩阵,并采用特定的矩阵维数,通过递推分解方式,SVD 居然可以实现对奇异性信号的检测,而且具有令人意想不到的准确效果,克服了小波奇异性检测的诸多不足.设有离散数字信号  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ,首先利用此信号构造一个行数为 2 的如下矩阵:

$$H = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{N-1} \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_N \end{pmatrix} \quad (3)$$

$H \in \mathbf{R}^{2 \times (N-1)}$ ,此矩阵经过 SVD 处理后可以得到,而且只能得到两个奇异值.由于  $H$  的特点是第二行仅仅比第一行滞后一个数据,这使得对于一般的非噪声信号构造的  $H$  而言,它的两行将高度相关,这样的矩阵经 SVD 处理后,得到的第一个奇异值将比较大,而第二个奇异值则较小,在这种情况下,可将式(2)改写成用列向量  $\mathbf{u}_i$  和  $\mathbf{v}_i$  表示的形式:

$$H = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ ,  $\mathbf{v}_i \in \mathbf{R}^{(N-1) \times 1}$ ,  $i = 1, 2$ .令  $H_1 = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T$ , 则  $H_1 \in \mathbf{R}^{2 \times (N-1)}$ .  $H_1$  具有类似于  $H$  的数据结构,但有区别的是其中代表信号同一数据的元素却不会相等.设由  $H_1$  获得的分量信号为  $\mathbf{A} = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ ,则参照  $H$  的数据结构可见,  $H_1$  的元素  $H_1(1, 2)$  和  $H_1(2, 1)$  都代表  $\mathbf{A}$  的数据  $a_2$ ,而根据  $H_1$  的定义可以得到:  $H_1(1, 2) = \sigma_1 u_{1,1} v_{1,2}$ ,  $H_1(2, 1) = \sigma_1 u_{1,2} v_{1,1}$ , 其中  $u_{1,1}$ 、 $u_{1,2}$  是列向量  $\mathbf{u}_1$  的第 1、2 个坐标,而  $v_{1,1}$ 、 $v_{1,2}$  是列向量  $\mathbf{v}_1$  的第 1、2 个坐标.可见代表分量信号同一数据的这两个元素并不相等,因此在获取分量信号时,首先将  $H_1$  中代表信号同一数据的这些元素求平均,再利用这种平均值作为信号  $\mathbf{A}$  中的数据.令  $H_2 = \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T$ ,同理从  $H_2$  也可以获得一个分量信号  $\mathbf{D}$ .在得到的这两个分量中,  $\mathbf{D}$  对应的是小奇异值  $\sigma_2$ ,反映的是信号细节特征,将此信号保留;  $\mathbf{A}$  对应的是大奇异值  $\sigma_1$ ,反映的是

信号的主体概貌,我们的分解思想是继续利用  $\mathbf{A}$  再次构造如式(3)所示的矩阵,并进行同样的处理,又可得到两个信号……,如此逐次递推进行,就可将原始信号逐步分解为一系列  $\mathbf{D}$  分量信号. 设第  $i$  次分解得到的分量信号分别为  $\mathbf{A}_i$  和  $\mathbf{D}_i$ ,  $i$  称为分解层数,则这种分解过程可用图 1 表示,由于递推过程中矩阵行数始终取 2,故将此种分解方式称为信号的二分递推 SVD 分解. 作者发现,采用这种方式获得的分量信号  $\mathbf{D}_i$  可以实现对原信号中奇异性位置的精确检测,与小波变换的奇异性检测相比,具有十分独特的优越性,在下面将通过实例来分析其对奇异性的检测规律和特点.

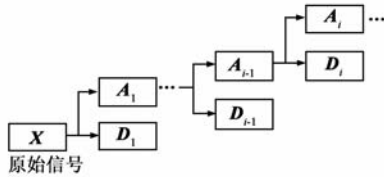


图1 二分递推SVD对信号的分解过程

### 3 二分递推 SVD 的奇异性检测规律

#### 3.1 对奇异性位置的精确检测

设有信号  $f(t)$  如下:

$$f(t) = \begin{cases} 6, & 0 \leq t \leq 50 \\ 6.5, & 50 < t \leq 100 \\ -0.25t + 31.5, & 100 < t \leq 150 \end{cases} \quad (5)$$

此信号在  $t = 50\text{s}$  处存在微小突变,根据式(1)的定

义,信号在此处是 lip0 的,而在  $t = 100\text{s}$  处信号本身虽然是连续的,但是其一阶导数在此处却并不连续,信号在此处是 lip1 的. 对此信号以  $T = 1\text{s}$  为采样间隔对其离散化采样,结果如图 2 所示.

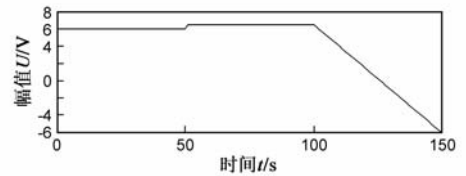
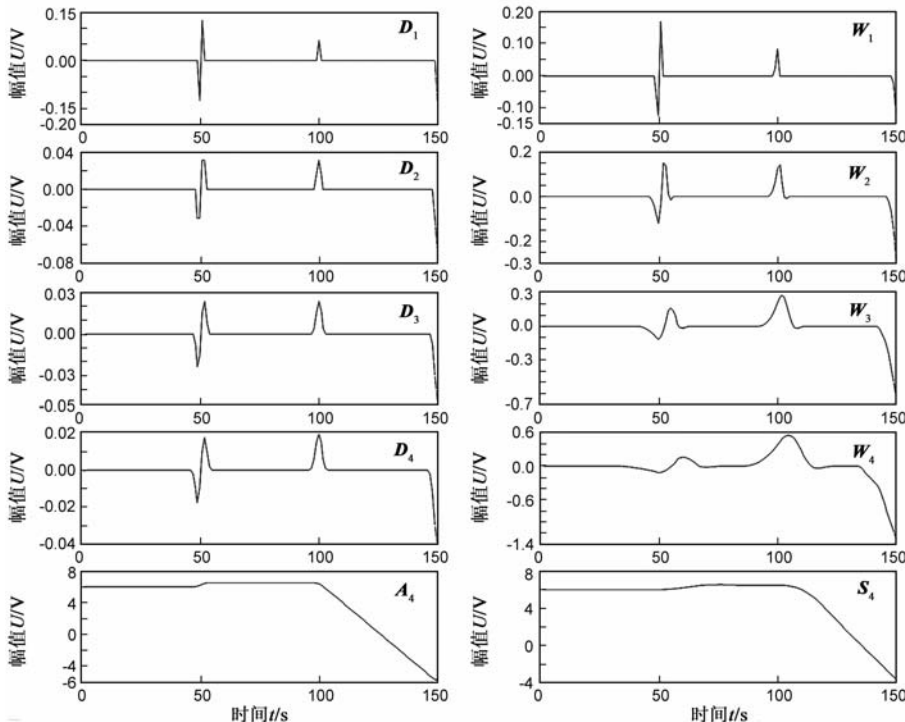


图2 一个奇异性信号

采用二分递推 SVD 对此信号分解 4 层,得到的  $\mathbf{D}_1 \sim \mathbf{D}_4$  及  $\mathbf{A}_4$  如图 3(a) 所示,可见在原信号 lip0 的奇异点处,  $\mathbf{D}_1 \sim \mathbf{D}_4$  都产生了一个零交叉点(zero crossing),指示着该处的奇异点位置,这是具有二阶消失矩的小波对 lip0 的奇异性的检测特征;而在原信号 lip1 的奇异点处,  $\mathbf{D}_1 \sim \mathbf{D}_4$  都产生了一个峰值(peak),指示着该处的奇异点位置,这是具有二阶消失矩的小波对 lip1 的奇异性的检测特征. 现在这种检测结果至少说明一个问题,那就是二分递推 SVD 的分解结果具有二阶消失矩. 作为对比,采用同样具有 2 阶消失矩的 Daubechies 2 号小波对图 2 信号分解 4 层,结果如图 3(b) 所示. 可见在 4 个细节信号  $\mathbf{W}_1 \sim \mathbf{W}_4$  中,在 lip0 的奇异性处同样都产生了一个零交叉点,而在 lip1 的奇异性处同样都产生了一个最大峰值,乍一看,小波变换的这种结果除了后续尺度上的检测脉冲变得很宽外,其它效果和二分递推 SVD 的检测结果似乎没有什么区别.

但事实上并非如此,仔细观察一下,就可发现二分递推 SVD 检测结果的突出特点表现在它对奇异性位置的精确定位,而小波变换的检测结果则存在奇异点位置偏移现象. 首先来分析一下离散后信号准确的奇异点位置,对于原信号来说,以  $T = 1\text{s}$  对其离散化采样后,在第 50s 到第 51s 这两点之间,信号从 6 向上突变到 6.5;而在  $t = 100\text{s}$  处,信号则发生了转折. 因此更准确地说,对于离散后的数字信号而言,精确的奇异点应该分别在  $t = 50.5\text{s}$  和  $t = 100\text{s}$  处. 现在将二分递推 SVD 分解结果  $\mathbf{D}_1 \sim \mathbf{D}_4$  中位于区间  $[46, 55]\text{s}$  的波形绘在一起,如图 4(a) 所示,该图清晰地显示了二分递推 SVD 对原信号中 lip0 的奇异性的检测效果,可见  $\mathbf{D}_1 \sim \mathbf{D}_4$  的零



(a) 二分递推SVD的检测结果

(b) 小波变换的检测结果

图3 二分递推SVD和小波变换的奇异性检测结果对比

交叉点完全集中于一点,而这一点非常精确地发生在  $t = 50.5\text{s}$  处,且检测脉冲以零交叉点为中心呈准确的中心对称分布.再将  $D_1 \sim D_4$  位于区间  $[96, 104]\text{s}$  的结果绘在一起,如图 4(b),它反映了对原信号中 lip1 的奇异性的检测效果,可见 4 个峰值都精确地发生在  $t = 100\text{s}$  处,而且检测脉冲以该点为中心呈准确的轴对称分布.

再来比较一下小波变换的检测结果.将 4 个小波细节信号  $W_1 \sim W_4$  在区间  $[30, 70]\text{s}$  内的波形绘在一起,如图 4(c)所示,它显示了小波对原信号 lip0 的奇异性的检测效果.明显可见各个细节信号的零交叉点没有发生在同一个位置,分解尺度越大,零交叉点偏离正确奇异点位置的距离越大;另一个问题是指示奇异位置的脉冲宽度迅速增加,  $W_2$  中这种脉宽已达到  $10T$  左右,而在  $W_4$  中这种脉宽已迅速增到  $40T$  左右了,而二分递推 SVD 得到的  $D_4$  中同样位置上的脉宽才仅仅为  $9T$ .图 4(d)给出了 4 个小波细节信号在区间  $[85, 125]\text{s}$  点处的局部波形,它反映了对  $t = 100\text{s}$  处 lip1 奇异点的检测结果,可见存在相同的问题:一是各个峰值没有发生在同一位置,尺度越大,峰值偏移得越严重,二是脉宽的增加也很快,  $W_4$  中的脉宽也已达  $40T$  了,而同样位置上  $D_4$  中的脉宽才仅仅为  $8T$ .

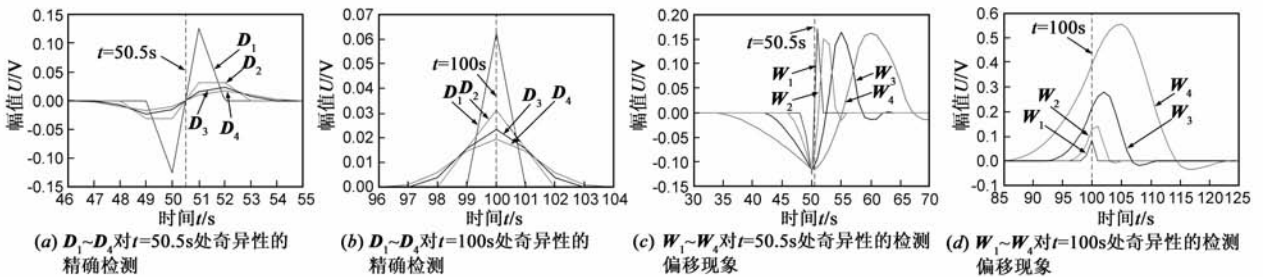


图4 二分递推SVD对奇异性的精确检测和小波奇异性的检测的位置偏移现象

### 3.2 模极大值和突变量、转折斜率的关系

虽然二分递推 SVD 指示突变点和转折点的脉冲宽度不随突变量和转折量的大小而改变,但是脉冲的模极大值却会随它们而变化,现在来研究模极大值的这种变化规律.以图 2 的奇异性信号为基础,在  $t = 50\text{s}$  点处设置 5 种突变量,分别为  $\tau = 0.5, \tau = 1.0, \tau = 1.5, \tau = 2.0, \tau = 2.5$ ,而在  $t = 100\text{s}$  点处,则相应地加大转折量,转折斜率分别为  $k = -0.25, k = -0.45, k = -0.65, k = -0.85, k = -1.05$ ,将这 5 个奇异性信号绘在一起,如图 5 所示.

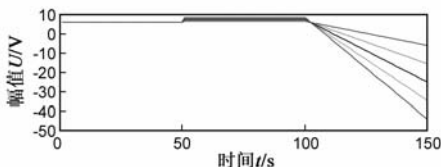


图5 五个不同的奇异性信号

采用其他具有 2 阶消失矩的小波如 Mexican hat 小波进行检测,也存在类似的问题,即(1)各尺度检测的奇异点位置彼此不同;(2)随分解尺度的增加,指示奇异点位置的脉冲宽度迅速增加.限于篇幅不再给出图形结果.

除了检测位置的精确性之外,二分递推 SVD 对奇异性检测的另一个特点是它的检测脉宽的变化还存在规律性.设对原始奇异性信号的采样周期为  $T$ ,通过对很多奇异性信号的检测结果进行分析,我们发现,对于信号中 lip0 的奇异性,不管该处的突变有多大,在  $D_1$  中指示奇异位置的脉冲宽度始终为  $3T$ ,以后每多分解一层,脉冲宽度以零交叉点为中心对称地增加  $2T$ ,即在  $D_2$  中为  $5T$ ,在  $D_3$  中为  $7T$ ,在  $D_4$  中为  $9T$ .而对于信号中 lip1 的奇异性,不管该处的转折有多大,在  $D_1$  中指示奇异位置的脉冲宽度始终为  $2T$ ,以后每分解一次,脉冲宽度以峰值为中心对称地增加  $2T$ ,即在  $D_2$  中为  $4T$ ,在  $D_3$  中为  $6T$ ,在  $D_4$  中为  $8T$ .经研究发现,脉宽的这种变化规律和矩阵维数存在关系,反映奇异性的初始脉宽以及脉宽增加量是由矩阵的行数 2 这一数值决定的,但难以解释这种内在联系.

对每个奇异性信号,分别利用二分递推 SVD 连续分解 4 层,得到  $D_1 \sim D_4$  分量,然后提取  $D_1 \sim D_4$  中脉冲的模极大值.现在首先来看突变量和模极大值的关系,对于这 5 个奇异性信号,在  $D_1 \sim D_4$  中反映突变性的模极大值如图 6(a)所示.可见对于每种突变量,当分解层数增大时,从  $D_1$  到  $D_4$ ,其中的模极大值呈现非线性衰减趋势,其中从  $D_1$  到  $D_2$  之间普遍衰减较大,而以后层数间的衰减逐步变小.

而当突变量增加时,在每一层上对应的模极大值却会增加,为了得到这二者之间的具体关系,以突变量为横坐标,  $D_i (i = 1, 2, 3, 4)$  中的模极大值为纵坐标作图,得到突变量和每一个  $D_i (i = 1, 2, 3, 4)$  中模极大值的关系如图 6(b)所示,可见它们竟然是一种理想的线性关系,即当突变量增加时,对应在  $D_1, D_2, D_3, D_4$  中的模极大值也线性增加,这种线性关系是非常有意义的,它和信号其他部分无关,只反映了突变量和模极大

值的内在联系.通过这种关系,可以利用模极大值来推知相应的突变量.经计算可以得到在  $D_1$  中的模极大值和突变量的直线方程为:

$$y = 0.250810\tau - 0.000404 \quad (6)$$

$D_2$  中的模极大值和突变量的直线方程为

$$y = 0.063390\tau - 0.000464 \quad (7)$$

$D_3$  中的模极大值和突变量的直线方程为

$$y = 0.047780\tau - 0.000477 \quad (8)$$

$D_4$  中的模极大值和突变量的直线方程为

$$y = 0.036058\tau - 0.000477 \quad (9)$$

在以上方程中,  $y$  代表模极大值,  $\tau$  代表突变量.根据这些方程,只要得到了任何一层上的模极大值  $y$ , 即可由相应的方程反推出原信号中的突变量  $\tau$ .

而信号转折点处的斜率和模极大值也存在上述相似的关系,如图 7.图 7(a)反映了在每一种斜率下从  $D_1$

到  $D_4$  中的模极大值的衰减过程;而图 7(b)则反映了斜率绝对值和每一个  $D_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 中模极大值的关系,可见这也是一种理想的线性关系,即当斜率绝对值增大时,在每一个  $D_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 中的模极大值也线性增加.经计算可得到  $D_1$  中的模极大值  $y$  和斜率绝对值  $|k|$  的直线方程为:

$$y = 0.252224|k| - 0.000569 \quad (10)$$

$D_2$  中的模极大值和斜率绝对值的直线方程为:

$$y = 0.127254|k| - 0.000585 \quad (11)$$

$D_3$  中的模极大值和斜率绝对值的直线方程为:

$$y = 0.095963|k| - 0.000575 \quad (12)$$

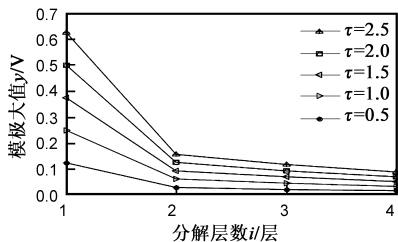
$D_4$  中的模极大值和斜率绝对值的直线方程为:

$$y = 0.080315|k| - 0.000571 \quad (13)$$

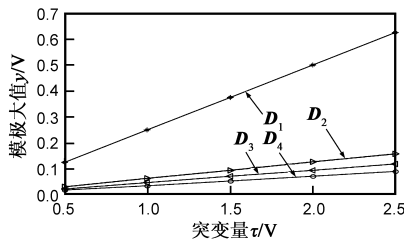
利用这种关系,根据模极大值就可以推知信号转折点处相应的斜率.

## 4 对铣削力信号奇异性特征的提取

在铣削加工时,如果材料内部硬度不均匀或者材料颗粒大小不均匀,铣刀在旋转加工时就会受到冲击,从而引起铣削力的突变,影响加工质量.调质这种热处理工艺可以使材料硬度分布和材料颗粒大小变得均匀,从而提高切削加工质量.在一台铣床上用四刃立铣刀对调质 45 # 钢进行铣削,采用 Kistler 压电晶体测力仪测量铣削时的力信号,结果如图 8 所示,可以看出在每一个旋转周期内有四个波动信息,这是由刀

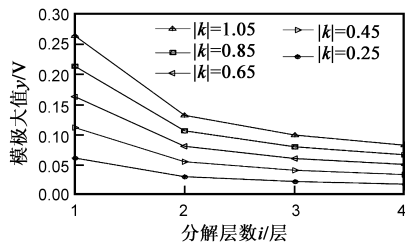


(a) 不同突变量下模极大值沿分解层数的变化

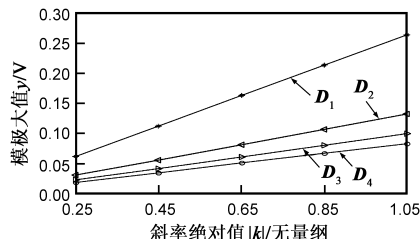


(b) 同一层上模极大值和突变量的关系

图 6 模极大值和突变量的关系



(a) 不同斜率下模极大值沿分解层数的变化



(b) 同一层上模极大值和斜率绝对值的关系

图 7 模极大值和转折点处斜率的关系

具的四个切削刃而产生的,除此之外,很难看出此信号存在其他问题.现在利用二分递推 SVD 对此信号分解 4 层,得到  $D_1 \sim D_4$  如图 9(a) 所示,易见在它们中有很多强烈的脉冲信息,这些脉冲在  $D_1 \sim D_4$  中的位置是一一对应的,说明它们沿分解层具有传输性;脉冲有正负峰值,说明它们是零交叉点类型的脉冲.这种结果清楚地表明:原铣削力信号中存在突变,提取  $D_1 \sim D_4$  中脉冲的模极大值,结果如图 9(b),它们的零交叉点清晰地反

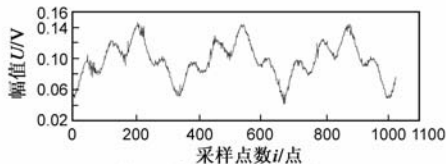


图 8 原始铣削力信号

映了突变发生的时刻,利用这些模极大值代入方程 (6) ~ (9), 还可估计出突变量的大小.二分递推 SVD 的这种处理结果表明:虽然工件材料经过了调质,但是这种调质的效果并不太好,在材料内部还是存在硬度不均匀现象,或者材料颗粒大小不均匀,从而在加工时对刀具产生冲击,这种冲击除了会影响加工质量外,还会加剧刀具的磨损,减少刀具的使用寿命.

此例中铣削力信号的噪声干扰相对较小,可以直接对其进行奇异性检测,而对于工程实际中那些含较大噪声干扰的奇异性的检测,在检测前一般需要先采取消噪算法对其做消噪处理,然后再进行奇异性检测,这样可以消除噪声干扰对奇异性检测的影响,而 SVD 本身也可实现这种消噪处理<sup>[14]</sup>.

## 5 结论

(1)提出了一种二分递推 SVD 方法,实现了利用 SVD 将信号分解为一组反映信号细部特征的分量信号.这种分量具有二阶消失矩特性,可以实现对原始信号中  $lip0$  和  $lip1$  的奇异点位置的精确检测,克服了小波变换检测时的奇异点位置偏移、检测脉冲宽度大等缺陷.

(2)二分递推 SVD 的奇异性检测脉宽具有规律性.如果对信号的采样周期为  $T$ ,在对  $lip0$  的奇异性的检测中,不管该处的突变有多大,在第一个分量中指示奇异性位置的脉冲宽度始终为  $3T$ ,以后每分解一层,脉冲宽度以零交叉点为中心对称地增加  $2T$ .而对于  $lip1$  的奇异性,不管该处的转折有多大,在第一个分量中指示奇异性位置的脉冲宽度始终为  $2T$ ,以后每分解一层,脉冲宽度以峰值为中心对称地增加  $2T$ .

(3)当突变量增加时,在每一层分量信号中反映突变点位置的脉冲模极大值也将线性增加;当转折斜率绝对值增加时,每一层分量信号中反映转折点位置的脉冲模极大值也将线性增加.

(4)对铣削力信号的处理结果表明,二分递推 SVD 探测到了信号中微弱的突变性及其发生的具体时间点,证实了因工件材料硬度不均匀或颗粒间隙而产生的对刀具的冲击现象.

## 参考文献

- [1] Figarella T, Jansen M H. Brush wear detection by continuous wavelet transform[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(3): 1212 - 1222.
- [2] 刘玉良,李刚,林凌.基于小波分析的光电脉搏波奇异性处理[J].信号处理,2007,23(1):64 - 68.  
Liu Yu-liang, Li gang, Lin ling. Processing of singularity in the photoelectric pulse wave by wavelet analysis[J]. Signal processing, 2007, 23(1): 64 - 68. (in Chinese)
- [3] 柳春光,刘海兵,贾玲玲.基于小波奇异性的梁结构损伤评估方法研究[J].大连理工大学学报,2009,49(1):105 - 109.  
Liu Chun-guang, Liu Hai-bing, Jia Ling-ling. Research on beam damage diagnosis based on wavelet singularity[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2009, 49(1): 105 - 109. (in Chinese)

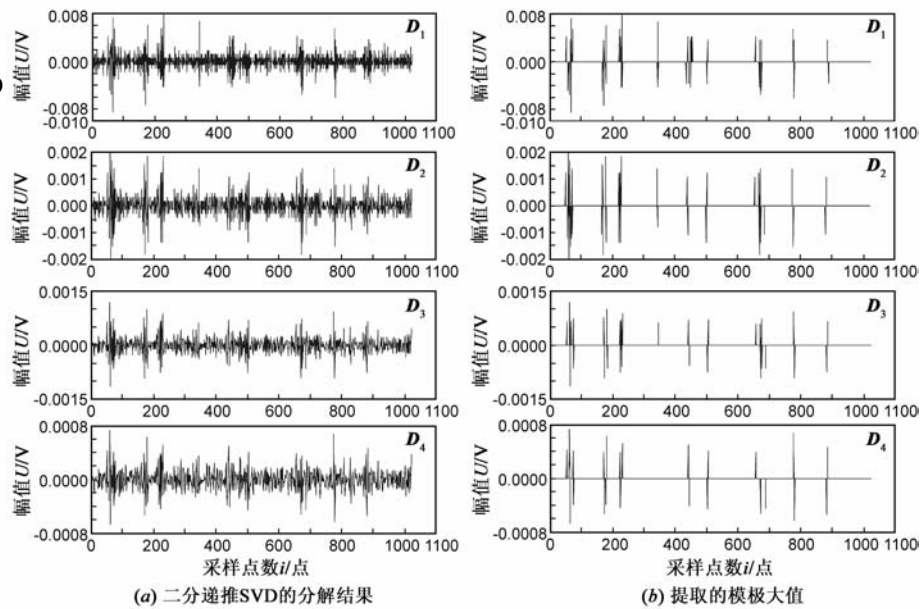


图9 二分递推SVD对铣削力中的奇异性检测结果

- [4] Jiang Huiqin, Ma Ling, Jiang Hongyu, Rinoshika A. Application of wavelet-based singularity detection technique in automatic inspection system[J]. International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, 2006, 4(2): 285 - 295.
- [5] Li ChunFeng, Liner C. Wavelet-based detection of singularities in acoustic impedances from surface seismic reflection data[J]. Geophysics, 2008, 73(1): 1 - 9.
- [6] Zhong J, Ning R. Image denoising based on wavelets and multifractals for singularity detection[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(10): 1435 - 1447.
- [7] 崔长彩,张耕培,张彬.小波滤波及奇异性分析在表面形貌评定中的应用[J].光学精密工程,2009,17(9):2255 - 2260.  
Cui Chang-cai, Zhang Geng-pei, Zhang Bin. Application of wavelet filtering and singularity analysis to evaluation of surface roughness[J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(9): 2255 - 2260. (in Chinese)
- [8] 赵学智,林颖,陈文戈.奇异性信号检测时小波基的选择[J].华南理工大学学报,2000,28(10):75 - 80.  
Zhao Xue-zhi, Lin Ying, Chen Wen-ge. The choice of wavelet bases for singularity detection[J]. Journal of South China University of Technology, 2000, 28(10): 75 - 80. (in Chinese)
- [9] 王佰玲,田志宏,张永铮.奇异值分解算法优化[J].电子学报,2010,38(10):2234 - 2239.  
Wang Bai-ling, Tian Zhi-hong, Zhang Yong-zhen. Optimization of singular vector decomposition algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(10): 2234 - 2239. (in Chinese)
- [10] Selvan S, Ramakrishnan S. SVD-based modeling for image texture classification using wavelet transformation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(11): 2688 -

2696.

- [11] Teoh E J, Tan K C, Xiang C. Estimating the number of hidden neurons in a feedforward network using the singular value decomposition [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2006, 17(6): 1623 - 1629.
- [12] Choong M K, Levy D, Yan H. Study of microarray time series data based on forward-backward linear prediction and singular value decomposition [J]. International Journal of Data Mining and Bioinformatics, 2009, 3(2): 145 - 159.
- [13] Bydder M, Du J. Noise reduction in multiple-echo data sets using singular value decomposition [J]. Magnetic Resonance Imaging, 2006, 24(7): 849 - 856.
- [14] 胡谋法, 董文娟, 王书宏等, 陈曾平. 奇异值分解带通滤波背景抑制和去噪 [J]. 电子学报, 2008, 36(1): 111 - 116. Hu Mou-fa, Dong Wen-juan, Wang Shu-hong, Chen Zeng-ping. Singular value decomposition band-pass-filter for image background suppression and denoising [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(1): 111 - 116. (in Chinese)
- [15] 王贵平, 鲍长春, 张鹏. 基于奇异值分解的低速率波形内插语音编码算法 [J]. 电子学报, 2006, 34(1): 135 - 140.

Wang Gui-ping, Bao Chang-chun, Zhang Peng. Low bit rates waveform interpolation speech coding based on singular value decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(1): 135 - 140. (in Chinese)

### 作者简介



赵学智 男, 1970 年生于湖南邵东, 博士, 华南理工大学机械与汽车工程学院副教授, 主要从事信号处理、奇异值分解理论与算法、模式识别和故障诊断等方面的研究.

E-mail: mezhaoxz@scut.edu.cn



叶邦彦 男, 1949 年生于广东广州, 华南理工大学机械与汽车工程学院教授、博士生导师, 中国图像图形学会高级会员、中国机械工程学会高级会员、全国高等学校制造自动化研究会常务理事兼中南分会理事长. 主要从事制造自动化、图像处理、机器视觉、计算机检测与控制等方面的研究工作.