

基于图像块整体稀疏性与流形投影的压缩成像

练秋生,张红卫,陈书贞

(燕山大学信息科学与工程学院,河北秦皇岛 066004)

摘要: 如何利用自然图像本身固有的先验知识来提高重构图像质量是压缩成像系统的一个关键问题.本文在压缩成像系统中融合图像块整体稀疏性与流形特性,提出了一种高质量压缩成像算法.在该算法中,图像块由字典稀疏表示,同时还可由一组与图像块位于同一低维流形上的近邻点线性逼近,从而使稀疏重建信号分布在原始信号所处的流形附近.另外本文充分利用了图像中任意位置处图像块的稀疏性先验知识,使得压缩成像算法在低采样率下能重构出质量较高的图像.

关键词: 压缩传感; 压缩成像; 稀疏表示; 流形投影

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2013)05-0905-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.012

Compressive Imaging Algorithm Based on the Integrated Sparse Property of Image Patches and Manifold Projection

LIAN Qiu-sheng, ZHANG Hong-wei, CHEN Shu-zhen

(Institute of Information Science and Technology, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China)

Abstract: How to improve the reconstructed image quality using inherent prior knowledge of natural image is still a crucial issue in compressive imaging. In this paper, an efficient compressive imaging algorithm is proposed, which combines the sparse property of the entire image patches and the manifold property. In the algorithm, image patches are represented sparsely by a dictionary and approximated simultaneously by a set of neighbor points. These neighbor points are embedded in the same manifold with the original signal, ensuring that the recovered signal using sparse approximation is close with its manifold. In addition, the proposed compressive imaging algorithm which makes full use of the sparse properties of patches in any position of the image can reconstruct the high quality image in low sampling rate.

Key words: compressed sensing; compressive imaging; sparse representation; manifold projection

1 引言

压缩感知理论是近年来信息处理领域的革命性突破,它改变了人们获取信息的传统观念,缓解了对海量数据进行传输和存储的压力.传统的采样过程必须满足香农采样定理,即采样速率必须达到图像最高频率的两倍以上才能无失真的重构原始图像.在实际应用中,为了降低存储空间和传输成本,人们常采用压缩方法仅对少数能量较大的系数进行编码,舍弃大量非重要系数,然而这种传统的先高速采样再压缩的过程浪费了大量的采样资源和计算资源^[1~4].Candes 和 Donoho 在 2006 年提出了压缩感知的思想^[2,5],其核心思想是直接采用采样过程和压缩过程相结合,即首先对信号进行随机投影获得少量观测值,然后利用信号的稀疏性先验知识,通过合适的重构算法从远小于奈奎斯特抽样率的观测值

中恢复原始信号.之后很多学者对其进行了深入研究,仅用少数观测值获得了令人鼓舞的图像重构效果.

压缩成像是基于压缩感知理论的低抽样率成像方法,在压缩成像系统中,图像的稀疏表示是影响成像质量的一个关键因素,图像表示越稀疏,则图像重构质量越高.然而由于整幅图像维数非常高,运算复杂度大,为减少运算复杂度,人们常将图像分块处理.近年来用解析字典或基于学习的字典对图像块稀疏表示在数字图像处理中得以广泛应用^[6,7],基于分块随机投影的压缩传感也成为目前的研究热点之一^[8].在数据缺失不太严重的情况下,字典可以捕捉到数据中的主要特征,利用稀疏性先验知识,可以从低维观测信号中恢复原始数据.然而在数据丢失严重的情况下,利用稀疏编码重构获得的图像质量不理想.为了提高丢失数据的恢复性能,在图像重构时需要考虑除稀疏性之外的其它先验

知识.文献[9]的研究表明,具有相似语义结构的图像块嵌入在同一个高维观测空间的低维子流形上.文献[10]将图像在解析轮廓波表示下的稀疏性和图像块低维流形特性融合,获得了高质量的重构结果. Ramamurthy 在图像修复实验中^[11],通过在稀疏编码的框架下利用图像块流形特性提高了图像修复质量.受这些思想启发,本文在压缩成像过程中引入流形投影正则项来提高重构图像质量.除此之外,图像中任意一个图像块均满足稀疏性约束条件.目前基于分块随机投影的压缩成像研究仅仅关注采样图像块的稀疏性先验知识,全体图像块的稀疏性先验知识还没有引起人们的广泛关注.为此本文在压缩成像过程中融入图像块整体稀疏性先验知识和流形投影正则项,提出了一种高质量图像重构算法.

2 基于图像局部稀疏性的压缩成像

压缩传感理论表明高分辨率信号和图像可以从远小于奈奎斯特定理所要求数目的数据中恢复.对原始信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ 随机投影后获得少量观测值 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M$, 利用信号在某一变换域下的稀疏性先验知识,可以通过求解下面的优化问题获得重构图像 $\hat{\mathbf{x}}$:

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \|\Psi^T \mathbf{x}\|_0 + \lambda \|\Phi \mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 \quad (1)$$

式(1)中, $\Psi^T \mathbf{x}$ 定义为原始图像 \mathbf{x} 在某一稀疏变换 Ψ 下稀疏系数组成的向量, $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ($M < N$) 定义为观测投影矩阵.

在传统的压缩成像系统中, Φ 是对整幅图像进行随机投影,然而对于自然图像而言信号维数非常高,对图像进行整体随机投影计算复杂度与存储要求都很高,实现比较困难.近年来,基于分块随机投影的压缩传感^[8]成为研究的热点.对图像进行分块随机投影,首先需要把图像分成大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ 的非重叠图像块,然后对所有图像块采用同一个观测矩阵 $\Phi_B \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ($m < n$) 随机投影.与对整幅图像进行随机投影的方法相比,分块随机投影所需要的观测矩阵较小,易于存储和运算,对硬件的要求更低,因此它对压缩传感硬件实现具有重要的意义.

定义 $\mathbf{x}_i = \mathbf{R}_i \mathbf{x}$, $\mathbf{R}_i \in \mathbf{R}^{n \times N}$ 为取块操作. $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n$ 为原始图像 \mathbf{x} 中的第 i 个局部块,由过完备字典 $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{n \times L}$ 稀疏表示为:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{D} \boldsymbol{\gamma}_i, \quad \text{s.t.} \quad \|\boldsymbol{\gamma}_i\|_0 \leq S \quad (2)$$

\mathbf{x}_i 在随机采样矩阵 Φ_B 下的观测值为: $\mathbf{y}_i = \Phi_B \mathbf{x}_i$. 每个图像块 \mathbf{x}_i 都可以利用图像块的稀疏性先验知识从观测值 \mathbf{y}_i 中重构:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_i = \underset{\boldsymbol{\gamma}_i}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y}_i - \Phi_B \mathbf{D} \boldsymbol{\gamma}_i\|_2, \quad \text{s.t.} \quad \|\boldsymbol{\gamma}_i\|_0 \leq S \quad (3)$$

在数据缺失严重 ($m \ll n$) 的情况下,由于投影矩阵

Φ_B 的影响,观测值维数比原始信号维数要小很多,仅采用基于局部稀疏编码的方案不能获得高质量的重构图像.

3 基于图像局部稀疏性与流形投影的压缩成像

为了提高丢失数据的恢复性能,在图像重构时需要考虑除图像局部稀疏性之外的其它先验知识.图像块本身具有低维流形特性,将整幅图像划分为小图像块后,包含不同几何结构的图像块嵌入在不同的低维流形上.如果能够获得信号的流形表示,则可以在流形空间中逼近原始信号.近几年来,很多学者都致力于研究嵌入在高维数据中有意义的低维流形^[12],它能够揭示高维观测数据的内在结构与潜在的低维参数空间.著名的流形学习算法有等距映射 (Isometric Feature Mapping, Isomap)^[13]、局部线性嵌入 (Locally Linear Embedding, LLE)^[14]、拉普拉斯特征映射 (Laplacian Eigenmap)^[15]等,这些方法能够很好地揭示高维数据中的非线性结构,但是不足之处在于计算代价太大,并且这些算法仅给出了训练数据在低维空间中的表示,如何求得新测试数据的低维表示仍然未能很好地解决.文献[9]中将非线性流形空间看作是多个低维子流形的近似逼近,处于同一个低维流形上的高维数据点具有相似的语义结构.假设局部意义下的数据结构是线性的,对于任意信号 \mathbf{x}_i , 都可由高维观测空间中的一组近邻点来线性逼近.受这一思想启发,本文在压缩成像优化问题中,引入流形投影正则项,使重构信号分布在原始信号所处的流形附近,即朝更加接近原始信号的方向优化.

假设数据集合为 $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_i\}_{i=1}^T$, $\mathbf{z}_i \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{Z} \in \mathbf{R}^{n \times T}$, 且这些数据点采样于某个潜在的光滑流形 M . 理论上 \mathbf{Z} 应覆盖整个流形空间 M , 因此采样数据点数目 T 要求足够多.为了得到有代表意义的数据集合,对于从流形空间 M 中随机采样取得的高维数据点,首先去除直流分量;然后计算每个数据点的能量以及全体数据的平均能量,仅仅保留大于 98% 平均能量的数据点;最后需要对全体数据点进行密度筛选,以确保获得光滑稠密的流形^[16].

假设原始信号 \mathbf{x}_i 分布在流形 M 的某一局部线性空间上,在 \mathbf{Z} 中可以找到一组 \mathbf{x}_i 的近邻点线性逼近 \mathbf{x}_i . 此外,由稀疏先验知识可知, \mathbf{x}_i 还可以由字典 \mathbf{D} 稀疏表示.因此基于图像局部稀疏性与流形投影的压缩成像算法需要考虑两个主要步骤:

(1) 根据字典 \mathbf{D} 和观测信号 \mathbf{y}_i , 求解稀疏表示系数 $\boldsymbol{\gamma}_i$;

(2) 将得到的恢复数据 $\mathbf{D} \boldsymbol{\gamma}_i$ 投影到流形 M 上, 它应

该与 M 上的一组高维数据点最接近,该联合优化问题可以表示为:

$$\begin{aligned} \{\hat{\gamma}_i, \hat{\beta}_i\} = \operatorname{argmin}_{\gamma_i, \beta_i} & \|D\gamma_i - Z_\Omega \beta_i\|_2^2 + \lambda \|\gamma_i\|_1, \\ \text{s. t. } & \|y_i - \Phi_B D\gamma_i\|_2^2 \leq \epsilon \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)中 γ_i 定义为原始信号 x_i 用字典 D 稀疏表示时的系数向量; β_i 定义为流形投影系数向量; $Z_\Omega = \{z_i\}_{i \in \Omega}$ 定义为流形空间中 x_i 的近邻点集合; λ 定义为数据保真项 $\|D\gamma_i - Z_\Omega \beta_i\|_2^2$ 与正则项 $\|\gamma_i\|_1$ 之间的权衡因子; ϵ 定义为可容许的最大表示误差。

对于分布在流形 M 上的 n 维信号 x_i , 含噪观测信号 y_i 退化为 m 维向量, 分布在低维空间上。式(4)中约束条件 $\|y_i - \Phi_B D\gamma_i\|_2^2 \leq \epsilon$ 限制了重建信号的稀疏投影分布在低维空间半径为 $\sqrt{\epsilon}$ 的超球内。式(4)中第一项 $\|D\gamma_i - Z_\Omega \beta_i\|_2^2$ 的物理意义是使稀疏重建信号 $D\gamma_i$ 和与 x_i 处于流形 M 上同一局部线性空间上的近邻点集合 Z_Ω 最接近, 使稀疏重建信号 $D\gamma_i$ 朝接近原始信号的方向优化。当 m 较小时, 数据缺失严重, 在稀疏编码的框架下融合流形投影, 可以提高图像重构性能。

流形投影的性能取决于近邻点的选择规则, 本文在选取 Z_Ω 时将结构相似性因子 δ 作为近邻点的相似度量标准: $\delta = \frac{\langle x_i, z_i \rangle}{\|x_i\|_2 \cdot \|z_i\|_2}$ 。 δ 揭示了图像块 x_i 与 z_i 的相似程度。 δ 定义为两个向量的夹角的余弦, δ 值越大, x_i 与 z_i 越相似。 LLE 算法^[14] 以及文献[11]中均采用欧氏距离度量准则选取近邻数据点, 欧氏距离度量准则对于图像块的像素灰度值非常敏感, 只有当 x_i 与 z_i 的像素灰度值比较接近时, 才会被判定为近邻点。 而 δ 能够选出结构更相似而不仅是像素灰度值更接近的图像块。 在压缩成像研究中, 已知信息是低维观测信号 y_i , 在低维观测空间中结构相似性因子定义为:

$$\delta = \frac{\langle y_i, \Phi_B z_i \rangle}{\|y_i\|_2 \cdot \|\Phi_B z_i\|_2} \quad (5)$$

为了用 MATLAB CVX 软件包^[17] 求解(4)中的优化问题, 将公式(4)重新写为:

$$\begin{aligned} \hat{\eta} = \operatorname{argmin}_{\eta} & \| [D - Z_\Omega] \eta \|_2^2 + \lambda \| [I \ 0] \eta \|_1 \\ \text{s. t. } & \| y_i - [\Phi_B D \ 0] \eta \|_2^2 \leq \epsilon \end{aligned} \quad (6)$$

式中 η 为 $[\gamma; \beta]^T$ 。

4 基于图像块整体稀疏性与流形投影的压缩成像

在基于图像局部稀疏性与流形投影的压缩成像研究中, 首先需要把图像分成大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ 的非重叠图像块, 并对所有图像块采用同一个观测矩阵 Φ_B 随机投影, 然后利用稀疏性约束条件和流形投影先验知识对

图像逐块进行重构。图 1 是在随机采样之前将一幅大小为 32×32 的图像分成 16 个尺寸为 8×8 非重叠图像块的示意图。

以图 1 为例, 在重构过程中已知的信息仅有观测矩阵 Φ_B , 稀疏字典 D 以及 16 个图像块的观测值, 式(4)中的优化问题也只考虑了这 16 个采样图像块的稀疏性先验知识, 然而对于图像中的任意一个图像块 x_i (图 1 中虚线标记的图像块) 也应该满足稀疏性约束条件。由于式(4)所描述的优化问题没有考虑图像中全体图像块的稀疏性先验知识, 因此得到的重构图像并不是最优的, 重构图像相邻块之间会出现明显的块效应。定义图像块整体稀疏性为整幅图像中全体图像块的稀疏性, 为了充分利用图像中任意位置上的图像块稀疏性约束, 本文提出了结合图像块整体稀疏性与流形投影的压缩成像。

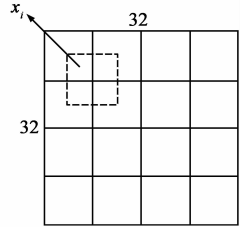


图1 图像分块示意图

基于图像块整体稀疏性与流形投影的压缩成像优化问题为:

$$\begin{aligned} \{\hat{x}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}\} = \operatorname{argmin}_{x, \beta, \gamma} & \sum_{i \in C_1} \|y_i - \Phi_B R x\|_2^2 \\ & + \lambda_1 \sum_{i \in C_1} \|R x - Z_\Omega \beta_i\|_2^2 \\ & + \lambda_2 \sum_{i \in C_2} (\|R x - D\gamma_i\|_2^2 + \lambda_3 \|\gamma_i\|_0) \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)中 R_i 定义为取块操作; C_1 定义为非重叠图像块集合; C_2 定义为重叠图像块集合, 它保证优化问题中考虑了图像中任意位置上的图像块稀疏性, 且 $C_1 \subset C_2$ 。

本文采用交替优化方式求解式(7)描述的优化问题, 具体包括以下三个步骤:

(1) 当图像 x 与稀疏系数 γ_i 固定时, 更新流形投影 β_i 系数的优化问题为:

$$\hat{\beta}_i = \operatorname{argmin}_{\beta_i} \left\{ \sum_{i \in C_1} \|R x - Z_\Omega \beta_i\|_2^2 \right\} \quad (8)$$

在抽样率较低时, 选择利用流形投影获得的重构图像作为初始估计图像 x ; 在抽样率较高时, 选择基于稀疏表示的重构图像作为初始估计图像 x 。式(8)表示原始图像中每个非重叠采样块都分布在流形 M 附近。在求解(8)式前, 先根据式(5)选取 P 个 x_i 的近邻点(本文中 P 为 30), 它们表示与 x_i 结构最相似的高维数据点集合 Z_Ω 。该优化问题是一个最小二乘问题, 容易求出 β_i 的最优解为: $\hat{\beta}_i = (Z_\Omega^T Z_\Omega)^{-1} Z_\Omega^T R x$ 。

(2) 当图像 x 与流形投影系数向量 β_i 固定时, 更新稀疏系数 γ_i 的优化问题为:

$$\gamma_i = \operatorname{argmin}_{\gamma_i} \left\{ \sum_{i \in C_2} (\|R x - D\gamma_i\|_2^2 + \lambda_3 \|\gamma_i\|_0) \right\} \quad (9)$$

对稀疏优化问题求解,常用的方法有匹配追踪算法和正交匹配追踪算法,两者均属于贪婪算法,也可以用 l_1 范数代替 l_0 范数,利用线性规划求解其近似解,本文用正交匹配追踪算法求解式(9).

(3)当变量 γ_i 和 β_i 固定时,对重构图像 x 进行更新的优化问题为:

$$\hat{x} = \operatorname{argmin}_x \left\{ \sum_{i \in C_1} \|y_i - \Phi_B R_i x\|_2^2 + \lambda_1 \sum_{i \in C_1} \|R_i x - Z_{\Omega} \beta_i\|_2^2 + \lambda_2 \sum_{i \in C_2} \|R_i x - D \gamma_i\|_2^2 \right\} \quad (10)$$

求解上式最简单的做法是将式(10)对 x 求偏导数,并令偏导数为0,得:

$$\sum_{i \in C_1} (\Phi_B R_i)^T (y_i - \Phi_B R_i x) - \lambda_1 \sum_{i \in C_1} R_i^T (R_i x - Z_{\Omega} \beta_i) - \lambda_2 \sum_{i \in C_2} R_i^T (R_i x - D \gamma_i) = 0 \quad (11)$$

从而求得:

$$x = \left(\sum_{i \in C_1} (\Phi_B R_i)^T \Phi_B R_i + \lambda_1 \sum_{i \in C_1} R_i^T R_i + \lambda_2 \sum_{i \in C_2} R_i^T R_i \right)^{-1} \times \left(\sum_{i \in C_1} (\Phi_B R_i)^T y_i + \lambda_1 \sum_{i \in C_1} R_i^T Z_{\Omega} \beta_i + \lambda_2 \sum_{i \in C_2} R_i^T D \gamma_i \right) \quad (12)$$

式中 R_i^T 定义为取块逆操作.

因为 $R_i \in R^{n \times N}$, 因此 $\sum_{i \in C_1} (\Phi_B R_i)^T \Phi_B R_i$ 为一个大小为 $N \times N$ (N 为整幅图像的像素数)的大矩阵,其逆运算也会因为计算机存储空间不足问题而很难求出,因此直接根据式(12)很难求解 x . 为避免求解大矩阵的逆运算问题,引入中间变量 w ,使得 $D \gamma_i \approx R_i w$,式(10)变为:

$$\{\hat{x}, w\} = \operatorname{argmin}_{x, w} \left\{ \sum_{i \in C_1} \|y_i - \Phi_B R_i x\|_2^2 + \lambda_1 \sum_{i \in C_1} \|R_i x - Z_{\Omega} \beta_i\|_2^2 + \lambda_2 \sum_{i \in C_2} \|R_i x - R_i w\|_2^2 + \lambda_3 \sum_{i \in C_2} \|R_i w - D \gamma_i\|_2^2 \right\} \quad (13)$$

当固定 x 时,更新 w 的优化问题为:

$$w = \operatorname{argmin}_w \left\{ \lambda_2 \sum_{i \in C_2} \|R_i x - R_i w\|_2^2 + \lambda_3 \sum_{i \in C_2} \|R_i w - D \gamma_i\|_2^2 \right\} \quad (14)$$

对 w 求偏导数,并令偏导数为0,得:

$$\lambda_2 \sum_{i \in C_2} R_i^T (R_i x - R_i w) - \lambda_3 \sum_{i \in C_2} R_i^T (R_i w - D \gamma_i) = 0 \quad (15)$$

由式(15)得到:

$$w = \left(\lambda_2 \sum_{j \in C_2} R_j^T R_j + \lambda_3 \sum_{j \in C_2} R_j^T R_j \right)^{-1} \times \left(\lambda_2 \sum_{j \in C_2} R_j^T R_j x + \lambda_3 \sum_{j \in C_2} R_j^T D \gamma_j \right) \quad (16)$$

当固定 w 时,更新 x 的优化问题为:

$$\hat{x} = \operatorname{argmin}_x \left\{ \sum_{i \in C_1} \|y_i - \Phi_B R_i x\|_2^2 + \lambda_1 \sum_{i \in C_1} \|R_i x - Z_{\Omega} \beta_i\|_2^2 + \lambda_2 \sum_{i \in C_2} \|R_i x - R_i w\|_2^2 \right\} \quad (17)$$

为避免求解类似于式(12)中的大矩阵求逆问题,放宽式(17)中的约束条件,假设 $\sum_{i \in C_2, i \notin C_1} \|R_i x - R_i w\|_2^2$ 近似不变,则式(17)近似为:

$$\hat{x} = \operatorname{argmin}_x \left\{ \sum_{i \in C_1} \|y_i - \Phi_B R_i x\|_2^2 + \lambda_1 \sum_{i \in C_1} \|R_i x - Z_{\Omega} \beta_i\|_2^2 + \lambda_2 \sum_{i \in C_2} \|R_i x - R_i w\|_2^2 \right\} \quad (18)$$

从表面上看上式只考虑了采样图像块,但由于更新稀疏系数 γ_i 和更新 w 时均考虑了所有的重叠块,而式(18)的求解与中间变量 w 有关,因此更新 x 时实际上与所有的重叠块均有关系.

式(18)可以转换为对集合 C_1 中每个图像块 x_i 求最优解的优化问题:

$$\hat{x}_i = \operatorname{argmin}_{x_i} \left\{ \|y_i - \Phi_B x_i\|_2^2 + \lambda_1 \|x_i - Z_{\Omega} \beta_i\|_2^2 + \lambda_2 \|x_i - R_i w\|_2^2 \right\}, \quad i \in C_1 \quad (19)$$

对 x_i 求偏导,并令偏导数为0,可以得到更新后的 x_i ($i \in C_1$)为:

$$x_i = (\Phi_B^T \Phi_B + \lambda_1 I + \lambda_2 I)^{-1} (\Phi_B^T y_i + \lambda_1 Z_{\Omega} \beta_i + R_i w) \quad (20)$$

整幅图像 x 的更新值为:

$$\hat{x} = \left(\sum_{i \in C_1} R_i^T R_i \right)^{-1} \left(\sum_{i \in C_1} R_i^T x_i \right) \quad (21)$$

迭代优化式(14)~(21)后得到更新后的重构图像 x . 在更新 x 的迭代优化过程中,实验设置迭代次数为10, $\lambda_2 = 0.05$, $\lambda_3 = 10^{(iter-5)/2}$, 即 λ_3 随迭代次数 $iter$ 呈指数递增.

综上所述,式(7)的优化可以通过交替迭代优化式(8)、(9)、(10)表示的三个优化问题求解,实验中设置迭代次数为70,初始 $\lambda_1 = 0.3$,并在每次迭代过程线性递减0.05,当 λ_1 减小到0.1后, λ_1 随迭代过程每次递减10倍.

5 实验结果

为了验证利用结构相似性度量因子选择近邻点的有效性,本文选用 Lena、Couple、Peppers、Boat 和 House 等5幅标准灰度图像作为测试图像进行图像修复实验,前4幅图像大小为 512×512 , House 图像大小为 256×256 , 图像块大小为 8×8 . 与文献[11]相同,在实验时测试图像保留25%的像素,图像块之间没有重叠,高斯白噪声方差选取15、20、25. 稀疏字典选取大小为 64×256 的

ODCT(Overcomplete Discrete Cosine Transform)字典,从 Berkeley 图像库中选取和文献[11]中相同数目($T = 2678$)的样本表示流形空间 M ,用本文算法对缺失像素的图像进行修复,然后将获得的结果与文献[11]中的结果比较,实验结果见表1(表1中 ODCT、K-SVD 实验结果均来自文献[11])。

从表1可以看出,利用本文提出的结构相似性度量标准作为近邻点的选择规则,得到的修复效果明显优于文献[11]中的算法.当噪声方差为15时,本文算法的 PSNR 均值比文献[11]提高了 3.41dB.当噪声方差为20时,本文算法的 PSNR 均值比文献[11]提高了 3.57dB.实验结果表明利用结构相似性度量标准在流形空间中可以找到与原始信号结构更接近的近邻点集合,从而提高了图像修复性能。

表1 图像修复实验结果比较(dB)

噪声方差	优化方法	图像				
		Lena	Couple	Peppers	Boat	House
15	ODCT	21.54	20.16	18.49	20.21	20.89
	K-SVD	21.52	20.24	18.68	20.28	21.00
	文献[11]	22.12	20.85	19.27	20.90	21.42
	本文算法	25.18	23.33	24.77	23.44	24.91
20	ODCT	20.31	19.43	17.82	19.27	19.75
	K-SVD	20.28	19.42	17.96	19.29	19.80
	文献[11]	20.82	19.98	18.49	19.89	20.43
	本文算法	24.32	22.65	23.91	22.79	23.82
25	ODCT	19.15	18.41	17.27	18.40	18.95
	K-SVD	19.05	18.38	17.32	18.43	18.91
	文献[11]	19.64	18.91	17.86	18.91	19.49
	本文算法	23.78	22.22	23.32	22.28	23.37

在压缩成像实验中,本文选用 Lena、Goldhill、Peppers、Mandrill1(高分辨率)和 Mandrill2(低分辨率)5幅标准灰度图像作为测试图像,图像大小为 512×512 .为了验证算法的有效性,本文实验仿真时抽样率选取 10%、20%、30%,图像块大小为 8×8 .本实验中所用的稀疏字典 D 为从 Berkeley 自然图像库中学习到的大小为 64×256 的全局 K-SVD 字典^[6].CS-ISP-OPMP(compressive sensing based on the integrated sparse property of overlapped patches and manifold projections)表示本文提出的基于图像块整体稀疏性与流形投影的图像重构算法,该算法考虑了图像任意位置上的局部稀疏性信息。

表2列出了观测矩阵选取高斯随机矩阵时,不同算法的重构结果.为了体现本文算法的性能,表2将本文算法与文献[8]中提出的 BCS-SPL-DDWT 算法进行比较,该算法是基于复数小波和分块随机投影的压缩成像算法,它是近年来图像重构效果较为优秀的分块压缩成像算法之一,其源代码已公开(可从 <http://www.ece.msstate.edu/~fowler/BCSSDPL/> 下载),BCS-SPL-DDWT8 表示图像块大小为 8×8 ,BCS-SPL-DDWT32 表示

图像块大小为 32×32 .从表中可以看出 BCS-SPL-DDWT32 的性能明显高于 BCS-SPL-DDWT8,即图像块尺寸越大,图像重构质量越高,但计算复杂度也随之增加。

表2 观测矩阵为高斯随机矩阵时的图像重构质量比较(dB)

Image	算法	抽样率			平均
		10%	20%	30%	
Lena	BCS-SPL-DDWT8	27.37	30.67	32.88	30.31
	BCS-SPL-DDWT32	28.31	31.37	33.50	31.06
	CS-ISP-OPMP	28.43	32.02	33.89	31.45
Goldhill	BCS-SPL-DDWT8	26.43	28.77	30.16	28.45
	BCS-SPL-DDWT32	26.96	28.93	30.45	28.78
	CS-ISP-OPMP	27.31	29.95	31.44	29.57
Peppers	BCS-SPL-DDWT8	27.83	31.16	32.62	30.54
	BCS-SPL-DDWT32	28.88	31.44	32.89	31.07
	CS-ISP-OPMP	28.70	31.82	33.04	31.19
Mandrill1	BCS-SPL-DDWT8	20.60	21.80	22.72	21.71
	BCS-SPL-DDWT32	20.69	21.85	22.90	21.81
	CS-ISP-OPMP	20.80	22.17	23.48	22.15
Mandrill2	BCS-SPL-DDWT8	22.56	24.53	26.14	24.41
	BCS-SPL-DDWT32	22.94	24.87	26.69	24.83
	CS-ISP-OPMP	23.06	25.33	27.61	25.33

从表2中可以看出,用 CS-ISP-OPMP 算法进行图像重构 PSNR 均值明显高于 BCS-SPL-DDWT;以 Lena 图像为例,CS-ISP-OPMP 在三种抽样率下进行图像重构的 PSNR 平均值比 BCS-SPL-DDWT8、BCS-SPL-DDWT32 算法分别提高了 1.14dB、0.39dB.图2给出了观测矩阵为高斯随机矩阵,抽样率 10%时,不同算法对 Lena 图像的重构图像.观察图2可以看出,与 BCS-SPL-DDWT8 和 BCS-SPL-DDWT32 算法相比,CS-ISP-OPMP 算法能够更加有效的刻画轮廓信息.CS-ISP-OPMP 算法考虑流形投影正

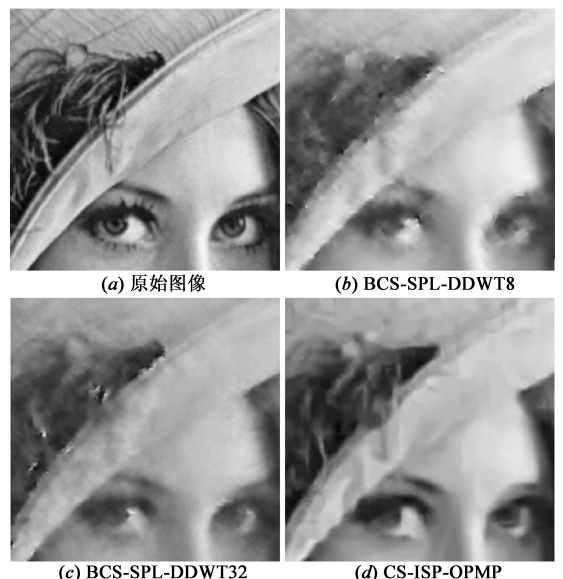


图2 抽样率为10%,观测矩阵为随机高斯矩阵时, Lena图像的重构结果(图中只画出了图像的局部)

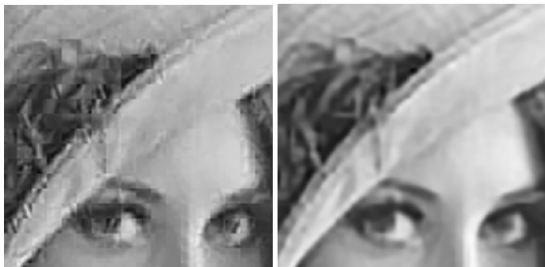
则项可以有效去除压缩重构图像的噪声. 考虑了图像中任意位置处图像块的稀疏性先验知识可以有效消除相邻块之间的块效应.

表 3 中列出了观测矩阵选取优化观测矩阵^[18]时, 不同算法的重构结果. 为了体现本文算法的有效性, 表 3 中将本文算法与 MLD 算法^[19]进行比较, MLD 算法是基于多层字典学习的压缩传感算法, 该算法中采样过程的观测矩阵是针对多层字典的优化观测矩阵.

表 3 观测矩阵为优化观测矩阵时的图像重构质量比较 (dB)

Image	算法	抽样率			平均
		10%	20%	30%	
Lena	MLD	29.33	31.90	33.59	31.61
	CS-ISP-OPMP	31.49	34.60	36.76	34.28
Goldhill	MLD	28.31	30.39	31.68	30.13
	CS-ISP-OPMP	29.67	32.14	33.69	31.83
Peppers	MLD	29.63	31.83	32.98	31.48
	CS-ISP-OPMP	32.04	34.03	35.00	33.69
Mandrill1	MLD	21.49	22.93	24.15	22.86
	CS-ISP-OPMP	22.05	24.17	25.69	23.97
Mmandrill2	MLD	23.98	26.77	29.13	26.63
	CS-ISP-OPMP	25.17	29.86	33.56	29.53

从表 3 中可以看出, 由于观测矩阵选取了优化观测矩阵, 获得的图像重构质量优于选取随机观测矩阵时的重构结果. 用 CS-ISP-OPMP 算法进行图像重构 PSNR 均值明显高于 MLD 算法. 以 Lena 图像为例, 在三种抽样率下利用 CS-ISP-OPMP 算法获得的重构图像平均 PSNR 比 MLD 高 2.67 dB. 图 3 为观测矩阵为优化观测矩阵, 抽样率 10% 时, 两种算法对 Lena 图像的重构图. 观察图 3, 可以看出 CS-ISP-OPMP 算法重构图像在视觉效果上明显优于 MLD 算法, 它能够有效去除由于仅考虑非重叠块局部稀疏性时所产生的块效应, 观察图像帽檐部分, 可以看出 CS-ISP-OPMP 能够更好的重构边缘与纹理细节.



(a) MLD (b) CS-ISP-OPMP

图 3 抽样率为 10% 观测矩阵为优化观测矩阵时, Lena 图像的重构结果 (图中只画出了图像的局部)

6 小结

本文提出了基于图像块整体稀疏性与流形投影的压缩成像算法. 该算法在稀疏编码的框架下融合流形投影, 利用处于同一低维流形上且结构相似的高维数

据集合使恢复数据朝着更接近原始信号的方向优化, 并且由于融入图像块整体稀疏性先验知识, 其图像重构质量比现有算法有明显提高.

参考文献

- [1] E J Candes, M B Wakin. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21 – 30.
- [2] D L Donoho. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 – 1306.
- [3] 石光明, 刘丹华, 高大化, 刘哲, 林杰, 王良君. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070 – 1081. Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, Gao Da-hua, Liu Zhe, Lin Jie, Wang Liang-jun. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1071 – 1081. (in Chinese)
- [4] 杨海蓉, 张成, 丁大为, 韦穗. 压缩传感理论与重构算法[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 142 – 148. Yang Hai-rong, Zhang Cheng, Ding Da-wei, Wei Sui. The theory of compressed sensing and reconstruction algorithm[J]. Acta Electronica Sinica 2011, 39(1), 142 – 148. (in Chinese)
- [5] E J Candes, J Romberg, T Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489 – 509.
- [6] M Aharon, M Elad, A Bruckstein. The K-SVD: An algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311 – 4322.
- [7] K Labusch, E Barth, T Martinetz. Sparse coding neural gas: learning of overcomplete data representations[J]. Neurocomputing, 2009, 7(72): 1547 – 1555.
- [8] S Mun, J E Fowler. Block compressed sensing of images using directional transforms[A]. IEEE International Conference on Image Processing[C]. Cairo, Egypt, 2009. 3021 – 3024.
- [9] G Carlsson, T Ishkhanov, V D Silva, A Zomorodian. On the local behavior of spaces of natural images[J]. International Journal of Computer Vision, 2008, 76(1): 1 – 12.
- [10] 练秋生, 张红卫, 陈书贞, 李林. 融合图像块低维流形特性与解析轮廓波稀疏性的压缩成像算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(1): 207 – 212. Lian Qiu-sheng, Zhang Hong-wei, Chen Shu-zhen, Li Lin. Compressive imaging algorithm combined the low dimensional manifold property of image patch with the sparse representation of analytic contourlet[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(1): 207 – 212. (in Chinese)
- [11] K N Ramamurthy, J J Thiagarajan, A Spanias. Improved sparse coding using manifold projections[A]. IEEE Interna-

tional Conference on Image Processing [C]. Brussels, Belgium, 2011. 1237 – 1240.

- [12] 罗四维, 等著. 视觉感知系统信息处理理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006: 3 – 175.

Luo Si-wei, et al. Information processing theory based on visual perception system [M]. Beijing: Electronics Industry Press, 2006. 3 – 175. (in Chinese)

- [13] J B Tenenbaum, V de Silva, J C Langford. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction [J]. Science, 2000, 290(5500): 2319 – 2323.

- [14] S T Roweis, L K Saul. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. Science, 2000, 290(5500): 2323 – 2326.

- [15] M Belkin, P Niyogi. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation [J]. Neural Computation, 2003, 15(6): 1373 – 1396.

- [16] G Peyre. Manifold models for signals and images [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2009, 113(2): 249 – 260.

- [17] M Grant, S Boyd. CVX: matlab software for disciplined convex programming, version 1.21 [EB/OL]. <http://cvxr.com/cvx>, 2011.

- [18] J M Duarte-Carvajalino, G Sapiro. Learning to sense sparse signals: simultaneous sensing matrix and sparsifying dictionary optimization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(7): 1395 – 1408.

- [19] J J Thiagarajan, K N Ramamurthy, A spanias. Multilevel dictionary learning for sparse representation of images [A].

Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing Education Workshop [C]. Sedona, AZ, 2011. 271 – 276.

作者简介



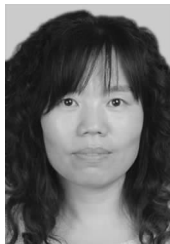
练秋生 男, 1969年8月生于江西遂川. 博士, 现为燕山大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为图像处理, 稀疏表示, 压缩感知及多尺度几何分析等.

E-mail: lianqs@ysu.edu.cn



张红卫 女, 1984年5月生于河北衡水. 现为燕山大学信息科学与工程学院硕士研究生. 主要研究方向为图像稀疏表示, 压缩感知等.

E-mail: xiaowei861217@163.com



陈书贞 女, 1968年11月生于河北定州. 现为燕山大学信息科学与工程学院副教授. 主要研究方向为图像处理, 压缩感知及生物识别等.

E-mail: chen_sz818@163.com