第1期 电 子 学 报 Vol.41 No.1
2013年1月 ACTA ELECTRONICA SINICA Jan. 2013

基于EM算法的G0分布参数最大似然估计

周 鑫
(南京航空航天大学自动化学院,江苏南京 210016)

摘 要: G0分布是目前合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar,SAR)图像数据建模的一个重要模型,建模能力强、实用性好,受到了广泛的关注.G0分布的应用离不开准确有效的参数估计,而由于G0分布表达式复杂,统计意义上最优的最大似然估计法一直没能用在G0分布上.本文首先给出了一种新的方式来推导得出G0分布,在此基础上,采用最大期望(Expectation Maximization,EM)算法为G0分布给出一种有效的最大似然参数估计方法.文中的方法与现有的G0分布参数估计方法通过实验进行了比较,实验结果充分证明了所提方法的有效性.

关键词: SAR图像; G0分布; EM算法; 最大似然估计
中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)01-0178-07
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.01.031

An EM Algorithm Based Maximum Likelihood Parameter Estimation Method for the G0 Distribution

ZHOU Xin
(*College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu* 210016, *China*)

Abstract: As an important model for modeling synthetic aperture radar (SAR) image data, G0 distribution has strong modeling ability and good practicability, and therefore draws extensive attentions around the world. The applications of G0 distribution require accurate and effective parameter estimations, and maximum likelihood estimator, which is statistically optimal, has not been applied for the G0 distribution due to the complexity of G0 distribution. In this paper, a new derivation of G0 distribution is first given, based on which, a maximum likelihood parameter estimation method using expectation maximization (EM) algorithm is proposed for the G0 ditribution. The proposed method is compared with other G0 parameter estimation methods through extensive experiments, and the results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: SAR image; G0 distribution; EM algorithm; maximum likelihood estimation

1 引言

由于SAR图像数据具有噪声严重、背景杂波复杂的特点,因此基于统计模型来展开SAR图像解译工作得到了广泛的关注[1~5].统计模型对实测SAR图像数据统计特性描述的准确性会在很大程度上影响SAR图像解译的性能,为此各国学者发展了很多用于描述SAR图像数据的统计模型[6].随着SAR图像分辨率的提高,图像中同一区域可能会含有多种类型杂波,导致一些传统的统计模型不能很好地拟合数据[7].为此,Frery等人首次提出了根据杂波场景内容将SAR图像划分为均匀区域、一般不均匀区域和极不均匀区域并分别建模的思想,并给出了一种新的统计分布模型G分布[8].G分布提出后,得到了广泛的关注,并且被推广到极化SAR数据的建模中[9].G分布的特殊形式G0分布,具有适用范围广、参数估计容易的优点,近年来受到了广泛的关注和研究[10~12].

G0分布在SAR图像解译中的应用离不开对其进行参数估计.目前,最常用的估计方法是矩估计法(Method of Moments,MoM).Frery等人采用了幅度数据的0.5阶和1阶矩来构成方程组进行参数估计[8],Freitas等人采用了强度数据的1阶和2阶矩来构成方程组进行参数估计[13].这两个矩估计法相比较而言,Frery等人提出的矩估计法由于构成的方程组较为复杂,因此需要借助数值方法,计算量较大,而Freitas等人的方法则计算相对简单.矩估计法由于其自身固有的限制,不能实现G0

收稿日期:2012-05-14;修回日期:2012-08-30
基金项目:国家自然科学基金(No.61102138);南京航空航天大学基本科研业务费专项基金(No.201090)

分布全范围的参数估计[14],相对来说 Frery 等人的矩估计法其参数可估计范围要比 Freitas 的方法大.由于 Mellin 变换为基础的第二类型统计量(Second-Kind Statistics,SKS)可以把相干斑乘性噪声分量视为 Mellin 卷积[15],因此利用 Mellin 变换可以简化一些基于乘积模型的 SAR 图像统计模型的参数估计过程.为了解决矩估计法的缺陷,时公涛等人发展了基于 Mellin 变换的参数估计方法,该方法还将等效视数作为待估计量进行了估计[14].

最大似然(Maximum Likelihood,ML)估计是统计意义上最优的参数估计方法[16],但是由于 G0 分布表达式的复杂性,最大似然估计方法给出的方程组具有高度的非线性,因此肯定没有解析解.而如果运用数值方法来求解最大似然估计方程组,则面临着计算量巨大和可能无法收敛到正确解的困境.这些都限制了最大似然估计方法在 G0 分布上的运用.事实上,目前还没有专门的关于 G0 分布的最大似然估计方法的文献发表.作为统计意义上最优的方法,最大似然估计法可能会消耗更多的计算量,但理论上是一定会给出更准确的参数估计.在对 K 分布(与 G0 分布类似,一种常用的 SAR 图像数据统计模型)的研究中,文献[17]指出最大似然参数估计方法较其他类型的估计方法更加准确.因此,有理由相信最大似然估计方法运用到 G0 分布上,应该可以取得更佳的效果.

在本文中,作者提出了基于 EM 算法[18]的 G0 分布参数估计方法.EM 算法是一种迭代的方法来寻找统计模型的最大似然估计,常常用于最大似然估计的方程无法直接求解的情况.在本文的第二节,作者给出了一种新的 G0 分布模型的推导过程,这种推导过程为 G0 分布引入了 EM 算法所需要的隐藏变量,为 EM 算法的提出打下基础.本文的第二节还简单给出了目前现有的 G0 分布估计方法,即矩估计法和基于 Mellin 变换的方法.本文的第三节给出了基于 EM 算法的参数估计方法.本文的第四节,通过实验将 EM 算法和其他算法进行了比较,并且对实验结果进行了分析.最后,在第五节对工作进行了总结.

2　G0 模型及现有参数估计方法

2.1　G0 分布模型

G0 分布模型是由 Frery 等人根据经典的乘积模型发展而得.就 SAR 图像幅度数据而言,可以表示为符合单位均值方根 Gamma 分布的斑点噪声分量与符合逆方根 Gamma 分布的表征地物 RCS 起伏特性的后向散射幅度的乘积.设观测得到 SAR 图像幅度数据为 $y=\{y_t,t=1,\cdots,T\}$,$y_t\in\mathbf{R}$,且独立同分布,则 y_t 的 G0 分布模型表达式为:

$$p(y_t\mid\alpha,\gamma)=\frac{2n^n\Gamma(n-\alpha)y_t^{2n-1}}{\Gamma(n)\Gamma(-\alpha)\gamma^{\alpha}(\gamma+ny_t^2)^{n-\alpha}},\quad -\alpha,\gamma,n,y_t>0 \tag{1}$$

其中,n 表示等效视数,α 为形状参数反映了被测区域的均匀度,γ 为尺度参数与被测区域的平均能量有关.式(1)是当前关于 G0 分布的文献中常用的一种表达式.

本文中,我们给出一种新的 G0 分布的推导过程.由贝叶斯理论,我们可以将 G0 分布写成

$$p(y_t\mid\lambda)=\int_0^{\infty}p(y_t\mid\omega_t)p(\omega_t\mid\lambda)\mathrm{d}\omega_t \tag{2}$$

假设变量 y_t 为 N 个独立同分布的高斯随机变量(均值为零,方差为 ω_t)的平方和的平方根,则有 $p(y_t\mid\omega_t)$ 符合 generalized Rayleigh 分布,即

$$p(y_t\mid\omega_t)=\frac{2y_t^{N-1}}{(2\omega_t)^{N/2}\Gamma(N/2)}\exp\left(\frac{-y_t^2}{2\omega_t}\right) \tag{3}$$

假设参数 ω_t 符合 inverse Gamma 分布,即有

$$p(\omega_t\mid\lambda)=\frac{\sigma^{\beta}}{\Gamma(\beta)}\omega_t^{-\beta-1}\exp\left(\frac{-\sigma}{\omega_t}\right) \tag{4}$$

式中 $\lambda=(\beta,\sigma)$ 为 inverse Gamma 分布的参数.将式(3)和式(4)带入式(2),积分后可以得到

$$p(y_t\mid\lambda)=\frac{2^{1+\beta}y_t^{N-1}\sigma^{\beta}}{\Gamma(N/2)\Gamma(\beta)}(y_t^2+2\sigma)^{-(N/2+\beta)}\times\Gamma(N/2+\beta) \tag{5}$$

将式(5)与传统的 G0 分布表达式——式(1)相比较,易得:$N=2n,\beta=-\alpha,\sigma=\gamma/N$.由此可见式(5)也是一种 G0 分布的表达式,本文中的参数估计是基于式(5)的.上述的 G0 分布的推导也相当于提供了一种新的方式来解释符合 G0 分布的 SAR 数据.

2.2　现有参数估计方法

G0 分布的参数估计方法中,矩估计法是最常用也是最简单的一种方法.目前的矩估计法主要有使用幅度数据 0.5 阶和 1 阶矩来构成方程组求解[8],和采用强度数据的 1 阶和 2 阶矩来构成方程组进行求解[13].本文借鉴文献[13]中的方法,使用幅度数据的 2 阶和 4 阶矩来构成方程,给出参数估计公式如下

$$\begin{cases}\hat{\beta}=1+\dfrac{N\hat{m}_4}{N\hat{m}_4-(N+2)\hat{m}_2^2}\\[2ex]\hat{\sigma}=\dfrac{(\hat{\beta}-1)\hat{m}_2}{N}\end{cases} \tag{6}$$

式中 $\hat{m}_k$ 表示 k 阶样本矩,即有

$$\hat{m}_k=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}y_t^k \tag{7}$$

另外,式中 N 为两倍的视数,是由 SAR 图像先验知识获取.

由文献[14]的分析,可以知道上述的矩估计法有 β

>2 的限制条件，若真实值 β 不满足该条件，则矩估计法将不能给出准确解. 为此，文献[14]给出了基于 Mellin 变换的参数估计方法. 该方法可以将参数 N 视为与 β、σ 一样的待估计参数，通过求解如下所示的非线性方程组来进行参数估计：

$$\begin{cases} \ln(2\hat{\sigma}) + \Psi(\frac{\hat{N}}{2}) - \Psi(\hat{\beta}) = \hat{c}_1 \\ \Psi(1,\frac{\hat{N}}{2}) + \Psi(1,\hat{\beta}) = \hat{c}_2 \\ \Psi(2,\frac{\hat{N}}{2}) + \Psi(2,\hat{\beta}) = \hat{c}_3 \end{cases} \tag{8}$$

其中，$\Psi(\cdot)$ 表示 digamma 函数，$\Psi(k,\cdot)$ 表示 k 阶 polygamma 函数，$\hat{c}_k$ 为样本的对数累积量，具体表示为：

$$\begin{cases} \hat{c}_1 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[\ln(y_t^2)] \\ \hat{c}_k = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[(\ln(y_t^2) - \hat{c}_1)^k], k \geqslant 2 \end{cases} \tag{9}$$

把上式称为第二类型统计量估计器，简记为 SKS(Second-Kind Statistics). 另外，如果将参数 N 视为先验获得，则可以简化式(8)为两个方程来估计 β 和 σ，如式(10)所示：

$$\begin{cases} \ln(2\hat{\sigma}) + \Psi(\frac{N}{2}) - \Psi(\hat{\beta}) = \hat{c}_1 \\ \Psi(1,\frac{N}{2}) + \Psi(1,\hat{\beta}) = \hat{c}_2 \end{cases} \tag{10}$$

3 参数估计新方法

由最大似然估计法可知，G0 分布的最大似然参数估计 $\hat{\lambda}$ 使得

$$\hat{\lambda} = \underset{\lambda}{\operatorname{argmax}}\, p(y \mid \lambda) = \underset{\lambda}{\operatorname{argmax}} \prod_{t=1}^{T} p(y_t \mid \lambda) \tag{11}$$

由于没有式(11)的解析解，我们采用 EM 算法来求解. 参考文献[18]，EM 算法是由最大化下面的辅助函数而得：

$$\hat{\lambda} = \underset{\lambda}{\operatorname{argmax}}\int_{\omega} p(\omega \mid y, \lambda')\log p(y, \omega \mid \lambda)\mathrm{d}\omega \tag{12}$$

其中 λ' 为当前的参数估计值. 参考文献[17]附录中的推导过程，由上述式(12)可得：

$$\hat{\lambda} = \underset{\lambda}{\operatorname{argmax}} \sum_{t=1}^{T}\int_{0}^{\infty} p(\omega_t \mid y_t, \lambda')\log p(\omega_t \mid \lambda)\mathrm{d}\omega_t \tag{13}$$

将式(4)带入式(13)，将其等号右部分别对 σ 和 β 进行求导并令其为 0，可得

$$\frac{1}{\hat{\sigma}} = \frac{1}{\hat{\beta}T}\sum_{t=1}^{T}\int_{0}^{\infty} p(\omega_t \mid y_t, \lambda')\frac{1}{\omega_t}\mathrm{d}\omega_t \tag{14}$$

$$\Psi(\hat{\beta}) = \ln(\hat{\sigma}) - \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\int_{0}^{\infty} p(\omega_t \mid y_t, \lambda')\ln\omega_t\mathrm{d}\omega_t \tag{15}$$

为了求解式(14)，式(15)两式中的积分，首先求解 $\int_{0}^{\infty} p(\omega_t \mid y_t, \lambda')\omega_t^s\mathrm{d}\omega_t$，将式(3)、式(4)、式(5)带入该式，再利用文献[19, p.370, eq.3.478(1)]，可得

$$\int_{0}^{\infty} p(\omega_t \mid y_t, \lambda')\omega_t^s\mathrm{d}\omega_t = 2^{-s}(y_t^2 + 2\sigma')^s \times \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2} + \beta' - s\right)}{\Gamma\left(\frac{N}{2} + \beta'\right)} \tag{16}$$

令式(16)中 $s = -1$，则可得式(14)所需的

$$\int_{0}^{\infty} p(\omega_t \mid y_t, \lambda')\omega_t^{-1}\mathrm{d}\omega_t = 2(y_t^2 + 2\sigma')^{-1}\left(\frac{N}{2} + \beta'\right) \tag{17}$$

利用关系式

$$\int \ln\omega f(\omega)\mathrm{d}\omega = \left(\frac{\partial}{\partial s}\right)\int \omega^s f(\omega)\mathrm{d}\omega\bigg|_{s=0},$$

可以得到式(15)所需的

$$\int_{0}^{\infty} p(\omega_t \mid y_t, \lambda')\ln\omega_t\mathrm{d}\omega_t = \ln(y_t^2/2 + \sigma') - \Psi(N/2 + \beta') \tag{18}$$

将式(17)，式(18)的结果代入式(14)和式(15)可得

$$\ln\hat{\beta} - \Psi(\hat{\beta}) = \ln(AG) \tag{19}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\hat{\beta}}{A} \tag{20}$$

其中，

$$A = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{N + 2\beta'}{y_t^2 + 2\sigma'} \tag{21}$$

$$G = \left(\prod_{t=1}^{T}\left(\frac{y_t^2 + 2\sigma'}{2}\right)\right)^{1/T}\exp\left(-\Psi\left(\frac{N + 2\beta'}{2}\right)\right) \tag{22}$$

式(19)～(22)构成了 EM 算法的迭代求解过程来求解 G0 分布参数，在给出初始的 σ' 和 β' 值时，迭代求解过程就可以开始. 迭代求解过程可以在满足某些设定的条件的情况下停止. 方程(19)没有解析解，受文献[20]启发，本文采用了不动点迭代(fixed-point iteration)的方法来求解方程(19)，这种方法较常用的 Newton-Raphson 方法简单，而且可以避免求解 digamma 函数的导数. 对于一个给定的 $\ln(AG)$ 值，不动点迭代法给出 $\hat{\beta}$ 的迭代求解方程为

$$\hat{\beta}_{(k+1)} = \frac{[\ln\hat{\beta}_{(k)} - \Psi(\hat{\beta}_{(k)})]}{\ln(AG)}\hat{\beta}_{(k)} \tag{23}$$

该迭代过程的起始值可以为当前的估计值 β'. 由式(23)的迭代过程求得 $\hat{\beta}$ 后，$\hat{\sigma}$ 可以直接由式(20)求得，然后将求得 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\sigma}$ 值代替 β' 和 σ'，完成一次 EM 迭代. 不难看出，整个参数求解过程有两个迭代过程，其中内部的迭代为用式(23)来求解方程(19)，而外部的迭代则为 EM 算法的迭代过程.

4 仿真实验

在本节中,我们给出仿真实验及其结果分析.仿真实验中 SAR 数据是程序生成的符合 G0 分布的随机量,因此 G0 分布参数的真实值是已知的,这样可以方便我们验证 EM 算法的参数估计能力以及与其他几种参数估计方法进行比较.在实验中,我们考虑了四种参数估计方法,分别简记为 MoM,SKS-I,SKS-II,和 EM.MoM 是指矩估计法,我们采用了 2 阶和 4 阶矩来构成求解公式,算法由式(6)给出.SKS-I 和 SKS-II 都是基于 Mellin 变换的方法,SKS-I 设参数 N 为待估参数,其算法由式(8)给出,而 SKS-II 设参数 N 为先验获得,其算法由式(10)给出.SKS-I 和 SKS-II 算法中都需要求解非线性方程或方程组,本文中采用 Matlab 标准程序 fsolve 来进行求解.EM 是指本文给出的 EM 算法,其迭代终止的条件设定为连续的参数估计值相差不超过 0.1% 或者达到最大的迭代次数(300).SKS-I,SKS-II 和 EM 算法所需要的初值都是由 MoM 的求解结果给出.因为 SKS-I 额外对参数 N 进行估计,所以 SKS-I 中参数 N 的初值就由其真实值给出.而 MoM,SKS-II 和 EM 算法视参数 N 为先验获得,所以这三个算法中参数 N 的值为真实值.

在实验中,我们使用了三组不同的(β,σ)值,以及不同的 N 值(视数的 2 倍)和 T 值(样本的个数)来产生数据进行参数估计.给定一组(β,σ)值,以及某个 N 值和 T 值,我们产生 1000 组样本,对每一组样本都用这四种参数估计方法进行求解,将参数估计结果与真实值进行比较,最后统计 1000 次试验下各个参数估计方法的均方根误差(Root Mean Square Error,RMSE).表 1 给出了参数真实值为 $\beta=8,\sigma=2$ 情况下,各个参数估计方法的均方根误差.由表 1 的数据可以看出:

(1)同等情况下,增加样本的数量(T 值)都可以明显提高算法的参数估计精度;

(2)同等情况下,N 值大的样本会较 N 值小的样本获得更准确的参数估计;

(3)样本数量 T 值较小和 N 值小的情况下,SKS-I 和 SKS-II 会给出误差非常大的参数估计;

(4)整体来看参数估计的准确性,EM 算法明显高过其他三种算法;在样本数量和 N 值足够大的情况下,SKS-I 和 SKS-II 可以给出比较准确的结果,这种情况下这两个算法的精度与 MoM 接近.SKS-II 的精度要高于 SKS-I.

表 1　真实值 $\beta=8,\sigma=2$,各个参数估计方法的均方根误差

真实值 $\beta=8,\sigma=2$		均方根误差							
		MoM		SKS-I		SKS-II		EM	
N	T	β	σ	β	σ	β	σ	β	σ
2	1000	5.4580	1.5492	1.7867E4	5.2069E3	90.2416	25.0381	5.4136	1.5359
	5000	1.2762	0.3562	5.6348E3	1.5820E3	15.9508	4.3573	1.2010	0.3344
	25000	0.5478	0.1534	1.7956	0.4999	1.4097	0.3852	0.4758	0.1328
4	1000	1.8905	0.5242	1.4637E3	4.1890E2	4.7941	1.3278	1.7697	0.4895
	5000	0.8237	0.2304	1.7963	0.5052	1.1862	0.3263	0.7049	0.1960
	25000	0.3508	0.0983	0.6196	0.1746	0.4761	0.1312	0.2888	0.0803
8	1000	1.2179	0.3345	2.2293	0.6234	1.3318	0.3663	1.0428	0.2851
	5000	0.5271	0.1454	0.8120	0.229	0.5183	0.1418	0.4339	0.1190
	25000	0.2397	0.0663	0.3379	0.0948	0.2241	0.0613	0.1880	0.0514

表 2 给出了参数真实值为 $\beta=8,\sigma=0.25$ 情况下,各个参数估计方法的均方根误差.从表 2 的数据可以得出与上述表 1 类似的结论.表 2 与表 1 相比,参数 β 值一样,σ 要小很多.从参数估计的结果来看,参数 β 估计的均方根误差两个表中相同情况下相差不大,而参数 σ 估计的均方根误差表 2 的数据要明显比表 1 中的数据小很多.而将均方根误差除以真实值作为一种“相对误差”来看,同等条件下表 2 中 σ 的相对误差比表 1 中的小.

表 3 给出了参数真实值为 $\beta=1,\sigma=0.25$ 情况下,各个参数估计方法的均方根误差.从表 3 的数据看出 MoM 方法估计结果误差很大,各种情况下该方法的估计都是失败的.这个现象验证了矩估计法有 $\beta>2$ 的限制条件,若真实值 β 不满足该条件,则矩估计法将不能给出准确解.EM 算法的估计结果比 SKS-I 和 SKS-II 要准确,SKS-II 比 SKS-I 又略微准确些.与之前表格的数据一样,同等情况下,T 值或 N 值大的样本其参数估计的精度更高些.表 3 和表 2 的参数 σ 一样,β 要小很多,在能正确估计的同等条件下,表 3 中的参数估计均方根误差(以及相对误差)要比表 2 中的结果明显小.

表 2 真实值 $\beta=8,\sigma=0.25$,各个参数估计方法的均方根误差

真实值 $\beta=8,\sigma=0.25$		均方根误差							
		MoM		SKS-I		SKS-II		EM	
N	T	β	σ	β	σ	β	σ	β	σ
2	1000	7.1793	0.2469	1.7371E4	626.2491	89.5443	3.1247	7.1515	0.2458
	5000	1.2586	0.0441	5.9556E3	209.7993	10.7690	0.3716	1.1666	0.0408
	25000	0.5422	0.0191	1.8522	0.0649	1.6193	0.0552	0.4770	0.0167
4	1000	2.0919	0.0733	1.3377E3	47.6360	6.1868	0.2146	1.9542	0.0683
	5000	0.8006	0.0277	1.5975	0.0562	1.1764	0.0402	0.6976	0.0240
	25000	0.3533	0.0123	0.5976	0.0210	0.4825	0.0165	0.2947	0.0102
8	1000	1.2621	0.0437	2.1195	0.0741	1.1866	0.0409	1.0296	0.0354
	5000	0.5551	0.0192	0.8399	0.0295	0.5100	0.0174	0.4473	0.0153
	25000	0.2505	0.0086	0.3525	0.0123	0.2266	0.0078	0.2005	0.0068

表 3 真实值 $\beta=1,\sigma=0.25$,各个参数估计方法的均方根误差

真实值 βB=X1,$\sigma=0.25$		均方根误差							
		MoM		SKS-I		SKS-II		EM	
N	T	β	σ	β	σ	β	σ	β	σ
2	1000	1.0515	35.3144	0.0812	0.0426	0.0776	0.0358	0.0618	0.0274
	5000	1.0146	14.3538	0.0372	0.0188	0.0352	0.0158	0.0292	0.0126
	25000	1.0044	11.8713	0.0165	0.0082	0.0158	0.0071	0.0129	0.0056
4	1000	1.0400	8.5763	0.0752	0.0378	0.0557	0.0220	0.0543	0.0214
	5000	1.0117	7.7944	0.0334	0.0173	0.0234	0.0095	0.0225	0.0089
	25000	1.0031	17.0009	0.0155	0.0079	0.0110	0.0045	0.0107	0.0043
8	1000	1.0339	32.1154	0.0834	0.0430	0.0516	0.0191	0.0483	0.0178
	5000	1.0101	23.4539	0.0358	0.0191	0.0220	0.0081	0.0207	0.0075
	25000	1.0030	37.2722	0.0156	0.0082	0.0099	0.0037	0.0092	0.0034

表 4 给出了参数真实值为 $\beta=1,\sigma=0.25$ 情况下,各个算法的平均运算时间.其他参数真实值情况下的算法运算时间与表 4 类似,所以没有全部列出.各个算法都是在一台 CPU 为 1.80GHz,内存为 3G 的 PC 机上实现的未优化的 Matlab 程序.由表 4 的数据可以看出,相同情况下 MoM 方法的运算时间最少,SKS-II 运算时间比 SKS-I 少.样本数量小的情况下,EM 算法运算时间与 SKS-I 和 SKS-II 相差不大,但样本数量大的情况下,EM 算法运算时间要明显长.

综合上述实验结果,我们可以得出以下一些结论:

(1)最大似然估计是统计意义上最优的参数估计方法,EM 算法作为一种最大似然参数估计方法与目前现有的 MoM 和 SKS 方法相比,对 G0 分布的参数估计更加准确.

(2)在样本数量 T 值较小和 N 值小的情况下,样本数据容易出现异常值,会造成方程组式(8)或者式(10)无解的情况,进而导致 SKS 方法给出误差非常大的参数估计.MoM 方法在参数 β 的真实值不满足 $\beta>2$ 的限制条件情况下,无法给出准确的参数估计.因此 SKS 方

表 4 真实值 $\beta=1,\sigma=0.25$,各个参数估计方法的平均运算时间

真实值 $\beta=1,\sigma=0.25$		运算时间(ms)			
N	T	MoM	SKS-I	SKS-II	EM
2	1000	0.3981	13.1885	8.7620	12.4280
	5000	1.3321	17.3687	9.1053	40.1831
	25000	4.1770	19.2039	9.9291	146.5168
4	1000	0.3971	12.7218	8.4888	7.5499
	5000	1.1724	13.6917	8.8984	23.5627
	25000	4.0963	17.9166	9.6239	83.2286
8	1000	0.3985	13.7869	8.3414	4.9258
	5000	1.2988	11.9404	8.6464	14.9240
	25000	4.2154	15.8650	9.5333	52.8290

法和 MoM 方法都有各自的局限性.在能正确估计的条件下,MoM 方法给出的参数估计精度与 SKS 相比并不逊色.

(3)SKS 方法中,SKS-II 方法相对于 SKS-I 精度高、计算更加简单,这是因为 SKS-I 将参数 N 视为待估计量,而 SKS-II 没有.参数 N 为图像视数的两倍,因此通常情况下是可以先验获得的,不需要估计.但在一些特殊的需要估计参数 N 的情况下,SKS-I 将发挥更有效的作用.

(4)增加样本的数量,可以增加参数估计的精度.其他条件相同的情况下,N 值大的样本其参数估计更加准确.

(5)从算法的复杂度来看,MoM 最简单,其次是 SKS,EM 算法最复杂.由于 MoM 和 SKS 都各自有一定的局限性,而且精度不如 EM 算法,因此在计算资源能满足的情况下,应该尽量选择 EM 算法.

5 结束语

作为一种 SAR 数据统计模型,G0 分布建模能力强、实用性好,受到了广泛的关注.准确的参数估计是保障 G0 分布应用的一个重要条件.由于 G0 分布表达式很复杂,虽然是统计意义上最优的参数估计方法,最大似然估计方法却一直没有能得到应用.为此,本文以 EM 算法为基础给出了一种 G0 分布的最大似然参数估计方法.为了能准确衡量参数估计的准确性和方便与其他算法的比较,本文用仿真实验进行了验证和比较.实验结果显示,EM 算法明显比现有的方法 MoM 和 SKS 更加准确.EM 算法相对来说更加复杂,因此在样本较大的情况下,会比 MoM 和 SKS 明显耗时更多,但在计算能力快速发展的今天,这个劣势将越来越不突出.实验还揭示了 MoM 方法和 SKS 方法存在一定的局限性,在一些条件下会无法准确进行参数估计,因此建议在计算资源能满足的情况下,本文提出的 EM 算法应该是更佳的选择.

参考文献

[1] Oliver C J, Quegan S. Understanding Synthetic Aperture Radar Images [M]. London: Artech House, 1998.

[2] Novak L M, Owirka G J, Brower W S, Weaver A L. The automatic target-recognition system in SAIP [J]. The Lincoln Laboratory Journal, 1997, 10(2): 187 – 202.

[3] 万朋,王建国,黄顺吉.SAR 图像目标综合检测方法[J].电子学报,2001,29(3):323 – 325.
Wan Peng, Wang Jian-guo, Huang Shun-ji. A synthesis method for SAR image target detection [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(3): 323-325. (in Chinese)

[4] 付琨,孙真真,吴一戎.基于 Beta-Prime 统计模型和 QGD 分类器的 SAR 图像地物分类方法[J].电子学报,2003,31(12A):2163 – 2166.
Fu Kun, Sun Zhen-zhen, Wu Yi-rong. The SAR image terrain classification algorithm combining quadratic Gamma discrimination classifier and Beta-Prime statistic model [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(12A): 2163 – 2166. (in Chinese)

[5] 刘向阳,许稼,彭应宁.极不均匀合成孔径雷达杂波建模及恒虚警检测[J].电子学报,2007,35(9):1617 – 1621.
Liu Xiang-yang, Xu Jia, Peng Ying-ning. Model validation of the extremely heterogeneous SAR clutter and its CFAR detection [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(9): 1617 – 1621. (in Chinese)

[6] 高贵.SAR 图像统计建模研究综述[J].信号处理,2009,25(8):1270 – 1278.
Gao Gui. Review on the statistical modeling of SAR image [J]. Signal Processing, 2009, 25(8): 1270 – 1278. (in Chinese)

[7] 高贵,鲁敏,黄纪军,匡纲要,李德仁.高分辨率 SAR 图像中杂波的统计特性分析[J].信号处理,2008,24(4):648 – 654.
Gao Gui, Lu Min, Huang Ji-jun, Kuang Gang-yao, Li De-ren. Statistical analysis of clutter in high resolution SAR images [J]. Signal Processing, 2008, 24(4): 648-654. (in Chinese)

[8] Frery A C, Muller H, Freitas C C, et al. A model for extremely heterogeneous clutter [J]. IEEE Transactions on GRS, 1997, 35(3): 648 – 659.

[9] 周晓光.极化 SAR 图像分类方法研究[D].湖南长沙:国防科学技术大学,2008,10.
Zhou Xiao-guang. Polarimetric SAR Image Classification [D]. Changsha, Hunan: National University of Defense Technology, 2008, 10. (in Chinese)

[10] Mejail M E, Jacobo-berlles J C, Frery A C, et al. Classification of SAR images using a general and tractable multiplicative model [J]. International Journal of Remote Sensing, 2003, 24(18): 3565 – 3582.

[11] 周晓光,贺志国,匡纲要,万建伟.基于极化 G0 分布和 MRF 的多视 PolSAR 图像迭代分类方法[J].宇航学报,2009,30(1):276 – 281.
Zhou Xiao-guang, He Zhi-guo, Kuang gang-yao, Wan Jianwei. Iterative classification for multi-look PolSAR images based on polarimetric G0 distribution and MRF [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(1): 276 – 281. (in Chinese)

[12] Marques R C P, Medeiros F N S, Nobre J. SAR image segmentation based on level set approach and G-A^0 model [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(10): 2046 – 2057.

[13] Freitas C C, Frery A C, Correia A H. The polarimetric G distribution for SAR data analysis [J]. Environmetrics, 2005, 16(1): 13 – 31.

[14] 时公涛,高贵,周晓光,匡纲要,蒋咏梅.基于 Mellin 变换的 G0 分布参数估计方法[J].自然科学进展,2009,19(6):677－690.
Shi Gong-tao,Gao gui,Zhou Xiao-guang,Kuang Gang-yao,Jiang Yong-mei.A parameter estimation method for G^0 distribution based on Mellin transform [J].Progress in Natural Science,2009,19(6):677－690.(in Chinese)

[15] Tison C,Nicolas J-M,Tupin F,Maitre H.A new statistical model for Markovian classification of urban areas in high-resolution SAR images [J].IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,2004,42(10):2046－2057.

[16] Berger J O.Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis (2nd edition)[M].New York:Springer,1985.

[17] Roberts W J J,Furui S.Maximum likelihood estimation of K-distribution parameters via the expectation-maximization algorithm [J].IEEE Transactions on Signal Processing,2000,48(12):3303－3306.

[18] Dempster A P,Laird N M,Rubin D B.Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm (with discussion)[J].Journal of the Royal Statistical Society,Series B,1977,39(1):1－38.

[19] Gradshteyn I S,Ryzhik I M.Table of Integrals,Series,and Products (seventh edition)[M].Oxford,UK:Academic Press,2007.

[20] DeVore M D,O'Sullivan J A,Montagnino L J.Conditionally Gamma and K distribution models for SAR ATR [A].Proceedings of Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery IX [C].Orlando:SPIE,2002.27－37.

作者简介

周 鑫 男,1980 年 1 月出生,江苏丹阳人.南京航空航天大学自动化学院副教授.2008 年在弗吉尼亚大学获博士学位.主要研究方向为目标检测和识别,图像处理和分析.
E-mail:xzhou@nuaa.edu.cn