

# 高可靠性一般负载双星网络的数学建模

孙丽珺<sup>1</sup>, 逯昭义<sup>2</sup>

(1. 青岛科技大学信息科学技术学院, 山东青岛 266061; 2. 青岛大学信息工程学院, 山东青岛 266071)

**摘 要:** 竞争-冲突淘汰方式是一种重要的星形网访问控制方式. 由于它在双星网中的数学解析十分复杂, 目前见到的报告仅是在重负载条件下的研究进展. 另一方面, 当前网络技术可靠性已经有了大幅提升, 在对计算机网络进行数学解析时可以通过近似, 忽略服务失败的情况. 充分考虑到以上两点, 本文在一般负载(轻、重负载混合)下, 对高可靠性双星网进行了数学建模和解析, 求得了评价双星网性能的重要参数——扩展滞留时间, 并进行了模拟实现. 这一问题的解决, 不仅为双星网的应用提供了理论依据, 同时在运筹学中首次解析了非典型排队模型  $L \setminus D \setminus n = 2 \setminus \text{RSS}$ , 扩展了随机服务系统理论.

**关键词:** 高可靠性双星网络; 竞争-冲突淘汰访问控制方式; 扩展肯达尔模型; 数学解析

**中图分类号:** TN91      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2013) 06-1060-09

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.06.004

## Mathematical Modeling for General Load Double-Star Network with High Reliability

SUN Li-jun<sup>1</sup>, LU Zhao-yi<sup>2</sup>

(1. School of Information Science and Technology, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266061, China;

2. School of Information Engineering, Qingdao University, Qingdao, Shandong 266071, China)

**Abstract:** Contention-collision cancellation access control mode is an important access control mode in star networks. Due to the complexity of mathematical analysis for this mode in double-star networks, so far only the study on the condition of heavy load has been reported. Furthermore, the reliability of networking technology is dramatically improved, so that the instance of failed service is approximately ignored. Based on the above points, we formulate the general load double-star network combining light load and heavy load. Then we derive the expended waiting time, which is used to evaluate the performance of double-star network. Finally, we validate the mathematical result through simulation. The conclusion not only provides the theoretical foundation for the application of reliable double-star network, but also firstly resolves non-classical queueing model  $L \setminus G \setminus n = 2 \setminus \text{RSS}$ , and expands the theory of random service system.

**Key words:** high reliable double-star network; contention-collision cancellation control mode (C-CC); extended Kendall model; mathematical analysis

### 1 引言

目前,关于网络性能评价的研究已经取得了很大进展,但是已有的研究成果主要是通过仿真实验得到的,而另一种评价网络性能的方法——通过建立数学模型进行数学解析仍然是一个研究热点<sup>[1-5]</sup>.在各种网络结构中,星形网络由于其扩展性好、宜于连接光纤、也宜于无线网络的显著优点引起了各国学者的积极研究,其中包括日本东京大学通信研究室提出的“同时多重接续”

星形网络.该网络分为单星网络和多星网络(双星网、三星网、…),其典型的介质访问控制方式是上世纪90年代有关文献<sup>[6]</sup>提出的竞争-冲突淘汰(Contention-Collision Cancellation, C-CC)方式.该文献将星形网的C-CC方式分为I类~VI类六大类模型.目前C-CC方式单星网的性能评价已通过数学建模和解析的方法几乎全部完成.实际上我国也有学者对无线局域网多址接入协议进行了建模分析<sup>[7]</sup>.

然而,由于数学解析方面所遇到的困难,多星网络

的数学建模研究进展十分缓慢. 截止目前, 虽然双星网络 I 类模型的数学建模取得了一定的研究进展<sup>[8-10]</sup>, 但仅仅是在特定条件——重负载条件下进行的, 在理论上有较大局限性. 所谓重负载, 是指网络运行过程中, 中心节点不出现空闲期, 即观察时点  $r$  的系统顾客数  $i > 0$ . 本文数学建模的物理背景为: ①网络负载环境是一般负载(轻负载和重负载混合), 即观察时点  $r$  的系统顾客数  $i \geq 0$ . ②考虑到目前网络技术及其可靠性有了大幅提升, 近似认定网络服务不存在失败的情况. 当  $i \geq 0$  时, 数学解析难度变大, 本文另辟蹊径, 首次明确引入待求参量  $T_{i(0)}$  的“系统工作情况分析法”, 才使问题得到了较好解决. 该分析法对于解析其它复杂计算机网络具有较好的扩展性.

双星网有 2 条交换通道和  $N$  个用户终端 ( $N \geq 2$ ), 2 条通道构成中心结点. 在 I 类模型中, 只有中心节点存在空闲通道时, 用户终端才可能产生数据单元, 数据单元一旦产生立即请求服务, 同时被寄存在其用户终端的缓冲区中. 这时, 如果同时请求服务的用户终端数不大于空闲的交换通道数, 就让其全部通过. 否则就会产生冲突. 中心结点从发生冲突的多路数据单元中随机选择等于空闲交换通道数的数据单元让其通过, 同时给其源终端发送确认信息 RR, 其余的被淘汰. 依据超时机制, 如果数据单元已被淘汰, 源终端在超时时间内未收到 RR, 就自动重新发送, 去竞争服务权. 在 I 类多星网络中, 被淘汰数据单元再次请求服务的时间只能是超时后中心结点再次出现空闲通道时. 由于本文研究的是高可靠性双星网, 未被淘汰的数据单元必然会被目的终端正确接收(也就是服务成功).

## 2 解析条件与系统工作情况分析

### 2.1 解析条件设定

系统由  $N$  个顾客源和两个服务员  $F_1$  和  $F_2$  组成, 每个顾客源有一个大小为 1 的缓冲区, 这  $N$  个缓冲区构成一个大小为  $N$  的排队室.

时隙的设定. 将时间轴划分为以时隙为单位的若干间隔. 选择时隙的原则是在每个时隙中每个顾客源最多产生 1 个顾客. 时隙记为  $\Delta t$ . 当某个顾客源的缓冲区空闲、且至少有 1 个服务员空闲时, 该顾客源才有可能在某时隙产生 1 个顾客且立即请求服务.

观察时点的选择. 本文设定顾客按二项式到达. 选择顾客结束服务离开系统的时点(用  $r, r+1, \dots$  表示)观察系统. 由于  $r$  到  $r+1$  时点, 系统顾客数的变化与  $F_1, F_2$  的服务情况无关, 仅与顾客到达有关. 而顾客到达是二项式到达, 可近似认定无后效性<sup>[11]</sup>, 所以选择  $r, r+1, \dots$  为嵌入点是正确的.

设定两个服务员都空闲, 如果系统仅有 1 个顾客请

求服务时, 则由  $F_1$  来服务; 如果两个或两个以上的顾客请求服务时, 则  $F_1$  和  $F_2$  “同时”开始服务, 也可能会“同时”结束服务. 这里的“同时”是指两个顾客开始服务或两个顾客结束服务的时差为  $\Delta t, \Delta t \rightarrow 0$ . 因此仍可理解为顾客一个一个被服务, 一个一个离开, 满足排队论的要求.

时间关系图分析. 设  $r$  时点系统顾客数为  $i, i \geq 0, r$  后的第  $m$  个时隙用  $\Delta t_m$  表示,  $\Delta t_r$  表示请求时隙. 根据  $i$  的取值不同, 系统工作的时间图如图 1、图 2 所示.

- 在图 1(a) 中,  $r$  时点  $i = 1, r$  时点必定只有一个服务员忙碌. 因为有空闲服务员, 则在服务期的  $t_{a1}$  个时隙后可能产生  $h_1$  个新顾客,  $h_1 \geq 0$ . 如果  $h_1 = 0$ , 则在  $r+1$  时点, 系统状态变为 0, 进入空闲期; 如果  $h_1 > 0$ , 则新顾客在第  $t_{a1} + 1$  时隙(即  $\Delta t_r$ ) 请求并由空闲服务员服务.  $r+1$  时点后, 又有 4 种互斥事件.

- 在图 1(b) 中,  $r$  时点  $i > 1, r$  时点必定是一个服务员忙碌, 另一个服务员变为空闲. 在服务员刚变为空闲的那个时隙, 系统有可能产生新顾客  $h_1, h_1 \geq 0$ . 因  $i > 1$ , 刚空闲的 1 个服务员在  $\Delta t_r$  又进入忙碌状态, 此时在  $\Delta t_r$  请求服务的顾客为  $i + h_1 - 1$ . 于是  $F_1, F_2$  都处忙碌状态, 至  $r+1$  时点前, 系统再无顾客到达.

- 如图 2 所示,  $r$  时点  $i = 0$ , 排队室无顾客. 则在  $r$  时点前( $r-1$  时点)必定有一个服务员首次空闲. 之后系统再无请求服务的顾客, 到了  $r$  时点, 另一个服务员也变为空闲. 此时  $F_1, F_2$  都空闲. 系统出现空闲期  $F_r$  后, 若最后一个时隙用  $\Delta t_r$  表示, 则系统在  $\Delta t_{r+1}$  必定到达新顾客(设为  $h_1$  个,  $1 \leq h_1 \leq N$ ), 且立即请求服务. 因为要讨论两个服务员的服务情况, 故需要考虑新产生顾客与空闲服务员的关系. (1) 如图 2(a) 所示, 当  $h_1 = 1$  时, 由  $F_1$  来服务,  $F_2$  空闲, 所以在  $\Delta t_{r+1}$  到  $r+1$  时点有可能产生新顾客  $h_2, h_2 \geq 0$ ; 如果  $h_2 = 0$ , 则  $F_1$  忙碌,  $F_2$  空闲, 直到  $r+1$  时点, 系统状态又开始新的空闲期; 如果  $h_2 > 0$ , 则由  $F_2$  为  $h_2$  中的 1 个顾客进行服务, 在  $r+1$  时点, 必定是  $F_1$  空闲  $F_2$  忙碌. (2) 如图 2(b) 所示, 当  $h_1 > 1$ , 则  $F_1, F_2$  “同时”开始服务. 因为一直到  $r+1$  时点  $F_1, F_2$  都不空闲, 所以系统再无新顾客到达.  $r+1$  时点,  $F_1$  空闲.

观察终端的选择. 本文讨论的是对称多队列排队模型, 选择观察终端  $A$  进行讨论. 若  $A$  有顾客, 称  $A$  处于状态 1, 即  $A = 1$ ; 若无顾客, 称  $A$  处于状态 0, 即  $A = 0$ . 用  $A_r, A_{r+1}$  分别表示  $A$  顾客在  $r$  时点、 $r+1$  时点的状态. 由于本文要考虑重负载  $i > 0$  和轻负载  $i = 0$  的情况. 因此只能选择  $r$  时点无顾客的某终端作为观察终端  $A$ (即  $A_r = 0$ ) 进行讨论. 求解以  $r$  时点为起点, 至  $A$  第一次产生的顾客离开系统的平均时间  $\tau_i, \tau_i$  称为顾客的“扩展滞留时间”.

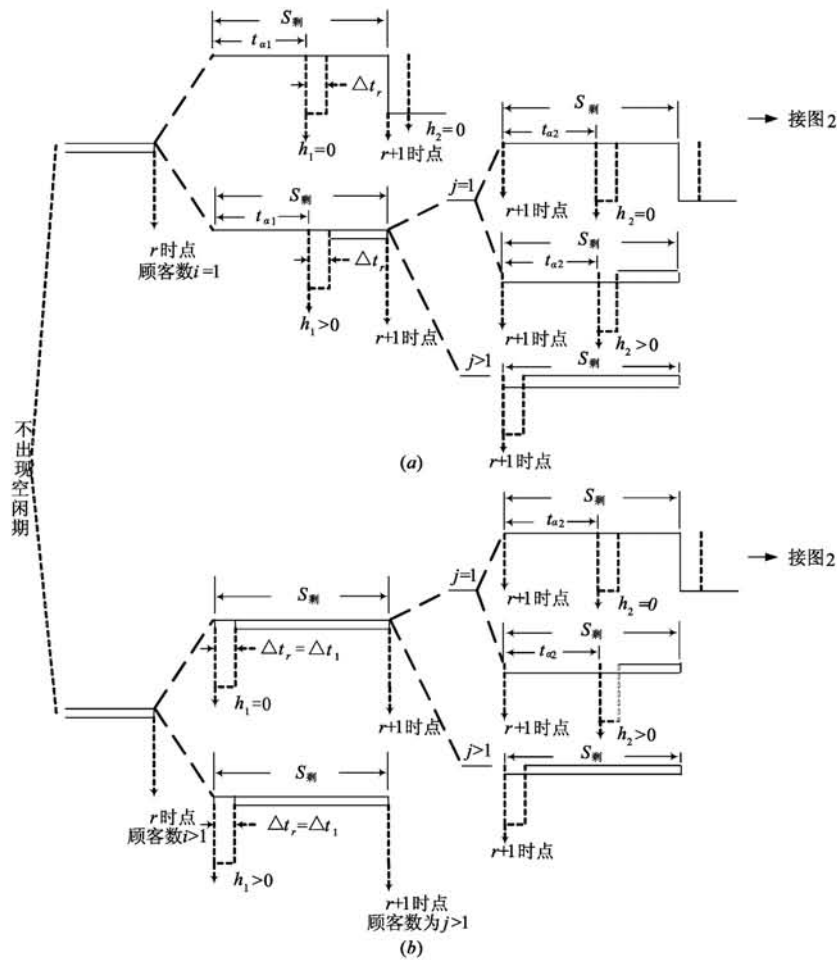


图1  $r$ 时点后无空闲期情况下的时间关系图示

### 2.2 符号设定

$N$  顾客源总数,  $2 \leq N < \infty$

$p_c$  无顾客的源在服务员空闲的一个时隙产生 1 个顾客的概率.  $0 < p_c \leq 1, q_c = 1 - p_c$

$F_r$  空闲期时宽, 单位为时隙. 若在  $r$  时点系统顾客数为 0, 则系统进入空闲期, 经  $F_r$  个时隙后的 1 个时隙到达了顾客, 空闲期终止. 设平均空闲期  $\bar{F} = E[F_r]$

$P_{ij}$  以  $r$  时点为起点, 至  $r+1$  时点系统顾客数由  $i$  变为  $j$  的转移概率.  $0 \leq i, j \leq N-1$

$S_r$  服务期. 对可靠系统而言, 服务 1 次即可成功, 因此设为定长  $v$ , 单位为时隙

$X_r$   $r$  时点系统的状态数 (系统中的顾客数)

$T_{i(A)}$  在  $r$  时点系统状态  $X_r = i$ , 且  $A$  终端状态已知的条件下, 至  $A$  终端顾客被服务结束的时间, 可形成  $T_{0(0)}, T_{i(0)} |_{i>0}, T_{i(1)} |_{i>0}$  三种参数.  $T_{0(0)}$  和  $T_{i(0)} |_{i>0}$  分别表示在  $r$  时点  $i=0$  和  $i>0, A_r=0$  的条件下, 以  $r$  时点为起点至  $A$  第一次出现的顾客服务结束的时间, 即顾客的“扩展滞留时间”, 是本文要求解的参数.

$T_{j(A)}(A_r, A_1) \quad X_r > 0 (A_r = 0)$ , 系统未出现空闲期,  $X_{r+1} = j$ , 且  $r+1$  时点  $A$  状态已知的条件下, 从  $r+1$  时点开始至  $A$  终端顾客被服务结束的时间. 其中  $A_1$  表示  $r \sim r+1$  时点之间唯一的请求时隙  $A$  是否有顾客到达.  $(A_r, A_1)$  有两种情况, 分别为  $(0, 0), (0, 1)$ . 同为  $T_{j(A)}, A_r, A_1$  不同时,  $T_{j(A)}$  可能不同, 因此要写成  $T_{j(A)}(A_r, A_1)$ . 该参数用于图 1.

$T_{j(A)}(A_1, A_2) \quad X_r = 0 (A_r = 0)$ , 系统出现空闲期,  $X_{r+1} = j$ , 且  $r+1$  时点  $A$  状态已知的条件下, 从  $r+1$  时点开始至  $A$  顾客被服务结束的时间, 其中  $A_1, A_2$  分别表示  $r \sim r+1$  时点之间两个请求时隙  $A$  是否有顾客到达.  $(A_1, A_2)$  有三种情况, 分别为  $(0, 0), (0, 1), (1, 0)$ . 该参数用于图 2.

### 2.3 系统工作情况分析

上述时间图未充分考虑观察顾客源的情况, 为了能进行数学建模, 必须考虑  $r$  时点、 $r \sim r+1$  时点之间、 $r+1$  时点观察顾客  $A$  的情况, 对图 1、图 2 的时间图具体分析, 以区分出“系统工作情况”. 这一点是本文的重要创新点.

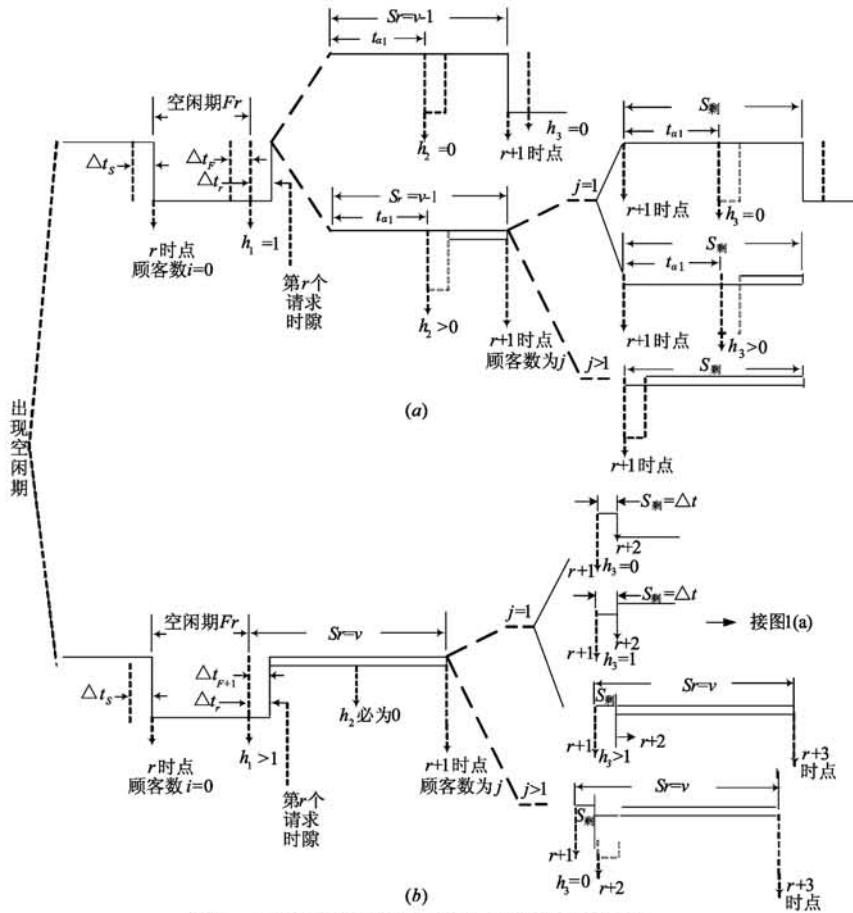


图2 r时点后存在空闲期情况下的时间关系图示

2.3.1 图 1(a)工作情况分析

情况一① r 时点  $i = 1, A_r = 0, 1$  个非 A 顾客正在服务;  $r \sim r + 1$  时点之间,  $h_1 = 0, A_1$  必为 0;  $r + 1$  时点必是非 A 顾客离开,  $j = 0, A_{r+1} = 0$ .

情况一② r 时点同情况一①;  $r \sim r + 1$  之间,  $h_1 > 0, A_1 = 1, A$  顾客被选取服务;  $r + 1$  时点必是非 A 顾客离开,  $j = h_1, A_{r+1} = 1$ .

情况一③ r 时点同情况一①;  $r \sim r + 1$  之间,  $h_1 > 1, A_1 = 1, A$  顾客未被选取服务, 服务的是另一非 A 顾客;  $r + 1$  时点必是  $i = 1$  的非 A 顾客离开,  $j = h_1, A_{r+1} = 1$ .

情况一④ r 时点同情况一①;  $r \sim r + 1$  之间,  $h_1 > 0, A_1 = 0$ , 全为非 A 的  $h_1$  个顾客中, 某一顾客被选取服务,  $r + 1$  时点必定是  $i = 1$  的非 A 顾客离开,  $j = h_1, A_{r+1} = 0$ .

2.3.2 图 1(b)工作情况分析

情况二① r 时点  $i > 1, A_r = 0, i$  中的 1 个非 A 顾客正在服务;  $r \sim r + 1$  之间,  $h_1 \geq 0, A_1 = 0, i + h_1 - 1$  非 A 顾客中的某一顾客被选取服务;  $r + 1$  时点必是  $i$  中非 A 顾客离开,  $j = i + h_1 - 1, A_{r+1} = 0$ .

情况二② r 时点同情况二①;  $r \sim r + 1$  之间,  $h_1 > 0, A_1 = 1$ , 无论 A 顾客是否被选取服务,  $r + 1$  时点必然是非 A 顾客离开,  $j = i + h_1 - 1, A_{r+1} = 1$ .

2.3.3 图 2(a)工作情况分析

情况三① r 时点  $i = 0, A_r = 0$ , 系统处于空闲期;  $r \sim r + 1$  之间有两次顾客到达, 设第一次到达了  $h_1 = 1$  个顾客, 且  $A_1 = 1, A$  顾客必被服务, 设第二次到达了  $h_2 = 0$  个顾客,  $A_2 = 0$ ;  $r + 1$  时点 A 顾客离开,  $j = 0, A_{r+1} = 0$ .

情况三② r 时点、 $r \sim r + 1$  之间第一次到达的情况同情况三①, 第二次到达了  $h_2 > 0$  个顾客,  $A_2 = 0$ ;  $r + 1$  时点 A 顾客离开,  $j = h_2, A_{r+1} = 0$ .

情况三③ r 时点同情况三①;  $r \sim r + 1$  之间第一次到达了  $h_1 = 1$  个顾客, 且  $A_1 = 0$ , 第二次到达了  $h_2 > 0$  个顾客, 且  $A_2 = 1$ ; 第二次顾客到达时隙不管是谁被选中服务,  $r + 1$  时点必定是  $h_1 = 1$  的非 A 顾客离开,  $j = h_2, A_{r+1} = 1$ .

情况三④ r 时点、 $r \sim r + 1$  之间第一次到达的情况同情况三③, 第二次到达了  $h_2 = 0$  个顾客,  $A_2 = 0$ ;  $r + 1$  时点必定是  $h_1 = 1$  顾客离开,  $j = 0, A_{r+1} = 0$ .

情况三⑤  $r$  时点、 $r \sim r+1$  之间第一次到达的情况同情况三③,第二次到达了  $h_2 > 0$  个顾客,  $A_2 = 0$ ;  $r+1$  时点必定是  $h_1 = 1$  顾客离开,  $j = h_2, A_{r+1} = 0$ .

**2.3.4 图 2(b)工作情况分析**

情况四①  $r$  时点  $i = 0, A_r = 0$ , 系统处于空闲期;  $r \sim r+1$  之间只有一次顾客到达, 到达顾客  $h_1 > 1$ , 且  $A_1 = 1$ ,  $A$  顾客与另一个到达的非  $A$  顾客被选中, “同时”进入服务; 两个顾客离开的时间差为  $\Delta t$ ;  $r+1$  时点  $A$  顾客离开,  $A_{r+1} = 0, j = h_1 - 1$ .

情况四②  $r$  时点、 $r \sim r+1$  之间的情况同情况四①;  $r+1$  时点非  $A$  顾客离开,  $A_{r+1} = 1, j = h_1 - 1$ .

情况四③  $r$  时点同情况四①;  $r \sim r+1$  之间只有一次顾客到达, 到达顾客  $h_1 > 2$ , 且  $A_1 = 1$ , 但  $A$  未被选中服务, 进入服务的是  $h_1$  中的两个非  $A$  顾客;  $r+1$  时点, 其中一个非  $A$  顾客离开,  $A_{r+1} = 1, j = h_1 - 1$ .

情况四④  $r$  时点同情况四①;  $r \sim r+1$  之间只有一次顾客到达, 到达顾客  $h_1 > 1$ , 且  $A_1 = 0$ , 进入服务的必然是  $h_1$  中的两个非  $A$  顾客;  $r+1$  时点, 其中一个非  $A$  顾客离开,  $A_{r+1} = 0, j = h_1 - 1$ .

**3 数学解析**

**3.1 转移概率**

**3.1.1 “情况一①”~“情况一④”的转移概率**

$P\{X_{r+1} = 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \mid X_r = 1, A_r = 0\} = P_{10}$   
 $(A_r = 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0)$

$= P\{r \sim r+1$  之间,  $N-1$  个无顾客的源都不产生顾客  $\mid$   
 $= (q_c^{N-1})^r$  (1)

$P\{X_{r+1} > 0, A_1 = 1$  进入服务,  $A_{r+1} = 1 \mid X_r = 1, A_r = 0\} = P_{1j}$   
 $(A_r = 0, A_1 = 1$  进入服务,  $A_{r+1} = 1) = P\{$ 到达顾客的  $\Delta t_r$  时隙处于  $r$  后的第  $t_{e1} + 1$  时隙,  $\Delta t_r$  时隙产生了  $h_1 = j$  个顾客, 包含  $A$  顾客  $\mid$

$$= \sum_{t_{e1}=0}^{r-1} (q_c^{N-1})^{t_{e1}} \cdot p_c \cdot C_{N-2}^{j-1} p_c^{j-1} q_c^{N-j-1}, \quad 0 < j \leq N-1$$
 (2)

$$P_{1j}(A_r = 0, A_1 = 1 \text{ 未进入服务, } A_{r+1} = 1) = \sum_{t_{e1}=0}^{r-1} (q_c^{N-1})^{t_{e1}} \cdot p_c \cdot C_{N-2}^{j-1} p_c^{j-1} q_c^{N-j-1}, \quad 0 < j \leq N-1$$
 (3)

$P\{X_{r+1} > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \mid X_r = 1, A_r = 0\} = P\{$ 到达顾客的  $\Delta t_r$  时隙处于  $r$  后的第  $t_{e1} + 1$  时隙,  $\Delta t_r$  时隙产生了  $h_1 = j$  个顾客, 不包含  $A$  顾客  $\mid$   
 $= \sum_{t_{e1}=0}^{r-1} (q_c^{N-1})^{t_{e1}} \cdot q_c \cdot C_{N-2}^j p_c^j q_c^{N-j-2}, \quad 0 < j \leq N-2$  (4)

由上可见, 式(2)、(3)完全相同, 这一点是可以理解的, 因为转移概率仅与  $r \sim r+1$  之间顾客的到达情况有关, 与谁被选中服务无关.

**3.1.2 “情况二①”~“情况二②”的转移概率**

$$P\{X_{r+1} = j, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \mid X_r = i > 1, A_r = 0\}$$

$$= P_{ij}(A_r = 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0) = q_c \cdot C_{N-i-1}^{h_1=j+1-i} p_c^{j+1-i} q_c^{N-j-2} \mid_{h_1=j+1-i \geq 0}, \quad i-1 \leq j \leq N-2$$
 (5)

$$P\{X_{r+1} = j, A_1 = 1, A_{r+1} = 1 \mid X_r = i > 1, A_r = 0\} = P_{ij}(A_r = 0, A_1 = 1, A_{r+1} = 1) = p_c \cdot C_{N-i-1}^{h_1=j-i} p_c^{j-i} q_c^{N-j-1} \mid_{h_1 > 0}, \quad i \leq j \leq N-1$$
 (6)

**3.1.3 “情况三①”~“情况三⑤”的转移概率**

$$P\{X_{r+1} = 0, A_{r+1} = 0 \mid X_r = 0, A_r = 0\} = P_{00}(A_r = 0, A_1 = 1, A_2 = 0, A_{r+1} = 0) = \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot p_c q_c^{N-1} \cdot (q_c^{N-1})^{r-1}$$
 (7)

$$P_{0j}(A_r = 0, A_1 = 1, A_2 = 0, A_{r+1} = 0) = \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot p_c q_c^{N-1} \cdot \sum_{t_{e1}=0}^{r-2} (q_c^{N-1})^{t_{e1}} \cdot C_{N-1}^{h_2} p_c^{h_2} q_c^{N-1-h_2} \mid_{h_2=j>0}, \quad 1 \leq j \leq N-1$$
 (8)

$$P_{0j}(A_r = 0, A_1 = 0, A_2 = 1, A_{r+1} = 1) = \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot q_c C_{N-1}^1 p_c q_c^{N-2} \cdot \sum_{t_{e1}=0}^{r-2} (q_c^{N-1})^{t_{e1}} \cdot p_c C_{N-2}^{h_2-1} p_c^{h_2-1} q_c^{N-1-h_2} \mid_{h_2=j>0}$$
 (9)

$$P_{00}(A_r = 0, A_1 = 0, A_2 = 0, A_{r+1} = 0) = \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot q_c C_{N-1}^1 p_c q_c^{N-2} \cdot (q_c^{N-1})^{r-1}$$
 (10)

$$P_{0j}(A_r = 0, A_1 = 0, A_2 = 0, A_{r+1} = 0) = \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot q_c C_{N-1}^1 p_c q_c^{N-2} \cdot \sum_{t_{e1}=0}^{r-2} (q_c^{N-1})^{t_{e1}} \cdot q_c C_{N-2}^{h_2} p_c^{h_2} q_c^{N-2-h_2} \mid_{h_2=j>0}, \quad 1 \leq j \leq N-2$$
 (11)

**3.1.4 “情况四①”~“情况四④”的转移概率**

$P_{0j}(A_r = 0, A_1 = 1, A_{r+1} = 0) = P\{$ 到达顾客的  $\Delta t_r$  处于  $r$  后第  $F_r + 1$  时隙,  $\Delta t_r$  时隙  $A$  产生 1 个顾客, 其余  $N-1$  个源产生  $h_1 - 1$  个顾客,  $h_1 > 1$ , 两个服务员同时服务  $\mid$

$$= \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot p_c \cdot C_{N-1}^{h_1-1} p_c^{h_1-1} q_c^{N-h_1} \mid_{h_1=j+1} = \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot p_c \cdot C_{N-1}^j p_c^j q_c^{N-j-1}, \quad 1 \leq j \leq N-1$$
 (12)

$P_{0j}(A_r = 0, A_1 = 1$  被服务,  $A_{r+1} = 1)$  的算式与“情况四①”相同, 为式(12).

$P_{0j}(A_r = 0, A_1 = 1$  未被服务,  $A_{r+1} = 1)$  的算式也与“情况四①”相同, 为式(12).

$$P_{0j}(A_r = 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0) = \sum_{F_r=0}^{\infty} (q_c^N)^{F_r} \cdot q_c \cdot C_{N-1}^{j+1}$$

$$p_c^{j+1} q_c^{N-j-2}, \quad 1 \leq j \leq N-2 \quad (13)$$

### 3.2 平均空闲期长度和平均剩余服务时间

在空闲期的前  $F_r$  个时段  $N$  个顾客源都无顾客产生,在第  $F_r + 1$  时段到达顾客.空闲期长度的均值为

$$\begin{aligned} \bar{F}_r &= E[F_r] = \sum_{F_r=0}^{\infty} F_r \cdot (q_c^N)^{F_r} \cdot (1 - q_c^N) \\ &= (1 - q_c^N) \cdot q_c^N \cdot \sum_{F_r=0}^{\infty} [(q_c^N)^{F_r}]' = \frac{q_c^N}{1 - q_c^N} \end{aligned} \quad (14)$$

在  $r$  时点某顾客正在服务,至该顾客服务结束离开系统的时间,称为剩余服务时间.由更新过程,得到

$$\bar{S}_{剩} = E[T_{1(1)}] = \frac{1 - F(x)^{\infty}}{h_f(x)} \approx \frac{v}{2}, \text{ 其中 } h_f(x) \text{ 为剩余时间的概率密度, } F(x) \text{ 为更新间隔分布.}$$

### 3.3 扩展滞留时间

#### 3.3.1 $r$ 时点系统顾客数为 1 的扩展滞留时间

①当  $h_1 = 0$  时,  $T_{1(0)}$  不仅与  $r$  后继续服务的非  $A$  顾客的剩余时间  $\bar{S}_{剩}$  有关,还与  $r + 1$  时点  $T_{j(0)} |_{j=0}$  有关.与“情况一①”对应,得  $E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus j=0, A_{r+1} \text{ 必为 } 0] = \bar{S}_{剩} + E[T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0) |_{j=0}] = \bar{S}_{剩} + E[T_{0(0)}]$

$$(15)$$

②与“情况一②”对应,  $A$  顾客被选取服务,  $r + 1$  时点必定是  $i = 1$  非  $A$  顾客离开,得  $E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 1 \text{ 进入服务, } A_{r+1} = 1] = E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus \text{在 } \Delta t_r \text{ 时段 } A \text{ 被选取}] \cdot P(A \text{ 被选取})$

$$= \{\bar{S}_{剩} + E[T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1, A_{r+1}=1)]\} \cdot \frac{1}{j}$$

其中  $1/j$  为  $A$  顾客被选取的概率

$$(16)$$

③与“情况一③”对应,  $A$  未被选取,得  $E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 1, A_1 = 1 \text{ 未服务, } A_{r+1} = 1]$

$$= \{\bar{S}_{剩} + E[T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1, A_{r+1}=1)]\} \cdot (1 - \frac{1}{j}) \quad (17)$$

④与“情况一④”对应,得  $E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0] = \bar{S}_{剩} + E[T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0) |_{j>0}]$

$$(18)$$

由上述分析可知,  $r + 1$  时点出现 4 个不相容事件,考虑式(15) ~ (18),由全概率公式得

$$\begin{aligned} E[T_{i(0)} |_{i=1}] &= E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j = 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0] \cdot P(r + 1 \text{ 时点 } j = 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \setminus i = 1) \\ &+ E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 1 \text{ 进入服务, } A_{r+1} = 1] \cdot P(r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 1 \text{ 进入服务, } A_{r+1} = 1 \setminus i = 1) \\ &+ E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 1, A_1 = 1 \text{ 未进入服务, } A_{r+1} = 1] \cdot P(r + 1 \text{ 时点 } j > 1, A_1 = 1 \text{ 未进入服务, } A_{r+1} = 1 \setminus i = 1) \\ &+ E[T_{i(0)} |_{i=1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0] \cdot P(r \end{aligned}$$

+ 1 时点  $j > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \setminus i = 1)$

其中,  $P(r + 1 \text{ 时点 } j = 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \setminus i = 1)$ 、 $P(r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 1 \text{ 进入服务, } A_{r+1} = 1 \setminus i = 1)$ 、 $P(r + 1 \text{ 时点 } j > 1, A_1 = 1 \text{ 未进入服务, } A_{r+1} = 1 \setminus i = 1)$ 、 $P(r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \setminus i = 1)$  分别由式(1) ~ (4) 确定.令  $\tau_i$  表示  $E[T_{i(0)}]$ , 则

$$\begin{aligned} \tau_i &= (\bar{S}_{剩} + \tau_0) \cdot P_{10}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0) \\ &+ \sum_{j=1}^{N-1} (\bar{S}_{剩} + t_j) \cdot \frac{1}{j} \cdot P_{1j}(A_r=0, A_1=1 \text{ 进入服务, } A_{r+1}=1) \\ &+ \sum_{j=2}^{N-1} (\bar{S}_{剩} + t_j) \cdot (1 - \frac{1}{j}) \cdot P_{1j}(A_r=0, A_1=1 \text{ 未进入服务, } A_{r+1}=1) \\ &+ \sum_{j=1}^{N-2} (\bar{S}_{剩} + \tau_j) \cdot P_{1j}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0) \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $t_1 = \bar{S}_{剩}$

$$(20)$$

$t_i = E[T_{i(1)} |_{i>1}]$  已经在文献[10] 求出,现列于下方.

$$\begin{aligned} t_i &= \bar{S}_{剩} + (1 - \frac{1}{i}) \cdot \sum_{h_1=0}^{N-i} t_{(i-1+h_1)} \\ &\cdot C_{N-i}^{h_1} = j+1 - p_c^{j+1} - q_c^{N-j-1}, 1 < i < N \end{aligned} \quad (21)$$

#### 3.3.2 $r$ 时点系统顾客数大于 1 的扩展滞留时间

①与“情况二①”对应,得  $E[T_{i(0)} |_{i>1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j = i + h_1 - 1, A_1 = 0, A_{r+1} = 0] = \bar{S}_{剩} + E[T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0) |_{j>0}]$

$$(22)$$

②与“情况二②”对应,得  $E[T_{i(0)} |_{i>1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j = i + h_1 - 1, A_1 = 1, A_{r+1} = 1]$

$$= \bar{S}_{剩} + E[T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1 \text{ 进入服务, } A_{r+1}=1)] \quad (23)$$

考虑式(22) ~ (23),由全概率公式得

$$\begin{aligned} E[T_{i(0)} |_{i>1}] &= E[T_{i(0)} |_{i>1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0] \cdot P(r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \setminus i > 1) \\ &+ E[T_{i(0)} |_{i>1} \setminus r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 1, A_{r+1} = 1] \cdot P(r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 1, A_{r+1} = 1 \setminus i > 1) \end{aligned}$$

其中,  $P(r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 0, A_{r+1} = 0 \setminus i > 1) = P_{i, i+h_1-1}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0)$  由式(5) 确定.

$P(r + 1 \text{ 时点 } j > 0, A_1 = 1, A_{r+1} = 1 \setminus i > 1) = P_{i, i+h_1-1}(A_r=0, A_1=1, A_{r+1}=1)$  由式(6) 确定.

$$\begin{aligned} \text{于是 } \tau_i &= \sum_{j=i+1}^{N-2} (\bar{S}_{剩} + \tau_j) \cdot P_{ij}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0) \\ &+ \sum_{j=i}^{N-1} (\bar{S}_{剩} + t_j) \cdot P_{ij}(A_r=0, A_1=1, A_{r+1}=1), i > 1 \end{aligned} \quad (24)$$

#### 3.3.3 $r$ 时点系统顾客数为 0 的扩展滞留时间

(1)求  $E[T_{0(0)}]_{h_1=1}$   $r$  时点后出现空闲期,  $\Delta t_r$  时段到达顾客数  $h_1 = 1$ .

①与“情况三①”或“情况三②”对应,得  $E$

$$[T_{i(0)} | i=0] = \bar{F}_r + v \tag{25}$$

②与“情况三③”对应,得  $E[T_{i(0)} | i=0] = \bar{F}_r + v + E[T_{j(1)}(A_1=0, A_2=1, A_{r+1}=1) | j>0]$  (26)

③与“情况三④”对应,得  $E[T_{i(0)} | i=0] = \bar{F}_r + v + E[T_{j(0)}(A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0) | j=0]$  (27)

④与“情况三⑤”对应,得  $E[T_{i(0)} | i=0] = \bar{F}_r + v + E[T_{j(0)}(A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0) | j>0]$  (28)

考虑式(25)~(28),由全概率公式得

$$E[T_{i(0)} | i=0] = E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j=0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j=0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0) + E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0) + E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_2=1, A_{r+1}=1] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_2=1, A_{r+1}=1 | i=0) + E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j=0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j=0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0) + E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0)$$

其中  $P(r+1 \text{ 时点 } j=0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0) = P_{00}(A_r=0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0)$ 、 $P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0) = P_{0j}(A_r=0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0)$ 、 $P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_2=1, A_{r+1}=1 | i=0) = P_{0j}(A_r=0, A_1=0, A_2=1, A_{r+1}=1)$ 、 $P(r+1 \text{ 时点 } j=0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0) = P_{00}(A_r=0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0)$ 、 $P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0 | i=0) = P_{0j}(A_r=0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0)$ 分别由式(7)~(11)确定。

令  $\tau_i$  表示  $E[T_{i(0)} | i=0]$ ,则得  $\tau_0 |_{h_1=1} = (\bar{F}_r + v) \cdot$

$$P_{00}(A_r=0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0) + \sum_{j=1}^{N-1} (\bar{F}_r + v) \cdot P_{0j}(A_r=0, A_1=1, A_2=0, A_{r+1}=0) + \sum_{j=1}^{N-1} (\bar{F}_r + v + t_j) \cdot P_{0j}(A_r=0, A_1=0, A_2=1, A_{r+1}=1) + (\bar{F}_r + v + \tau_0) \cdot P_{00}(A_r=0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0) + \sum_{j=1}^{N-2} (\bar{F}_r + v + \tau_j) \cdot P_{0j}(A_r=0, A_1=0, A_2=0, A_{r+1}=0) \tag{29}$$

(2)求  $E[T_{0(0)}]_{h_1>1}$   $r$  时点后出现空闲期,  $\Delta t_r$  时隙到达顾客数  $h_1 > 1$ 。

①与“情况四①”对应,  $A$  顾客先离开,得  $E[T_{i(0)} | i>0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1, A_{r+1}=0] = (\bar{F}_r + v) \cdot \frac{2}{h_1}$  (30)

其中,  $2/h_1$  为  $A$  顾客与另一非  $A$  顾客同时被选取进入服务的概率。

②与“情况四②”对应,非  $A$  顾客先离开,得  $E[T_{i(0)} | i>0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1 \text{ 被服务}, A_{r+1}=1] = (\bar{F}_r + v + E[T_{j(1)}(A_1=1, A_{r+1}=1) | j>0]) \cdot \frac{2}{h_1}$  (31)

考虑到  $r+1$  时点非  $A$  顾客离开后,再经 1 个时隙  $A$  顾客必定离开,所以可近似认为  $r+1$  时点  $A$  顾客离开。为此应该去掉式(31),将情况四②归为式(30)。

③与“情况四③”对应,得  $E[T_{i(0)} | i>0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1 \text{ 未被服务}, A_{r+1}=1] = (\bar{F}_r + v + E[T_{j(1)}(A_1=1, A_{r+1}=1) | j>0]) \cdot (1 - \frac{2}{h_1})$  (32)

④与“情况四④”对应,可得

$$E[T_{i(0)} | i>0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_{r+1}=0] = \bar{F}_r + v + E[T_{j(1)}(A_1=0, A_{r+1}=0) | j>0] \tag{33}$$

考虑式(30)、(32)~(33),由全概率公式得:

$$\tau_0 |_{h_1>1} = E[T_{i(0)} | i=0] |_{h_1>1} = E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1, A_{r+1}=0] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1, A_{r+1}=0 | i=0) + E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1 \text{ 未被服务}, A_{r+1}=1] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1 \text{ 未被服务}, A_{r+1}=1 | i=0) + E[T_{i(0)} | i=0 \wedge r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_{r+1}=0] \cdot P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_{r+1}=0 | i=0)$$

其中,  $P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1, A_{r+1}=0 | i=0) = P_{0j}(A_r=0, A_1=1, A_{r+1}=0)$ 、 $P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=1 \text{ 未被服务}, A_{r+1}=1 | i=0) = P_{0j}(A_r=0, A_1=1 \text{ 未被服务}, A_{r+1}=1)$ 都由式(12)确定。  $P(r+1 \text{ 时点 } j>0, A_1=0, A_{r+1}=0 | i=0) = P_{0j}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0)$ 由式(13)确定。于是

$$\tau_0 |_{h_1>1} = \sum_{j=1}^{N-1} (\bar{F}_r + v) \cdot \frac{2}{j+1} \cdot P_{0j}(A_r=0, A_1=1, A_{r+1}=0) + \sum_{j=2}^{N-1} (\bar{F}_r + v + t_j) \cdot (1 - \frac{2}{j+1}) \cdot P_{0j}(A_r=0, A_1=1 \text{ 未被服务}, A_{r+1}=1) + \sum_{j=1}^{N-2} (\bar{F}_r + v + \tau_j) \cdot P_{0j}(A_r=0, A_1=0, A_{r+1}=0) , t_j \text{ 见式(21)} \tag{34}$$

### 4 数值计算及结果分析

依据上述已建立的数学模型,使用 Matlab 软件,按照如下流程进行数值计算:(1)设定初始参量的值,  $N=60, v=10$  个时隙,  $p_c=0.99$ 。(2)根据式(1)~(13)计算转移概率矩阵并存入相应的参量。(3)根据式(14)和  $S_{剩} = v/2$  计算  $\bar{F}_r$  和  $S_{剩}$ 。(4)根据式(20)、(21)利用超松弛迭代法 SOR 求解  $t_i$ 。(5)令  $P(h_1=1) = C_{Np,q}^{N-1}$ ,  $P(h_1$

$> 1) = 1 - q_c^N - C_{Np,q_c}^{N-1}$ . (6) 将式(29)、(34)代入全概率公式  $\tau_0 = \tau_0|_{h_1=1} \cdot P(h_1=1) + \tau_0|_{h_1>1} \cdot P(h_1>1)$  后, 与式(19)、(24)形成  $N \times N$  的方程组. 将各参量和已求出的  $t_i$ 、转移概率矩阵代入以上方程组. 由于该方程组的系数矩阵为非奇异矩阵, 因此可以选用超松弛迭代法(SOR)来求方程组的解  $\tau_i$ , 直到误差小于  $10^{-6}$  为止. 如果读者需要程序代码, 可以提供.

由数值计算得  $\tau_i$  的曲线如图 3 所示. 为了考察顾客到达率对扩展滞留时间的影响,  $p_c$  分别取 0.99、0.5、0.3 进行了实验. 为了与重负载高可靠性的情况进行比较, 同图也引入了  $N=60$ 、 $v=10$  个时隙、 $p_c=0.99$  的平均等待时间  $t_i$  的实验结果<sup>[10]</sup>. 实验结果分析如下:

(1) 由图 3 可见, 当系统顾客数  $i > 3$  时,  $\tau_i$  曲线几乎是瞬时上跳到饱和值. 这一点是与扩展滞留时间  $\tau_i$  的物理意义相符的. 实际上  $\tau_i$  由两部分时间构成: ①从观察时点起至观察终端产生第 1 个顾客的时间, 用  $\tau_{i1}$  表示; ②观察终端产生的第 1 个顾客在系统的滞留时间, 用  $\tau_{i2}$  表示. 当  $i$  较小时, 观察终端出现顾客后  $\tau_{i2}$  虽然变小, 但出现顾客的可能性必然也变很小,  $\tau_{i1}$  变大, 从而使  $\tau_i$  并不能明显变小而是呈现迅速上升趋势. 当  $i$  较大时, 正好相反,  $\tau_{i1}$  虽然能变小, 但  $\tau_{i2}$  明显变大,  $\tau_i$  维持饱和状态. 因此要像  $t_i$  ( $t_i$  实为  $\tau_{i2}$ ) 曲线那样, 为了实现准即时通信, 单纯抑制系统顾客数  $i$  (比如减少用户终端数  $N$ ) 是办不到的.

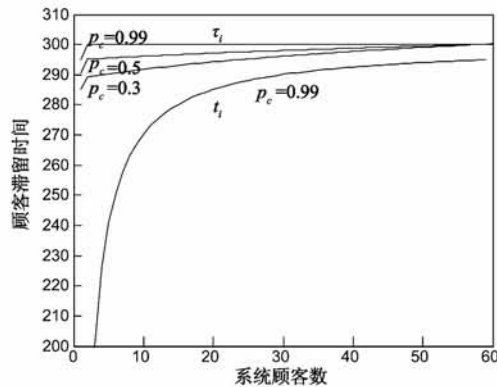


图3 平均扩展滞留时间 $\tau_i$ 和平均等待时间 $t_i$

(2) 由图 3 还可以看出, 当  $i$  较小时,  $p_c$  值越小,  $\tau_i$  值越小; 但是当  $i > 30$  以后, 三条扩展滞留时间曲线几乎重叠, 都趋向于 300 时隙. 如果设中心点单通道的速率为 1Gbps (在目前技术条件下是很容易实现的) 则位时宽为 1ns, 也就是时隙宽度可取值到 1ns, 数据单元通过的延时约为  $1\text{ns} \times 300 = 0.3\mu\text{s}$ . 因此准即时通信是能够实现的.

(3) 本实验严格利用了数学建模和解析的结果, 而实验曲线并未出现发散, 也未出现抖动. 这在一定程度

上说明, 本文所做的数学工作是有基础的.

#### 参考文献

- [1] Dong Bi Zhu, Bong Dae Choi. Performance analysis of CSMA taking account of propagation delay in an unslotted multi-channel cognitive radio network [A]. Proc QTNA' 11 [C]. New York: ACM, 2011. 219 - 224.
- [2] 赵东风, 丁洪伟, 等. 多级门限服务轮询系统 MAC 离散时间控制协议模型分析 [J]. 电子学报, 2010, 38(7): 1495 - 1499.  
ZHAO Dong-feng, DING Hong-wei, et al. An analytical model of a discrete-time polling MAC protocol for wireless LANs using M-gated services [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(7): 1495 - 1499. (in Chinese)
- [3] Avishai Mandelbaum, Sergey Zeltyn. Staffing many-server queues with impatient customers: constraint satisfaction in call centers [J]. Operations Research, 2009, 57: 1189 - 1205.
- [4] Marco Martalò, Stefano Busanelli, Gianluigi Ferrari. Markov chain-based performance analysis of multihop IEEE 802.15.4 wireless networks [J]. Performance Evaluation, 2009, 66(12): 722 - 741.
- [5] Xiaolong Wu, Shahram Latifi. Substar reliability analysis in star networks [J]. Information Sciences, 2008, 178(10): 2337 - 2348.
- [6] 逯昭义. 竞争-冲突淘汰存取方式 I 类系统模型性能评价 [J]. 电子学报, 1995, 23(9): 115 - 117.  
LU Zhao-yi. The performance judgement for the I-st type system model in contention-collision elimination access mode [J]. Acta Electronica Sinica, 1995, 23(9): 115 - 117. (in Chinese)
- [7] 李波, 李建东, Roberto Battiti. 具有差分服务支持能力的增强型 IEEE 802.11 多址接入协议的建模与分析 [J]. 中国科学 (F 辑), 2008, 38(2): 252 - 266.
- [8] 刘海光, 逯昭义, 崔杰. 重负载下双星 LAN 的一种数学模型的探讨 [J]. 中国科学 (E 辑), 2007, 37(6): 813 - 823.
- [9] 孙丽珺, 逯昭义, 等. 重负载下双星 LAN I 类系统模型的性能再评价 [J]. 电子学报, 2009, 37(7): 1428 - 1433.  
SUN Li-jun, LU Zhao-yi, et al. Performance reevaluation of I type system model for double-star LAN based on heavy load [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(7): 1428 - 1433. (in Chinese)
- [10] 孙丽珺, 刘飞, 逯昭义. 基于高可靠性的重负载 I 类双星网络性能评价的数学建模 [J]. 电子学报, 2011, 39(1): 2659 - 2662.  
SUN Li-jun, LIU Fei, LU Zhao-yi. Mathematical modeling based on performance evaluation of type I high reliable and heavy load double-star network [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1): 2659 - 2662. (in Chinese)
- [11] 秋丸春夫, Robert B C. 通信トウヒック工学 [M]. 东京: オーム社, 1985.

## 作者简介



孙丽珺 女,1978 年 8 月出生于山东省淄博市.现为青岛科技大学信息科学技术学院副教授、硕士生导师.在国内外发表学术论文 20 篇,合作出版专著 1 部.研究方向为计算机网络体系结构、计算机网络建模与仿真、计算机网络复杂性等.

E-mail: sunlijunms@gmail.com



逯昭义(通信作者) 男,1942 年 2 月出生于甘肃省天水市秦安县.现为青岛大学信息工程学院教授、博士生导师.国务院政府特殊津贴享受者,山东省专业技术拔尖人才.目前已在《中国科学》、《AMM》(【美】应用数学建模)等刊物发表学术论文 110 余篇,其中约一半被 SCI、EI 收录.出版著作 9 部,其中专著 4 部.主要研究方向为计算机网络体系结构、现代通信业务量理论等.

E-mail: luzhaoyi218@163.com