

# 基于融合的无线传感器网络 $k$ -集覆盖的分布式算法

李 劲<sup>1,2</sup>, 岳 昆<sup>3</sup>, 刘惟一<sup>3</sup>

(1. 云南大学软件学院, 云南昆明 650500; 2. 云南省软件工程重点实验室, 云南昆明 650500; 3. 云南大学信息学院, 云南昆明 650091)

**摘 要:** 当节点采用概率感知模型且融合多个节点的数据进行联合感知的情况下, 提出了一个新的无线传感器网络的覆盖优化问题: 基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题. 首先, 将优化问题建模为融合覆盖博弈, 证明该博弈是势博弈, 且势函数与优化目标函数一致, 因此, 最优解是一个纯策略 Nash 均衡解. 其次, 给出了节点间融合覆盖效用独立的判定条件, 进而分别提出同步、异步控制的、基于局部信息的、分布式的覆盖优化算法, 证明了算法收敛到纯策略 Nash 均衡. 最后, 仿真实验结果表明, 当算法收敛时, 网络能达到高的覆盖率且具有好的覆盖稳定性.

**关键词:** 无线传感器网络; 覆盖优化; 融合感知; 博弈论; 分布式计算

**中图分类号:** TP393      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2013) 04-0659-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.04.006

## Distributed Set $k$ -Cover Algorithms for Fusion-Based Coverage in Wireless Sensor Networks

LI Jin<sup>1,2</sup>, YUE Kun<sup>3</sup>, LIU Wei-yi<sup>3</sup>

(1. Software School, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650500, China;

2. Key Laboratory in Software Engineering of Yunnan Province, Kunming, Yunnan 650500, China;

3. Information School, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650091, China)

**Abstract:** A new coverage optimization problem named disjoint set  $k$ -cover for fusion-based coverage of WSN is investigated in this paper where sensor nodes are assumed using a fusion-based collective probabilistic sensor model. First, the problem is formulated as a fusion-based coverage game and then the game is proved as a potential game. So that the optimal solution is a pure Nash equilibrium. Second, we present the conditions that determine the independence of coverage utility among sensor nodes. Furthermore, two distributed algorithms only based on local information are proposed and proven to be convergent to pure Nash equilibria. Finally, experimental results show that Nash equilibria can provide a near-optimal and well-balanced solution to the problem.

**Key words:** wireless sensor network; coverage optimization; fusion sensing; game theory; distributed computing

## 1 引言

覆盖优化是无线传感器网络 (Wireless Sensor Network, 简称 WSN) 研究的核心问题之一<sup>[1~3]</sup>. 在很多实际应用场合, WSN 采用高密度随机部署, 节点的有效覆盖区域存在重叠, 于是, 一种有效地保质、延时的覆盖优化方案是: 将 WSN 节点集划分为  $k$  个互不相交的子集, 一个时间段内仅激活一个子集进行感知, 而其他节点处于低功耗的休眠状态.  $k$  个子集轮番激活工作, 由此可达到保质、延时覆盖的目标. 覆盖最大化问题, 也称作  $k$ -

集覆盖优化问题<sup>[1]</sup>, 即将节点划分为  $k$  个不相交子集轮番激活工作, 如何划分, 使得各个子集覆盖的目标点集之和最大?

文献[4]中证明  $k$ -集覆盖优化问题是一个 NP 完全问题, 因此在多项式时间内不能保证求解最优  $k$ -集覆盖. 近年来, 针对  $k$ -集覆盖优化问题, 相关研究提出了一系列的近似优化算法. Abrams 等人<sup>[5]</sup> 给出了一个  $1 - 1/e$  的贪心近似算法以及  $1/2$  的分布式贪心近似算法. Deshpande 等人<sup>[6]</sup> 将  $k$ -集覆盖最优化问题转化为一个超图上的最大化  $k$ -割问题, 给出一个基于半定规划

收稿日期: 2011-11-10; 修回日期: 2012-09-25

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61063009, No. 61163003); 教育部博士点基金新教师类课题 (No. 20105301120001); 教育部科学技术研究重点项目 (No. 211172); 云南省应用基础研究项目 (No. 2011FB020); 云南省教育厅科学研究项目 (No. 2010Y251, No. 2011Z015); 云南大学软件学院学科建设基金项目 (No. 2012SE303)

的算法求解近似最优  $k$ -集覆盖. Ai 等人<sup>[7]</sup>将优化问题模型化为一个非合作博弈,并给出了一个  $1/2$  近似界的分布式覆盖优化算法.

上述研究工作均假定节点的感知模型是布尔圆盘感知模型 (Boolean Disk Sensing Model)<sup>[1]</sup>. 然而,从实际应用来讲,该模型不能有效地反映感知事件的随机性及量化感知精度. 近年来,许多学者提出了概率感知模型<sup>[8,9]</sup>. 概率感知模型充分考虑到感知事件的随机特征,通过检测率 (Detection Probability) 和虚警率 (False Alarm Rate) 两个指标来反映感知质量要求. 该模型既能反映感知信号的随机性特征,又能表示具体的感知精度,较布尔圆盘模型更具实用性,感知质量更高. 另外,研究者也注意到相邻节点的感知信号是往往概率相关的. 因此,融合距目标点最近的多个节点的数据进行感知能够有效地提高感知质量<sup>[10~13]</sup>.

基于上述分析,本文提出一个新的 WSN 的覆盖优化问题:基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题. 对于该问题,存在以下研究挑战:(1)在基于融合的概率覆盖模型下,融合覆盖区域不再是圆形区域,优化目标函数不再具备子模性 (Submodular)<sup>[14]</sup>,因此,已有的  $k$ -集覆盖优化算法<sup>[4~7]</sup>不适用于基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题.(2)设计基于局部信息的、分布式的、保证覆盖质量的优化算法是实际应用的客观需求. 面向基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题,针对以上研究挑战,本文基于博弈论的思想和方法,提出了基于局部信息的、分布式的覆盖优化算法. 实验结果表明,当算法收敛时,网络能达到高的覆盖率且具有好的覆盖稳定性.

## 2 问题描述及融合覆盖博弈模型

### 2.1 基于融合的 $k$ -集覆盖优化问题

在概率感知模型中,系统检测指标由检测率  $P_D$ 、虚警率  $P_M$  决定. 给定检测率下界  $P_D^{\min} = \alpha$ ,虚警率上界  $P_M^{\max} = \beta$ ,目标  $t$  被  $(\alpha, \beta)$ -覆盖,如果目标  $t$  出现时,系统的  $P_D > \alpha$  且  $P_M < \beta$ . 文献<sup>[12,13]</sup>研究表明通过融合多个节点的感知数据可有效地扩大 WSN 的  $(\alpha, \beta)$ -覆盖范围. 下面,给出融合覆盖的定义:

**定义 1**<sup>[12,13]</sup> 给定  $P_D^{\min} = \alpha$ ,  $P_M^{\max} = \beta$ ,目标  $t$  被  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -覆盖,如果目标  $t$  出现时,通过融合距离  $t$  最近的  $\gamma$  个节点的感知数据进行检测,有  $P_D > \alpha$  且  $P_M < \beta$ .

文献<sup>[12,13]</sup>给出了特定融合规则下目标点  $t$  被  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -覆盖的判决方法. 下面定义基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题.

**定义 2** 设节点集为  $S$ ,为延长 WSN 的工作寿命,现将  $S$  划分为  $k$  个互不相交的子集  $\{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ ,各个子集轮番激活工作. 记子集  $S_l$  的  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -覆盖的

目标点集为  $C^\gamma(S_l) \subset T$ ,其中  $T$  是目标点集合. 如何划分  $S$ ,使得各个子集覆盖的目标点集之和最大,即

$$\begin{aligned} \max_{S_1, \dots, S_k} \sum_{l=1}^k |C^\gamma(S_l)| \\ \text{s.t. } S_i \cap S_j = \emptyset \text{ if } i \neq j \end{aligned} \quad (1)$$

### 2.2 融合覆盖博弈模型

博弈论 (Game theory)<sup>[15]</sup>是研究多个自治个体决策行为的科学. 势博弈 (Potential Game)<sup>[16]</sup>是一种具有良好数学性质的博弈模型. 例如,势博弈存在纯策略 Nash 均衡,势函数的极值解是纯策略 Nash 均衡解. 上述性质使得势博弈适合于建模和分析很多工程应用<sup>[17~19]</sup>.

本文将基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题模型化为融合覆盖博弈,证明融合覆盖博弈是一种势博弈,且融合覆盖博弈的势函数与覆盖优化的目标函数一致,进而得到融合覆盖博弈所具有的良好数学性质.

一个融合覆盖博弈是三元组  $G = \langle S, (A_i)_{i \in S}, (u_i)_{i \in S} \rangle$ .  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  是节点集.  $A_i = \{1, 2, \dots, k\}$  是  $s_i$  的纯策略集,  $a_i \in A_i$  表示当前  $s_i$  所选择的子集序号. 某一时刻,所有节点的纯策略共同构成一个纯策略决策剖面,记作  $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_i, \dots, a_n) \in A_1 \times \dots \times A_n$ .  $\mathbf{a}$  也可记为  $\mathbf{a} = (a_i, \mathbf{a}_{-i})$ . 记在  $\mathbf{a}$  下选择第  $l$  个子集的节点集为  $S_l^a = \{s_i | a_i = l\} \subseteq S (1 \leq l \leq k)$ . 记  $S_l^a$  的  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -覆盖目标点集为  $C^\gamma(S_l^a)$ ,覆盖的目标点数记为  $|C^\gamma(S_l^a)|$ . 节点的效用函数定义为节点  $s_i$  在决策剖面  $\mathbf{a}$  下对其所在子集的覆盖贡献.

**定义 3** 给定  $\alpha, \beta, \gamma$ ,剖面  $\mathbf{a} = (a_i, \mathbf{a}_{-i})$ ,  $s_i$  在  $\mathbf{a}$  下的覆盖效用  $u_i(\mathbf{a})$ . 如果节点  $s_i$  的  $a_i = l$ ,那么,  $u_i(\mathbf{a})$  由下式决定:

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{a}) = u_i(a_i = l, \mathbf{a}_{-i}) \\ = |C^\gamma(S_l^a)| - |C^\gamma(S_l^a \setminus \{s_i\})|, (1 \leq l \leq k) \end{aligned} \quad (2)$$

在目标区域随机部署节点集后,每个节点基于其邻近节点的策略改变子集选择,使其自身效用最大化. 博弈是一个动态过程. 对于此过程,是否存在一个稳定剖面 (即 Nash 均衡)? 在此剖面下,每个节点的覆盖策略是关于其他节点策略的最优策略. 下面,先定义融合覆盖博弈的 Nash 均衡,进而讨论融合覆盖博弈 Nash 均衡的存在性.

**定义 4** 融合覆盖博弈的剖面  $\mathbf{a}^* = (a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$  是 Nash 均衡,如果对于任一  $s_i$ ,均有  $a_i^* = br_i(\mathbf{a}^*)$ ,  $br_i(\mathbf{a}) = \operatorname{argmax}_a (u_i(a', \mathbf{a}_{-i}) - u_i(a_i, \mathbf{a}_{-i}))$ .

下面,我们证明融合覆盖博弈是一个势博弈,且势函数是融合覆盖优化问题的目标函数.

**定理 1** 融合覆盖博弈  $G$  是一个势博弈,其势函数为  $\Phi(\mathbf{a}) = \sum_{l=1}^k |C^\gamma(S_l^a)|$ .

**证明** 证明  $G$  是势博弈,即证明存在势函数  $\Phi(\cdot)$ ,

使得  $u_i(a'_i, \mathbf{a}_{-i}) - u_i(a_i, \mathbf{a}_{-i}) = \Phi(a'_i, \mathbf{a}_{-i}) - \Phi(a_i, \mathbf{a}_{-i})$ . 下面, 证明优化问题的目标函数

$Z(\mathbf{a}) = \sum_{l=1}^k |C^\gamma(S_l^a)|$  是  $G$  的势函数. 记  $\mathbf{a}' = (a'_i = q, \mathbf{a}_{-i})$ ,  $\mathbf{a} = (a_i = p, \mathbf{a}_{-i})$ , 其中,  $p \neq q, 1 \leq p, q \leq k$ , 由定义 3, 有:

$$\begin{aligned} \Delta u_i &= u_i(\mathbf{a}') - u_i(\mathbf{a}) = u_i(a'_i = q, \mathbf{a}_{-i}) - u_i(a_i = p, \mathbf{a}_{-i}) \\ &= |C^\gamma(S_q^a)| - |C^\gamma(S_q^a) \setminus \{s_i\}| \\ &\quad - |C^\gamma(S_p^a)| + |C^\gamma(S_p^a) \setminus \{s_i\}| \end{aligned} \quad (3)$$

因为, 总有  $|C^\gamma(S_q^a) \setminus \{s_i\}| = |C^\gamma(S_q^a)|$  且  $|C^\gamma(S_p^a) \setminus \{s_i\}| = |C^\gamma(S_p^a)|$ , 因此, 式(3)可重写为:

$$\begin{aligned} \Delta u_i &= |C^\gamma(S_q^a)| - |C^\gamma(S_q^a)| - |C^\gamma(S_p^a)| + |C^\gamma(S_p^a)| \\ &= |C^\gamma(S_q^a)| + |C^\gamma(S_p^a)| - |C^\gamma(S_q^a)| - |C^\gamma(S_p^a)| \end{aligned} \quad (4)$$

另外,  $\mathbf{a}'$ 、 $\mathbf{a}$  两个剖面的势函数的差值为:

$$\begin{aligned} \Delta \Phi &= \Phi(\mathbf{a}') - \Phi(\mathbf{a}) \\ &= (|C^\gamma(S_1^a)| + \dots + |C^\gamma(S_p^a)| + \dots + |C^\gamma(S_q^a)| + \dots + |C^\gamma(S_k^a)|) - (|C^\gamma(S_1^a)| + \dots + |C^\gamma(S_p^a)| + \dots + |C^\gamma(S_q^a)| + \dots + |C^\gamma(S_k^a)|) \end{aligned} \quad (5)$$

因为, 总有  $|C^\gamma(S_l^a)| = |C^\gamma(S_l^a)|, l \neq p, q$ , 于是, 式(5)可重写为:

$$\Delta \Phi = |C^\gamma(S_q^a)| + |C^\gamma(S_p^a)| - |C^\gamma(S_q^a)| - |C^\gamma(S_p^a)| \quad (6)$$

由式(4)和式(6), 我们有  $\Delta \Phi = \Delta u_i$ , 因此  $G$  是一个以

$Z(\mathbf{a}) = \sum_{l=1}^k |C^\gamma(S_l^a)|$  为势函数的势博弈.

由定理 1 及势博弈性质可知, 融合覆盖博弈存在纯策略 Nash 均衡. 此外, 由  $\Delta \Phi = \Delta u_i$  可知, 节点的效用增量等于势函数值的增量, 且势函数与目标函数一致. 因此, 节点覆盖效用增加蕴含着网络覆盖率增加, 同时, Nash 均衡是目标函数的极值解, 目标函数的最优解是 Nash 均衡. 这些性质为设计覆盖优化算法奠定了理论基础.

## 3 分布式算法

### 3.1 节点覆盖效用的独立性

节点覆盖效用的独立性保证了每个节点只需与其邻近节点通信, 交换信息即可计算覆盖效用.

**定义 5** 记节点  $s_i$  的  $\gamma$ -融合覆盖半径为  $R_\gamma^u$ , 即节点  $s_i$  的  $\gamma$ -融合覆盖目标点  $t$  只能位于以  $s_i$  圆心,  $R_\gamma^u$  半径的范围内.

**定理 2** 节点  $s_i$  的  $\gamma$ -融合覆盖半径  $R_\gamma^u$  为:

$$R_\gamma^u = \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma - 1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} r_s \quad (7)$$

证明略.

基于  $R_\gamma^u$ , 我们可进一步推导出节点  $\gamma$ -融合覆盖效用独立距离.

**定义 6** 记节点  $\gamma$ -融合覆盖效用独立距离为  $R_\gamma^v$ , 即给定节点  $s_i, s_j$ , 如果  $s_i$  与  $s_j$  的距离大于  $R_\gamma^v$ , 那么, 假定其他节点覆盖策略不变,  $s_j$  改变其覆盖策略不会影响  $s_i$  的  $\gamma$ -融合覆盖效用, 即  $s_i$  与  $s_j$  的  $\gamma$ -融合覆盖效用独立.

**定理 3**  $\gamma$ -融合覆盖效用独立距离  $R_\gamma^v = 2R_\gamma^u$ .

证明略.

### 3.2 基于局部信息、分布式的 $k$ -集覆盖优化算法

本节给出两个基于融合的  $k$ -集覆盖的优化算法:

(1)同步优化算法; (2)异步优化算法. 算法基于局部信息, 即节点  $s_i$  只需与  $R_\gamma^v$  半径的范围内节点通信, 获取它们的覆盖策略, 然后, 考察以  $s_i$  为圆心, 以  $R_\gamma^u$  为半径范围内的目标点, 即可计算  $s_i$  各个策略的覆盖效用. 同步优化算法假定各个节点能够基于系统时钟同步执行如下行动: (1)效用相关节点之间交换状态信息; (2)节点计算覆盖效用; (3)效用相互独立且具有最大效用增益的节点同步更新覆盖策略; (4)广播策略更新信息. 在异步优化算法中, 每个节点有自己的时钟, 节点时钟以速率为 1 的 Poisson 过程决定时间步, 节点按照时间步执行如下行动: (1)与效用相关节点通信, 获取覆盖策略信息; (2)计算覆盖效用, 并更新策略; (3)向效用相关节点广播策略更新信息.

#### 3.2.1 同步优化算法

在同步优化算法中, 各个节点按照系统时钟同步完成策略更新相关操作. 系统中设置标志信息  $a\_END = \neg(\text{Update}_1 \vee \dots \vee \text{Update}_n)$  来控制算法是否结束, 即如果各个节点向系统发送的策略更新信息均为假, 那么算法终止.

#### 算法 1 同步优化算法 ( $\gamma$ -FCSA)

输入: 效用相关节点的位置、随机生成的初始覆盖策略  $a_i(0) \in \{1, 2, \dots, k\}$ , 系统时钟  $t = 0$ , 策略更新标志  $\text{Update}_i \leftarrow \text{true}$

输出: 节点  $s_i$  的 Nash 均衡覆盖策略  $a_i^*$

- (1) WHILE  $a\_END = \text{false}$  DO
- (2) 与  $\forall s_j \in S_i^u$  通信, 获取  $s_j$  覆盖策略信息;
- (3) 根据效用相关节点的覆盖策略, 计算:
- (4)  $\Delta_i(\mathbf{a}(t)) = \max_{a_i} (u_i(a'_i, \mathbf{a}(t)_{-i}) - u_i(a_i, \mathbf{a}(t)_{-i}))$ ;
- (5)  $br_i(\mathbf{a}(t)) = \text{argmax}_{a_i} (u_i(a'_i, \mathbf{a}(t)_{-i}) - u_i(a_i, \mathbf{a}(t)_{-i}))$ ;
- (6) IF  $\Delta_i(\mathbf{a}(t)) > 0$  THEN
- (7) 向  $\forall s_j \in S_i^u$  广播  $\Delta_i(\mathbf{a}(t))$ ;
- (8) IF  $\Delta_i(\mathbf{a}(t)) > \max\{\Delta_j(\mathbf{a}(t)) \mid \forall s_j \in S_i^u\}$  THEN
- (9)  $a_i(t) \leftarrow br_i(\mathbf{a}(t))$ ; 向系统发送  $\text{Update}_i \leftarrow \text{true}$ ;
- (10) END IF
- (11) ELSE
- (12) 向  $\forall s_j \in S_i^u$  广播  $\Delta_i(\mathbf{a}(t)) = 0$ ; 向系统发送  $\text{Update}_i \leftarrow \text{false}$  消息;
- (13) END IF
- (14) END WHILE

**定理 4** 算法  $\gamma$ -FCSA 将以覆盖率递增的方式收敛到纯策略 Nash 均衡.

**证明** 在算法  $\gamma$ -FCSA 执行过程中,在第  $t$  步迭代的剖面  $\mathbf{a}(t)$  下,如果  $\exists i, Update_i = true$ ,那么,有如下事实:(1)  $\Delta_i(\mathbf{a}(t)) = u_i(br_i(\mathbf{a}(t)), \mathbf{a}(t)_{-i}) - u_i(a_i, \mathbf{a}(t)_{-i}) > 0$ ,即对于  $s_i$ ,其  $br_i(\mathbf{a}(t))$  策略效用增量大于零;(2)  $\Delta_i(\mathbf{a}(t)) > \max\{\Delta_j(\mathbf{a}(t)) \mid \forall s_j \in S_i^u\}$ ,即  $s_i$  的效用增量是所有效用相关节点中最大的.这意味着,不存在两个效用相关节点同时进行覆盖策略更新.若只有一个节点  $s_i$  进行覆盖策略更新,有  $u_i(br_i(\mathbf{a}(t)), \mathbf{a}(t)_{-i}) - u_i(\mathbf{a}(t)) > 0$ ,由定理 4 结论可知,势函数值是单调递增的.如果有多个节点同时进行策略更新,由于这些节点一定是效用无关节点,这些相互独立的策略更新操作可同时使得势函数值单调递增.综上,从初始剖面  $\mathbf{a}(0)$  开始,在算法执行过程中,如果存在节点(或多个节点)更新覆盖策略,则策略更新将使得势函数值单调递增.由于  $Z(\mathbf{a}) = \Phi(\mathbf{a}) = \sum_{l=1}^k |C^Y(S_l^q)|$ ,则覆盖率同时递增.因为  $\sum_{l=1}^k |C^Y(S_l^q)|$  是一个有限值,因此,算法不会永远执行下去.到某一时刻  $t$ ,在剖面  $\mathbf{a}(t)$  下,若没有任何节点更新自身策略,算法终止.此时,对于任意节点  $s_i$  均有  $u_i(a'_i, \mathbf{a}_{-i}(t)) < u_i(\mathbf{a}(t))$ ,因此  $\mathbf{a}(t)$  是融合覆盖博弈的纯策略 Nash 均衡.

### 3.2.2 异步优化算法

假定系统由  $n$  个节点组成,每个节点  $s_i$  有自己的时钟  $t_i$ ,  $s_i$  以速率 1 的 Poisson 过程进行策略更新.定义策略更新标志  $UT_i$ ,  $UT_i$  只在策略更新时刻被置为 *true*,其余时刻置为 *false*.算法中  $\mathbf{a}$  表示当前时刻剖面.

#### 算法 2 异步优化算法 ( $\gamma$ -FCAA)

输入:效用相关节点的位置、随机生成的初始覆盖策略  $a_i(0) \in \{1, 2, \dots, k\}$ ,

输出:节点  $s_i$  的 Nash 均衡覆盖策略  $a_i^*$

- (1) WHILE  $a \_ END = false$  且  $UT_i = true$  DO
- (2) 与  $\forall s_j \in S_i^q$  通信,获取  $s_j$  策略信息;
- (3) 根据效用相关节点的策略,计算:
- (4)  $\Delta_i(\mathbf{a}) = \max_{a'_i} (u_i(a'_i, \mathbf{a}_{-i}) - u_i(a_i, \mathbf{a}_{-i}))$ ;
- (5)  $br_i(\mathbf{a}) = \arg \max_{a'_i} (u_i(a'_i, \mathbf{a}_{-i}) - u_i(a_i, \mathbf{a}_{-i}))$ ;
- (6) IF  $\Delta_i(\mathbf{a}) > 0$  THEN
- (7)  $a_i \leftarrow br_i(\mathbf{a})$ ;向系统发送  $Update_i \leftarrow true$ ;
- (8) ELSE
- (9) 向系统发送  $Update_i \leftarrow false$  消息;
- (10) END IF
- (11) END WHILE

**定理 5** 算法  $\gamma$ -FCAA 将以覆盖率递增的方式收敛到纯策略 Nash 均衡.

**证明** 设网络由  $n$  个节点组成,节点  $s_i$  有自己的时钟  $t_i$ ,  $t_i$  以速率 1 的 Poisson 过程置  $UT_i$  为 *true* 允许  $s_i$  进行策略更新.由于  $n$  个相互独立的,速率为 1 的 Poisson 过程之和决定了一个速率为  $n$  的 Poisson 过程.我们将该过程决定的到达时间记为  $\{T_k\}_{k \geq 0}$ .由 Poisson 过程的性质可知,在  $\{T_k\}_{k \geq 0}$  的每个到达时间,系统中只有一个节点有机会进行策略更新,不妨记为  $I_k \in \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ ,显然  $I_k$  是在  $\{s_1, s_2, \dots, s_m\}$  上的独立、且服从均匀分布的随机变量.与同步算法证明类似,每次策略更新势函数将单调递增,同时,目标函数是有限值,因此,算法  $\gamma$ -FCAA 最终收敛到 Nash 均衡状态.

算法  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 是融合覆盖博弈的两种不同的最优响应动态过程 (Best response dynamics),由文献<sup>[20]</sup>的结论可知,算法  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 的时间复杂度是 PLS-complete<sup>[21]</sup>,这意味着在最坏情况下,算法需要指数时间收敛到纯策略 Nash 均衡.

## 4 实验

本节中,通过仿真实验对  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法的覆盖性能和收敛性进行了验证.算法的覆盖性能包括:覆盖率和覆盖稳定性.覆盖率指检测区域内  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -覆盖的目标点数与总的目标点数的比值.覆盖稳定性则由各个子集的覆盖率与覆盖率平均值的方差来进行衡量.算法的收敛性主要验证算法是否收敛到纯策略 Nash 均衡,以及收敛的速度.

### 4.1 算法的覆盖性能

#### 4.1.1 算法的覆盖率

首先,为验证  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法的有效性,我们将它们与以下算法进行了对比实验:(1)基于融合的  $k$ -集覆盖随机优化算法(简记为:RANDOM).RANDOM 将节点随机地分配到  $k$  个子集中.(2)基于融合的  $k$ -集覆盖 0-1 规划算法(简记为:OPT).将基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题模型化为一个 0-1 整数规划问题,进而可求解该问题的最优覆盖.

从实验的可行性出发,本文只考虑  $\gamma = 2$ -融合覆盖的情形.问题的 0-1 整数规划模型为(8):决策变量  $x_{z,i}$ ,如果传感器  $i$  被分配到第  $z$  个子集,则  $x_{z,i} = 1$ ,否则  $x_{z,i} = 0$ .决策变量  $y_{z,j}$  如果目标  $j$  被第  $z$  个子集覆盖,则  $y_{z,j} = 1$ ,否则  $y_{z,j} = 0$ .设  $T$  是检测区域内的目标点数.给定一个随机部署的 WSN,常数  $a_{i,j}$  由如下方式确定:如果节点  $i$  能够 1-覆盖目标  $j$ ,则  $a_{i,j} = 1$ ,否则  $a_{i,j} = 0$ .常数  $b_v$  由如下方式确定:如果节点  $p$  与节点  $q$  能够 2-融合覆盖目标点  $j$ ,则  $b_v = 1$ ,否则  $b_v = 0$ .

$$\min \left\{ \sum_{z=1}^k \sum_{j=1}^T (1 - y_{z,j}) \right\} \text{s.t.}$$

$$\begin{cases} y_{z,j} - \sum_{i=1}^n a_{i,j} x_{z,i} - \sum_{v=1}^{\frac{n(n-1)}{2}} b_v x_{z,p} x_{z,q} \leq 0; \\ \sum_{z=1}^k x_{z,i} = 1; \\ y_{z,j}, x_{z,i} \in \{0,1\}; \\ (1 \leq z \leq k, 1 \leq j \leq T, 1 \leq i \leq n, p < q) \end{cases} \quad (8)$$

实验环境:检测区域大小为  $10 \times 10$ ,区域内包含  $50 \times 50$  目标点.参数设定:  $P_D^{\min} = 0.95 P_M^{\max} = 0.05, \gamma = 2$ . 分别对节点数  $n = 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300$  的网络进行实验.为保证实验结果的可靠性,对于每一个  $n$  值,重复实验 20 次.每次实验,初始时刻,随机部署  $n$  个节点在检测区域.RANDOM 算法随机地将  $S$  划分为  $k$  个子集.OPT 算法根据 0-1 整数规划求解的结果划分子集.对于  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法,当算法收敛到纯策略 Nash 均衡时,根据收敛结果划分子集.每次实验的覆盖率由该次实验子集的平均覆盖率,即  $(\sum_{i=1}^k |C^{\gamma}(S_i^q)|) / k / (50 \times 50)$  计算得到.最终,将 20 次实验得到的覆盖率进行算术平均,得到节点数为  $n$  的网络的覆盖率.

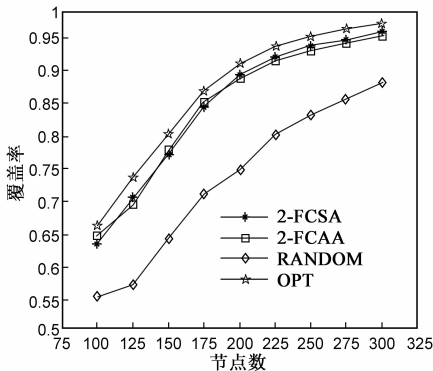


图1 算法覆盖率对比测试

图 1 给出四个算法覆盖率对比实验的结果.  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 在收敛后得到的覆盖率相当.注意到  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法的覆盖率接近最优覆盖.另外,与 RANDOM 相比,在节点数相同的情况下,  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法覆盖结果较优.

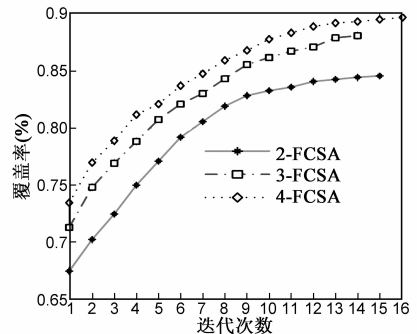
由于目标函数与势函数一致.如图 2(a)(b)所示,在  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法的收敛过程中,覆盖率单调递增.另外,也可看到,在节点数相同的情况下,提高  $\gamma$  值,也可提高网络的覆盖率.

#### 4.1.2 覆盖的稳定性

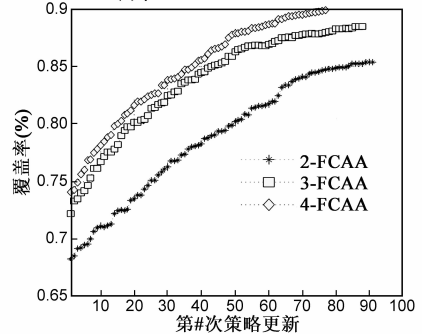
覆盖性能的另外一个重要方面是覆盖的稳定性.表 1 给出了  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 与 RANDOM 三种算法的覆盖率方差值.可以看到  $\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法收敛后,各个子集间覆盖率相差不大,具有好的覆盖稳定性.然而,RANDOM 的覆盖率方差较大,覆盖稳定性差.

表 1 算法覆盖率的方差

算法 \ n	100	150	200	250	300
$\gamma$ -FCSA	0.0148	0.0079	0.0071	0.0046	0.0028
$\gamma$ -FCAA	0.0188	0.0074	0.0076	0.0041	0.0018
RANDOM	0.0408	0.0369	0.0351	0.0330	0.0308



(a)  $\gamma$ -FCSA 算法覆盖率递增



(b)  $\gamma$ -FCAA 算法覆盖率递增

图2 算法收敛过程中覆盖率单调递增

## 4.2 算法的收敛速度

$\gamma$ -FCSA、 $\gamma$ -FCAA 算法的收敛速度受到以下一些因素的影响:(1)随机部署的节点数  $n$ ;(2) $\gamma$ -融合覆盖效用独立距离  $R_r^s$ ;(3)划分的子集数目  $k$ .

如图 3 所示,给定  $R_r^s$ ,  $\gamma$ -FCSA 算法的收敛迭代次数随节点数增加而增加.同一节点数,  $\gamma$ -FCSA 算法的收敛迭代次数随  $R_r^s$  的加大而增加.主要原因是,随  $R_r^s$  的加大,每次迭代时,能同时进行策略更新的节点数减少,从而导致算法最终的收敛次数增加.

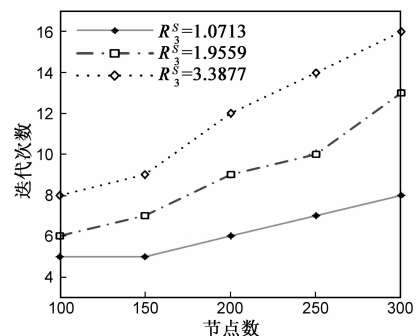


图3  $\gamma$ -FCSA 算法的收敛速度

如图 4 所示, 给定  $R_\gamma^s$ ,  $\gamma$ -FCAA 算法的收敛迭代次数也随节点数增加而增加. 同一节点数,  $\gamma$ -FCSA 算法的收敛迭代次数随  $R_\gamma^s$  的加大而增加.

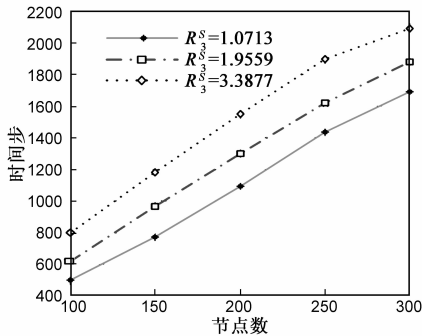


图4  $\gamma$ -FCAA算法的收敛速度

## 5 结语

WSN 的概率感知模型能反映感知事件的随机性及量化感知精度, 采用数据融合技术能有效提高网络的覆盖质量. 当 WSN 采用高密度随机部署时, 节点的有效覆盖区域存在重叠, 此时 WSN 的  $k$ -集覆盖优化是一种有效地的保质、延时的覆盖优化方法. 当节点采用概率感知模型, 且融合多节点数据进行感知情况下, 提出了一个新的覆盖优化问题, 即基于融合的  $k$ -集覆盖优化问题. 本文将该问题建模为一个融合覆盖博弈, 证明该博弈是一个势博弈, 进而提出两个基于局部信息的、分布式的覆盖优化算法. 对于高密度随机部署的 WSN, 实验结果表明算法收敛后能达到高的覆盖率且具备好的覆盖稳定性, 在给定时延要求的前提下, 能够有效地提升 WSN 的覆盖质量.

## 参考文献

- [1] Bang Wang. Coverage Control in Sensor Networks[M]. London: Springer-Verlag, 2010.
- [2] 凡高娟, 王汝传, 黄海平, 等. 基于容忍覆盖区域的无线传感器网络节点调度算法[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 89-94.  
FAN Gao-juan, WANG Ru-chuan, HUANG Hai-ping, et al. Tolerable coverage area based node scheduling algorithm in wireless sensor networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1): 89-94. (in Chinese)
- [3] 任丰原, 黄海宁, 林闯. 无线传感器网络[J]. 软件学报, 2003, 14(7): 1282-1290.  
REN Feng-yuan, HUANG Hai-ning, LIN Chuang. Wireless sensor networks[J]. Journal of Software, 2003, 14(7): 1282-1290. (in Chinese)
- [4] S Slijepcevic, M Potkonjak. Power efficient organization of wireless sensor networks[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Communications [C]. Helsinki: IEEE Computer Society Press, 2001. 472-476.
- [5] Zoë Abrams, Ashish Goel, Serge A Plotkin. Set  $k$ -cover algorithms for energy efficient monitoring in wireless sensor networks[A]. Proceedings of the Third International Symposium on Information Processing in Sensor Networks[C]. California: ACM Press, 2004. 424-432.
- [6] Amol Deshpande, Samir Khuller, Azarakhsh Malekian, Mohammed Toossi. Energy efficient monitoring in sensor networks [J]. Algorithmica, 2011, 59(1): 94-114.
- [7] Xin Ai, Vikram Srinivasan, Chen-Khong Tham. Optimality and complexity of pure Nash equilibria in the coverage game[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(7): 1170-1182.
- [8] Nadeem Ahmed, Salil S Kanhere, Sanjay Jha. Probabilistic coverage in wireless sensor networks[A]. Proceedings of 30th Annual IEEE Conference on Local Computer Networks[C]. Sydney: IEEE Computer Society Press, 2005. 672-681.
- [9] Mohamed Hefeeda, Hossein Ahmadi. A probabilistic coverage protocol for wireless sensor networks[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Network Protocols[C]. Beijing: IEEE Computer Society Press, 2007. 41-50.
- [10] 何欣, 桂小林. 基于概率感知覆盖的无线传感器网络节点优化部署方案[J]. 通信学报, 2010, (9A): 1-8.  
HE Xin, GUI Xiao-lin. Probabilistic disc model based optimal node deployment scheme to target coverage in wireless sensor networks[J]. Journal on Communications, 2010, (9A): 1-8. (in Chinese)
- [11] 孟凡治, 王换招, 何晖. 基于联合感知模型的无线传感器网络连通性覆盖协议[J]. 电子学报, 2011, 39(4): 772-779.  
MENG Fan-zhi, WANG Huan-zhao, HE Hui. Connected coverage protocol using cooperative sensing model for wireless sensor networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(4): 772-779. (in Chinese)
- [12] Wei Wang, Vikram Srinivasan, Kee Chaing Chua, Bang Wang. Energy-efficient coverage for target detection in wireless sensor networks[A]. Proceedings of the 6th International Conference on Information Processing in Sensor Networks [C]. Massachusetts, USA: ACM Press 2007. 313-322.
- [13] Guoliang Xing, Rui Tan, Benyuan Liu, Jianping Wang, Xiaohua Jia, Chih-Wei Yi. Data fusion improves the coverage of wireless sensor networks[A]. Proceedings of the 15th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking [C]. Beijing: ACM Press, 2009. 157-168.
- [14] Satoru Fujishige. Submodular Functions and Optimization (Second Edition)[M]. Amsterdam: Elsevier, 2005.
- [15] Fudenberg D, J Tirole. Game Theory[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1991.
- [16] D Monderer, L Shapley. Potential games[J]. Games and Eco-

conomic Behavior, 1996, 14: 124 – 143.

- [17] Renita Machado, Sirin Tekinay. A survey of game-theoretic approaches in wireless sensor networks [J]. Computer Networks, 2008, 52(16): 3047 – 3061.
- [18] Jason R Marden, Gürdal Arslan, Jeff S Shamma. Cooperative control and potential games [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 2009, 39(6): 1393 – 1407.
- [19] Ozan Candogan, Ishai Menache, Asuman E Ozdaglar, Pablo A Parrilo. Near-optimal power control in wireless networks: A potential game approach [A]. Proceedings of the 29th IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM) [C]. San Diego, CA, USA: IEEE Computer Society Press, 2010. 1954 – 1962.
- [20] Alex Fabrikant, Christos H Papadimitriou, Kunal Talwar. The complexity of pure Nash equilibria [A]. Proceedings of the 36th Annual ACM Symposium on Theory of Computing [C]. Chicago, USA: ACM Press, 2004. 604 – 612.
- [21] Christos H Papadimitriou. How easy is local search [J]. Journal of Computer and System Sciences, 1988, 37(2): 79 – 100.

## 作者简介



**李 劲** 男, 1975 年 12 月生, 云南大理人. 博士、副教授、硕士生导师. 主要研究方向为智能信息处理、不确定人工智能和知识发现.  
E-mail: ljatynu@gmail.com



**岳 昆** 男, 1979 年 11 月生, 云南曲靖人. 博士、副教授、硕士生导师, 中国计算机学会数据库专委会委员. 主要研究方向为 Web 数据管理、不确定人工智能和知识发现.

**刘惟一** 男, 1950 年 6 月生, 湖北武汉人. 教授、博士生导师、IEEE 国际计算机学会会员、中国计算机学会数据库专业委员会委员. 主要研究方向为 Web 数据管理, 不确定人工智能和知识发现.