基于约束非负矩阵分解的高光谱图像解混快速算法

刘建军,吴泽彬,韦志辉,肖 亮,孙 乐
(南京理工大学计算机科学与技术学院,江苏南京 210094)

摘 要: 约束非负矩阵分解是高光谱图像解混中常用的方法.该方法的求解通常采用投影梯度法,其收敛速度、求解精度和算法稳定性都有待提高.为此,本文针对较优的最小体积约束,提出一种基于约束非负矩阵分解的高光谱图像解混快速算法.首先优化原有的最小体积约束模型,然后设计了基于交替方向乘子法的非凸项约束非负矩阵分解算法,最后通过奇异值分解优化迭代步骤.模拟和实际数据实验结果验证了本文算法的有效性.

关键词: 非负矩阵分解;交替方向乘子法;线性光谱解混;最小体积约束
中图分类号: TP751 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)03-0432-06
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.03.003

A Fast Algorithm for Hyperspectral Unmixing Based on Constrained Nonnegative Matrix Factorization

LIU Jian-jun, WU Ze-bin, WEI Zhi-hui, XIAO Liang, SUN Le
(*Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu* 210094, *China*)

Abstract: Constrained nonnegative matrix factorization was an excellent method for hyperspectral unmixing. The traditional algorithm of this method was based on projected gradient method, and its convergence rate, accuracy and stability needed to be improved. To this end, we considered the excellent minimum volume constraint, and proposed a fast algorithm for hyperspectral unmixing based on constrained nonnegative matrix factorization. First the minimum volume constrained model of the original problem was optimized, then an alternating direction method of multipliers was used to solve the non-convex constrained nonnegative matrix factorization, and at last we modified the iteration steps by singular value decomposition. Experimental results on simulated and real hyperspectral data demonstrate the superiority of the proposed algorithm.

Key words: nonnegative matrix factorization (NMF); alternating direction method of multipliers; linear spectral unmixing; minimum volume constraint

1 引言

随着空间技术的发展,高光谱遥感在矿物识别、环境监测、军事监视等领域得到广泛的应用[1].高光谱遥感器可以从可见光到红外区域数以百计个狭窄且连续的波段上,获取某一场景的辐射值.通常由于光谱成像仪的限制和地表的复杂多样性,高光谱遥感器获得图像的某些像素中往往包含多种物质(端元),这被称为混合像元.混合像元的存在不仅增加了目标识别、分类等应用的难度,而且阻碍了遥感的定量化发展.如何对高光谱图像进行解混,求解出图像中包含的端元光谱及其比例系数(丰度系数),已经成为遥感图像定量分析中的一个重要研究课题[2].

线性光谱混合模型(Linear Spectral Mixing Model, LSMM)是高光谱解混常用的模型[1~4],其假设每个像元可由端元线性表示.基于LSMM的高光谱解混算法可以分为两类,纯像元假设的方法和非纯像元假设的方法.纯像元假设方法要求在图像中存在包含这些端元的纯净像元,如N-FINDR[5]、顶点成分分析(Vertex Component Analysis, VCA)[6].由于纯像元假设方法从已有的数据集中寻找端元,因此不适用于没有纯像元的数据集.非纯像元假设方法克服了该弱点,如最小体积单纯形分析(Minimum Volume Simplex Analysis, MVSA)[7]、基于分裂增广拉格朗日的单纯形鉴别(Simplex Identification via Split Augmented Lagrangian, SISAL)[8]、最小体积约束的非负矩阵分解(Minimum Volume Constrained NMF, MVCNMF)[4].

收稿日期:2012-03-05;修回日期:2012-05-18
基金项目:国家自然科学基金(No.61101194,No.61071146);江苏省自然科学基金(No.BK20110224);江苏省博士后科研基金(No.0901008B);中国地质调查局工作项目(No.1212011120227)

作为非纯像元假设方法的一种,非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)[4,9]可以同时分离出端元及其对应的丰度系数,近年来在高光谱解混中受到了较多关注.NMF 的目标函数非凸,因此存在大量局部解,需要增加对模型的约束来克服该弱点.Miao 和 Qi 提出了 MVCNMF[4],它通过最小化以端元光谱为顶点所形成的单形体体积,使其尽可能接近数据云,从而接近真实结果.MVCNMF 采用的是交替投影梯度法(Projected Gradient method, PG)[10],其收敛速度慢,且获得的解精度不高.由于体积约束非凸,且采用的是矩阵行列式的形式,故梯度不可控,增加了算法的不稳定性.为了提高此类模型的求解精度和稳定性,本文提出了一种基于约束非负矩阵分解的高光谱图像解混快速算法.首先优化原有的最小体积约束模型,减缓其对算法稳定性的影响;然后设计基于交替方向乘子法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)[11,12]的非凸项约束 NMF 迭代算法;最后在不改变解空间的前提下,采用奇异值分解的方法处理迭代步骤,进而获得最优结果.

2　模型介绍

2.1　线性光谱混合模型(LSMM)

LSMM 可表示为

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{AS} + \boldsymbol{N} \tag{1}$$

式(1)中 $\boldsymbol{X}\in\mathbf{R}^{L\times I}$表示高光谱图像,列向量$\{\boldsymbol{x}_i\}_{i=1}^{I}\in\mathbf{R}^{L}$为每个像素对应的光谱响应,其中 L 为波段数,I 为图像像素个数;$\boldsymbol{A}\in\mathbf{R}^{L\times J}$表示端元,列向量$\{\boldsymbol{a}_j\}_{j=1}^{J}\in\mathbf{R}^{L}$为每种物质对应的光谱响应,其中 J 为端元个数;$\boldsymbol{S}\in\mathbf{R}^{J\times I}$表示丰度系数矩阵,向量$\{\boldsymbol{s}_j\}_{j=1}^{J}\in\mathbf{R}^{I}$为每个端元对应的丰度系数;$\boldsymbol{N}\in\mathbf{R}^{L\times I}$是误差矩阵.根据端元和丰度的物理意义,端元必须满足非负约束,丰度必须满足和为一约束和非负约束

$$\boldsymbol{A}\geq 0, \boldsymbol{S}\geq 0, \mathbf{1}_{J,1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} = 1_{I,1}^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

式(2)中$\geq$表示成分不等式($\boldsymbol{A}\geq 0$ 意味着 $a_{lj}\geqslant 0$, $\forall\, l = 1,2,\cdots,L, j = 1,2,\cdots,J$),$\mathbf{1}_{J,1}\in\mathbf{R}^{J\times 1}$且各元素全为 1.

2.2　优化的最小体积约束模型

高光谱解混的目标是在已知 $\boldsymbol{X}$ 的情况下求解 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{S}$,它可以通过最小化欧式距离目标函数

$$\min_{(\boldsymbol{A},\boldsymbol{S})} f(\boldsymbol{A},\boldsymbol{S}) = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{X} - \boldsymbol{AS}\|_F^2 \tag{3}$$

来得到最优解,其中 $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数.由于 $\boldsymbol{X}$,$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{S}$ 都是非负矩阵,式(3)与 NMF[9]等价.式(3)目标函数非凸,存在大量局部解[4].为了克服该缺点,MVCNMF[4]引入了最小体积约束项

$$\det{}^2(\boldsymbol{Z}) = \det{}^2(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{BU}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{\mu}\mathbf{1}_J^{\mathrm{T}})) \tag{4}$$

其中 det 表示矩阵的行列式,矩阵 $\boldsymbol{U}\in\mathbf{R}^{L\times(J-1)}$表示 $\boldsymbol{X}$ 经过 PCA 变换后的前 $J-1$ 个主成分,列向量 $\boldsymbol{\mu}\in\mathbf{R}^{L}$ 表示 $\boldsymbol{X}$ 的均值,

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix}\mathbf{1}_{J,1}^{\mathrm{T}}\\ \mathbf{0}_{J-1,J}\end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix}\mathbf{0}_{J-1,1}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{I}_{J-1}\end{bmatrix} \tag{5}$$

式(5)中 $\mathbf{0}_{J-1,J}\in\mathbf{R}^{(J-1)\times J}$且各元素全为零,$\boldsymbol{I}_{J-1}\in\mathbf{R}^{(J-1)\times(J-1)}$表示 $J-1$ 阶的单位矩阵.由于式(4)函数值受矩阵变化影响较大,为了减弱其对算法稳定性的影响,本文采用优化的函数项

$$J(\boldsymbol{A}) = \log(|\det(\boldsymbol{Z})|) \tag{6}$$

在式(6)中,我们引入 log 函数来减缓 det 函数值的突变.它可以在不改变 det 函数单调性的同时,提高算法的稳定性.将 LSMM 和式(6)引入 NMF[9],我们得到如下优化的最小体积约束模型

$$\begin{aligned}&\min_{(\boldsymbol{A},\boldsymbol{S})} f(\boldsymbol{A},\boldsymbol{S}) = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{X} - \boldsymbol{AS}\|_F^2 + \lambda\log(|\det(\boldsymbol{Z})|)\\ &\text{s.t.}\quad \boldsymbol{A}\geq 0, \boldsymbol{S}\geq 0, \mathbf{1}_{J,1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} = 1_{I,1}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{7}$$

其中参数 $\lambda > 0$.

3　算法描述

3.1　交替方向乘子法

考虑无约束优化问题

$$\min_{\boldsymbol{X}\in\mathbf{R}^{m\times n}} f_1(\boldsymbol{X}) + f_2(\boldsymbol{\Psi X}) \tag{8}$$

其中 $f_1:\mathbf{R}^{m\times n}\to\mathbf{R}$, $f_2:\mathbf{R}^{p\times n}\to\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{\Psi}\in\mathbf{R}^{p\times m}$. 如果 $\boldsymbol{\Psi}$ 为列满秩,f_1,f_2 为完备的闭凸函数,则序列($\boldsymbol{x}_t$, $\boldsymbol{X}_t$, $\boldsymbol{d}_t$)按照以下迭代格式收敛[11,12]

$$\boldsymbol{X}_{t+1} = \arg\min_{X} f_1(\boldsymbol{X}) + \frac{\mu}{2}\|\boldsymbol{\Psi X} - \boldsymbol{x}_t - \boldsymbol{d}_t\|_F^2$$

$$\boldsymbol{x}_{t+1} = \arg\min_{x} f_2(\boldsymbol{x}) + \frac{\mu}{2}\|\boldsymbol{\Psi X}_{t+1} - \boldsymbol{x} - \boldsymbol{d}_t\|_F^2$$

$$\boldsymbol{d}_{t+1} = \boldsymbol{d}_t - (\boldsymbol{\Psi X}_{t+1} - \boldsymbol{x}_{t+1})$$

其中 $\mu > 0$.

3.2　本文快速算法

由于式(6)非凸,使得模型的求解变得不容易,我们采用了二阶函数逼近的方法,具体算法如算法 1 所列.

算法 1　非凸项约束非负矩阵分解

步骤 1　设置 $k = 0$,选择 $\tau > 0$, $\alpha\in(0,1)$,初始化 $\boldsymbol{A}_0$;

步骤 2　计算式(7)$f_k = f(\boldsymbol{A}_k, \boldsymbol{S}_k)$;

步骤 3　计算非凸函数项的梯度 $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{UB}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Z}^{-1})^{T}$;

步骤 4　替换 $J(\boldsymbol{A}) = <\boldsymbol{G}, \boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}_k> + (\tau/2)\|\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}_k\|_F^2$,求解式(7)得到($\boldsymbol{A}_{k+1}$, $\boldsymbol{S}_{k+1}$);

步骤 5　如果 $f(\boldsymbol{A}_{k+1}, \boldsymbol{S}_{k+1}) > f_k$,重复 $\boldsymbol{A}_{k+1} = \alpha\boldsymbol{A}_{k+1} + (1-\alpha)\boldsymbol{A}_k$,直到 $f(\boldsymbol{A}_{k+1}, \boldsymbol{S}_{k+1})\leqslant f_k$;

步骤 6　如果满足停止条件,结束算法;
否则,令 $k = k + 1$,算法转至步骤 2.

算法 1 中，$<\cdot,\cdot>$ 表示内积，第 5 步用于保证目标函数值不会上升. 对于二次逼近后的式(7)，其等价无约束优化模型可写为：

$$(\boldsymbol{A}_{k+1},\boldsymbol{S}_{k+1})\in \arg\min_{(\boldsymbol{A},\boldsymbol{S})}\frac{1}{2}\|\bar{\boldsymbol{X}}-\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{S}\|_F^2+\ell_+(\boldsymbol{A})+\ell_+(\boldsymbol{S})+\lambda(<\boldsymbol{G},\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}_k>+\frac{\tau}{2}\|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}_k\|_F^2) \tag{9}$$

其中 ℓ_+ 表示示性函数(当 $\boldsymbol{x}\geq 0,\ell_+(\boldsymbol{x})=0;\boldsymbol{x}<0,\ell_+(\boldsymbol{x})=\infty$)，

$$\bar{\boldsymbol{X}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\\ \delta\mathbf{1}_{I,1}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},\bar{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\ \delta\mathbf{1}_{J,1}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix} \tag{10}$$

式(10)中 $\delta>0$ 控制丰度系数和为一的影响大小. 我们可以采用 ADMM 求解式(9)，具体算法如下面算法 2 所列.

算法 2 基于 ADMM 的约束非负矩阵分解

步骤 1 设 $t=0$，选择 $\mu_A,\mu_S>0$，初始 $(\boldsymbol{S}^0,\boldsymbol{s}^0,\boldsymbol{d}_S^0)$、$(\boldsymbol{A}^0,\boldsymbol{a}^0,\boldsymbol{d}_A^0)$；

步骤 2 求解 $\boldsymbol{S}^{t+1}=\arg\min_{\boldsymbol{S}}\frac{1}{2}\|\bar{\boldsymbol{X}}-\bar{\boldsymbol{A}}^t\boldsymbol{S}\|_F^2+\frac{\mu_S}{2}\|\boldsymbol{S}-\boldsymbol{s}^t-\boldsymbol{d}_S^t\|_F^2$

步骤 3 求解 $\boldsymbol{s}^{t+1}=\arg\min_{\boldsymbol{s}}\ell_+(\boldsymbol{s})+\frac{\mu_S}{2}\|\boldsymbol{S}^{t+1}-\boldsymbol{s}-\boldsymbol{d}_S^t\|_F^2$；

步骤 4 计算 $\boldsymbol{d}_S^{t+1}=\boldsymbol{d}_S^t-(\boldsymbol{S}^{t+1}-\boldsymbol{s}^{t+1})$；

步骤 5 求解

$$\boldsymbol{A}^{t+1}=\arg\min_{\boldsymbol{A}}\frac{1}{2}\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{A}\boldsymbol{S}^{k+1}\|_F^2+\frac{\mu_A}{2}\|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{a}^t-\boldsymbol{d}_A^t\|_F^2+\lambda(<\boldsymbol{G},\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}_k>+\frac{\tau}{2}\|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}_k\|_F^2)$$

步骤 6 求解 $\boldsymbol{a}^{t+1}=\arg\min_{\boldsymbol{a}}\ell_+(\boldsymbol{a})+\frac{\mu_A}{2}\|\boldsymbol{A}^{t+1}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{d}_A^t\|_F^2$；

步骤 7 计算 $\boldsymbol{d}_A^{t+1}=\boldsymbol{d}_A^t-(\boldsymbol{A}^{t+1}-\boldsymbol{a}^{t+1})$；

步骤 8 如果满足停止条件，结束算法；
否则，令 $t=t+1$，算法转至步骤 2.

在算法 2 的步骤 2 中

$$\|\bar{\boldsymbol{X}}-\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{S}\|_F^2=\|\mathrm{vec}(\boldsymbol{X})-(\boldsymbol{I}_I\otimes\boldsymbol{A})\mathrm{vec}(\boldsymbol{S})\|_2^2+\|\delta\mathbf{1}_{I,1}^{\mathrm{T}}-\delta\mathbf{1}_{J,1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\|_F^2 \tag{11}$$

其中 vec 表示矩阵的向量化，$\otimes$ 表示 Kronecker 积，$\boldsymbol{I}_I\otimes\boldsymbol{A}\in\mathbf{R}^{IL\times IJ}$. 考虑对 $\boldsymbol{X}$ 进行奇异值分解

$$\boldsymbol{X}\approx\boldsymbol{U}\boldsymbol{E}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{U}\in\mathbf{R}^{L\times J},\boldsymbol{E}\in\mathbf{R}^{J\times J},\boldsymbol{V}\in\mathbf{R}^{I\times J}$. 用 $\boldsymbol{E}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}$ 分别替代式(11)中的 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{A}$，则对于替代前后的问题有

$$\mathrm{rank}(\boldsymbol{I}_I\otimes\boldsymbol{A})=\mathrm{rank}(\boldsymbol{I}_I\otimes\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{A})=IJ \tag{13}$$

这表明它们的解空间相等；同理，用 $\boldsymbol{UE}$ 和 $\boldsymbol{SV}$ 替代步骤 5 中的 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{S}$ 也是可行的.

在算法 2 中，由于步骤 2,3,5 和步骤 6 为凸优化问题，因此可以得到精确解. 对于替代后的问题，其精确解如下：

$$\boldsymbol{S}^{t+1}=\boldsymbol{F}_S\boldsymbol{W}_S \tag{14}$$

$$\boldsymbol{s}^{t+1}=(\boldsymbol{S}^{t+1}-\boldsymbol{d}_S^t)_+ \tag{15}$$

$$\boldsymbol{A}^{t+1}=\boldsymbol{W}_A\boldsymbol{F}_A \tag{16}$$

$$\boldsymbol{a}^{t+1}=(\boldsymbol{A}^{t+1}-\boldsymbol{d}_A^t)_+ \tag{17}$$

其中

$$\boldsymbol{F}_S=((\overline{\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^t})^{\mathrm{T}}(\overline{\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^t})+\mu_S\boldsymbol{I}_J)^{-1}$$

$$\boldsymbol{W}_S=(\overline{\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^t})^{\mathrm{T}}(\overline{\boldsymbol{E}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}})+\mu_S(\boldsymbol{s}^t+\boldsymbol{d}_S^t)$$

$$\boldsymbol{F}_A=((\boldsymbol{S}^{t+1}\boldsymbol{V})(\boldsymbol{S}^{t+1}\boldsymbol{V})^T+(\lambda\tau_A+\mu_A)\boldsymbol{I}_J)^{-1}$$

$$\boldsymbol{W}_A=(\boldsymbol{U}\boldsymbol{E})(\boldsymbol{S}^{t+1}\boldsymbol{V})^{\mathrm{T}}+\mu_A(\boldsymbol{a}^t+\boldsymbol{d}_A^t)+\lambda(\tau_A\boldsymbol{A}_k-\boldsymbol{G})$$

$(\cdot)_+$ 表示投影操作(当 $\boldsymbol{x}\geq 0,(\boldsymbol{x})_+=\boldsymbol{x};\boldsymbol{x}<0,(\boldsymbol{x})_+=0$)，

$$\overline{\boldsymbol{E}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\\ \delta\mathbf{1}_{I,1}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},\quad \overline{\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^t}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^t\\ \delta\mathbf{1}_{J,1}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix} \tag{18}$$

4 实验与分析

4.1 仿真数据实验

在本节中，我们采用仿真数据测试算法的性能. 本文提出的算法(简称为 ADMMVC，ADMM for MVC)将与两个最小体积算法比较(基于投影梯度法的 MVCNMF(简记为 PGMVC)和 SISAL). 由于 SISAL 只能从数据中求得端元，我们在其结果基础上使用算法 2 子算法(步骤 2,3,4)，以得到对应的丰度.

仿真数据依照 LSMM 生成. 首先从美国地质调查局(United States Geological Survey，USGS)数字光谱库[13]中随机选择 6 条光谱作为端元矩阵 $\boldsymbol{A}$；然后产生一系列服从 Dirichlet 概率密度函数的列向量，删除其中最大元素值大于 0.8 的向量(即去除纯像元)，选择剩下向量中的 2000 个组成矩阵 $\boldsymbol{S}$；最后采用高斯零均值白噪声作为误差矩阵. 定义信噪比(Signal to Noise Ratio，SNR)

$$\mathrm{SNR}=10\log(\|\boldsymbol{X}\|_F^2/(L\cdot I\cdot\sigma^2)) \tag{19}$$

其中 σ 为噪声方差，其它变量同上文所述.

为了描述两条光谱之间的相似度，引入光谱角度距离(Spectral Angle Distance，SAD)

$$\mathrm{SAD}(\boldsymbol{a}_j,\hat{\boldsymbol{a}}_j)=\arccos(\frac{\boldsymbol{a}_j^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{a}}_j}{\|\boldsymbol{a}_j\|_2\|\hat{\boldsymbol{a}}_j\|_2}) \tag{20}$$

其中 $\boldsymbol{a}_j,\hat{\boldsymbol{a}}_j$ 分别为端元和估计的端元. 采用根均方误差(Root Mean Square Error，RMSE)来度量丰度系数的反演精度

$$\mathrm{RMSE}(\boldsymbol{s}_j,\hat{\boldsymbol{s}}_j)=\sqrt{(1/I)\sum_{i=1}^{I}(s_{ji}-\hat{s}_{ji})^2} \tag{21}$$

其中 $\boldsymbol{s}_j,\hat{\boldsymbol{s}}_j$ 分别为丰度和估计的丰度.

我们通过两个实验来比较算法的性能. 根据大量的实验比较分析，ADMMVC 的参数设置为：$\tau=10^{-4}$，$\alpha=0.5$，$\delta=10$，$\mu_A=\mu_S=1$. 对于另外两个用于比较的算法，PGMVC 的参数按照文献[4]设置，SISAL 的参数按照文献[8]设置. 此外，实验中的定量化度量值采用的是 100 次随机测试的平均结果.

实验采用的计算机硬件环境为 Intel Xeon CPU 3.33GHz、内存 12.0GB,软件环境为 Microsoft Windows 7、MATLAB 7.10.

4.1.1　实验 1

在这个实验中我们改变算法的停止条件,来测试各个算法的收敛性能.实验采用噪声强度为 30dB 的数据,在 SAD 达到指定精度(角度)时停止算法.图 1(a)给出各个算法达到不同精度的平均运行时间,图 1(b)给出了算法达到不同精度次数的百分比.SISAL 算法收敛速度较快,但其不能获得高的精度.对于另外两个基于非负矩阵分解的算法,随着求解精度的提高,各自需要的时间都在逐渐增加,而 PGMVC 需要更多的时间.比较各个算法达到不同精度的百分比可知,ADMMVC 可以获得更高的精度.

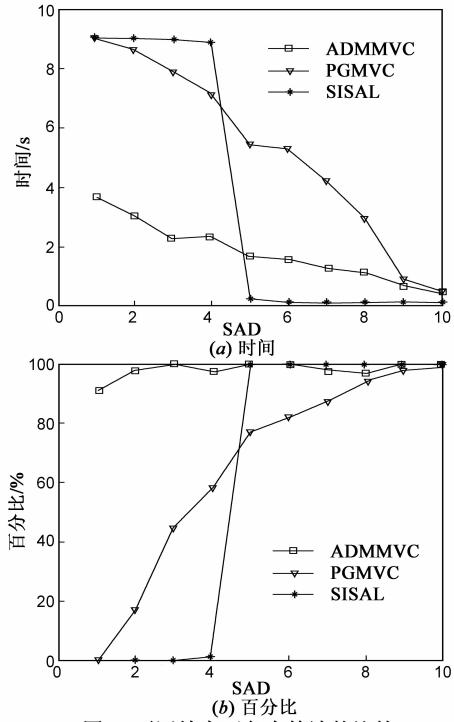


图1　不同精度下各个算法的比较

4.1.2　实验 2

在这个实验中我们改变噪声的强度,来测试各个算法的抗噪性能.实验分别采用了噪声强度为 20dB、25dB、30dB、35dB、40dB 和无噪声的数据.图 2 给出了各个算法 SAD 和 RMSE 的变化情况.随着 SNR 的降低,各个算法的效果都逐渐变差.在三个方法中,ADMMVC 综合结果较好.在无噪声时,SISAL 结果最优.不同噪声强度下,ADMMVC 的结果都优于 PGMVC.随着噪声的增加,SISAL 受噪声的影响开始凸显.

4.2　实际数据实验

为了进一步验证本文算法的实际应用效果,本节

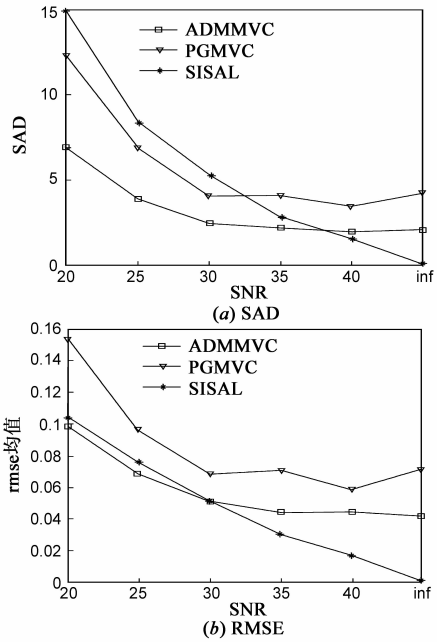


图2　不同噪声强度下各个算法的比较

采用高光谱数字图像采集实验(Hyperspectral Digital Imagery Collection Experiment,HYDICE)于 1995 年 10 月获取的城市高光谱数据(可从 http://www.tec.army.mil/Hypercube 下载)进行算法性能测试.该数据共有 210 个波段,光谱分辨率和空间分辨率分别为 10nm 和 2m,图像大小为 307 × 307.其地区位于美国德克萨斯州胡德堡附近,区域内主要有草地、树木、房屋、道路、泥土等地物.图 3 为三个波段(波段号分别为 12,99,171)合成的灰度图像,从中我们可以分辨出这些主要的地物.近几年该地区被广泛作为高光谱解混测试数据集[14].

图3　HYDICE城市数据的灰度图像

在解混之前,去除了那些受水汽和噪声影响的波段(波段号为 14,76,87,101 ~ 111,136 ~ 153,198 ~ 210),最终采用的是 162 个波段的数据.ADMMVC 的丰度结果如图 4 所示.根据已有的研究分析[14],可以确定这些端元对应的地物.为了进一步衡量算法的性能,我们通过 N-FINDER[5,14]加人工的方法提取了这些端元光谱作为参考光谱,并计算解混结果与它们之间的光谱角.三个

方法光谱角的定量对比如表 1 所示.可以看出,ADMMVC 总体给出了较好的结果.

(*a*) 草地

(*b*) 道路

(*c*) 屋顶

(*d*) 树木

(*e*) 泥土

图4 ADMMVC的丰度图像

表 1 HYDICE 城市数据的光谱角比较

	ADMMVC	PGMVC	SISAL
草地	0.2901	0.6853	0.2411
道路	0.4164	0.6557	0.2252
屋顶	0.3275	0.3005	0.3355
树木	0.2672	0.1051	0.4471
泥土	0.4869	0.3200	1.9218
均值	0.3576	0.4133	0.6341

5 结论

本文提出了一种基于约束非负矩阵分解的高光谱图像解混快速算法.由于现有约束非负矩阵分解算法主要基于投影梯度法,其收敛速度、求解精度和算法稳定性有待提高.为此,本方法针对较优的最小体积约束,设计了一种基于交替方向乘子法的非凸项约束非负矩阵分解算法.在设计算法的同时,优化了最小体积约束项,并采用奇异值分解优化迭代格式.在仿真实验中,本文提出的算法与原有基于投影梯度的算法相比,能够提高性能.另外,相对于其它最小体积法,该算法表现出了良好的抗噪性能.进一步,在实际数据中,该算法能够取得好的结果.值得注意的是,虽然本文仅针对最小体积约束设计了快速算法,但其它约束亦可采用本文设计方法快速求解.

参考文献

[1] Iordache M D, Bioucas-dias J M, Plaza A. Sparse unmixing of hyperspectral data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(6): 2014 – 2039.

[2] 杨国鹏,周欣,余旭初,陈伟.基于相关向量机的高光谱影像混合像元分解[J].电子学报,2010,38(12):2751 – 2756. Yang Guo-peng, Zhou Xin, Yu Xu-chu, Chen Wei. Relevance vector machine for hyperspectral imagery unmixing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(9): 2016 – 2023. (in Chinese)

[3] Settle J J, Drake N A. Linear mixing and the estimation of ground cover proportions[J]. International Journal of Remote Sensing, 1993, 14(6): 1159 – 1177.

[4] Miao L, Qi H. Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45(3): 765 – 777.

[5] Winter M E. N-FINDR: An algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data[A]. Proc SPIE Image Spectrometry Ⅴ[C]. USA: SPIE, 1999. 266 – 277.

[6] Nascimento J M P, Bioucas-dias J M. Vertex component analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(4): 898 – 910.

[7] Jun L, Bioucas-dias J M. Minimum volume simplex analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data[A]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, IGARSS [C]. Boston: IEEE, 2008. 250 – 253.

[8] Bioucas-dias J M. A variable splitting augmented Lagrangian approach to linear spectral unmixing[A]. Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote

Sensing, WHISPERS[C]. Grenoble: IEEE, 2009. 1 – 4.

[9] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by nonnegative matrix factorization[J]. Natures, 1999, 401(6755): 788 – 791.

[10] Lin C J. Projected gradient methods for nonnegative matrix factorization[J]. Neural Computation. 2007, 19(10): 2756 – 2779.

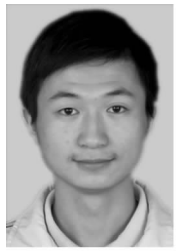
[11] Gabay D, Mercier B. A dual algorithm for the solution of nonlinear variational problems via finite element approximations [J]. Comp and Math Appl, 1976, 2(1): 17 – 40.

[12] Zhang Y. An alternating direction algorithm for nonnegative matrix factorization[R]. Houston: Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, 2010.

[13] Clark R N, US. The US Geological Survey, Digital Spectral Library[DB/OL]. http://speclab.cr.usgs.gov/, 2007-09-25.

[14] Guo Z, Wittman T, Osher S. L1 unmixing and its application to hyperspectral image enhancement[A]. Proc SPIE Conference on Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral and Ultraspectral Imagery XV[C]. Florida: SPIE, 2009. 73341M-73341M9.

作者简介



刘建军　男,1987 年生于江苏南通.南京理工大学计算机系博士生.研究方向为高光谱数据处理.

E-mail: liuofficial@163.com

吴泽彬(通讯作者)　男,1981 年生于浙江杭州.南京理工大学计算机系讲师.研究方向为虚拟现实与系统仿真、遥感信息处理、分布式计算.

E-mail: zebin.wu@gmail.com

韦志辉　男,1963 年生于江苏淮安.南京理工大学计算机系教授、博士生导师.研究方向为基于变分偏微分方程理论及图像处理应用、基于视觉感知的稀疏编码理论及应用.

E-mail: gswei@mail.njust.edu.cn